МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4 ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}}+\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{x^3-64x+200}=x^2+6x-40$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4+x^2+4x-5x^2|x+2|+4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0\left(-1;2\sqrt{2}\right)$ и $N_0\left(2;-4\sqrt{2}\right)$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF. б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y+x+8|+|y-x+8|=16, \\ (|x|-15)^2+(|y|-8)^2=a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

$4900 = 70 \cdot 70 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$; $2 \cdot 2 = 4 < 10 \Rightarrow$ может быть цифрой ; $2 \cdot 5 = 10 > 9 \Rightarrow$ не может быть цифрой

1 случай: в 8-ми значном числе 2 двойки, 2 пятёрки, 2 семёрки и 2 единицы

Тогда способов поставить единицы: $\frac{8 \cdot 7}{2}$; способов поставить двойки : $\frac{5 \cdot 6}{2}$;

способов поставить 5: $\frac{4 \cdot 3}{2}$; и 2 семёрки ставятся в оставшиеся места

единственным способом. Значит, таких чисел $\frac{8!}{2^4} = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \frac{6}{2} \cdot 7 = 120 \cdot 21 = 2520$

2 случай: в 8-ми значном числе 1 четвёрка, 2 пятёрки, 2 семёрки и 3 единицы. Тогда способов поставить 4 у нас 8, способов поставить 5: $\frac{6 \cdot 7}{2}$, способов поставить 7: $\frac{4 \cdot 5}{2}$, и 3 единицы ставятся на 3 свободных места единственным способом.

Значит, таких чисел $8 \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4} = 40 \cdot 42 = 1680$

Больше случаев нет, так ~~ну~~ $2 \cdot 5 = 10 > 9$, $7 > 5$. Значит, больше цифр мы не получим
8-значных

$1680 + 2520 = 4200$ – всего чисел, произведение цифр которых равно 4900

Ответ: 4200

Задача 2

Пусть $b_1 = b_0 \cdot q$; $b_2 = b_0 \cdot q^2 \dots$ $b_n = b_0 \cdot q^n \dots b_{3000} = b_0 \cdot q^{3000}$; $q > 0$, т.к. $b_1, b_2 \dots b_n > 0$

1) Если $q = 1$, то $b_1 = b_2 = \dots = b_{3000} = b_0 > 0$. Тогда ~~при сложении~~ сумма $b_3 + b_6 + \dots + b_{3000} = \frac{S}{3}$, а при их умножении на 40 сумма увеличится на $13S$. $S + 13S = 5S \Rightarrow S = 0$

Такого быть не может, так как $b_1 \dots b_{3000} > 0$. Значит, $q \neq 1$

2) $b_1 + b_2 + \dots + b_{3000} = b_0 q(1 + q + \dots + q^{2999}) = b_0 q \frac{q^{3000} - 1}{q - 1} = S$ по условию

$b_3 + b_6 + \dots + b_{3000} = b_0 q^3 (1 + q^3 + \dots + q^{2997}) = b_0 q^3 \cdot \frac{q^{3000} - 1}{q - 1}$. По условию при прибавлении к сумме $b_1 + b_2 + \dots + b_{3000}$ $39 \cdot (b_3 + b_6 + \dots + b_{3000})$, ~~что~~ сумма выросла в 5 раз

Значит, $39 \cdot (b_3 + b_6 + \dots + b_{3000}) = 4S$

$$39 \cdot b_0 q^3 \frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1} = 4 b_0 q \frac{q^{3000} - 1}{q - 1} \quad q \neq 1;\ q \neq 0 \text{ по доказанному}$$

$$\frac{39 q^2}{q^2 + q + 1} = 4q \Rightarrow 35q^3 - 4q^2 - 4 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} q = 0{,}4 \\ q = -\frac{20}{70} \end{array}\right. \quad \text{Т.к. } q > 0, \text{ то } q = 0{,}4$$

3) Если каждый чётный член прогрессии умножить на 3, то сумма увеличится на $\Delta S = 2(b_2+b_4+\ldots+b_{3000}) = 2b_0q^2(1+q^2+\ldots+q^{2998}) = b_0q\cdot\frac{q^{3000}-1}{q-1}\cdot\frac{2q}{q+1} = S\cdot\frac{4}{7}$

Значит, сумма увеличится в $\frac{11}{7}$ раз

Ответ: сумма увеличится в $\frac{11}{7}$ раз

Задача 3

$\left(\frac{x}{2\sqrt2}+\frac{5\sqrt2}{2}\right)\cdot\sqrt{x^3-64x+200} = x^2+6x-40 \qquad \frac{x}{2\sqrt2}+\frac{5\sqrt2}{2} = \frac{x+10}{2\sqrt2};\quad x^2+6x-40=(x-4)(x+10)$

$(x+10)\left(\sqrt{x^3-64x+200}-2\sqrt2\cdot(x-4)\right)=0$

$\left[\begin{array}{l} x+10=0 \\ x^3-64x+200=8(x-4)^2 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x=-10 \\ x^3-8x^2+72=0 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x=-10 \\ (x-6)(x^2-2x-12)=0 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x=-10 \\ x=6 \\ x=1+\sqrt{13} \\ x=1-\sqrt{13} \end{array}\right.$

$x^3-64x+200$ равно -160 при $x=-10$, а это невозможно

$x^3-64x+200$ равно 32, поэтому $x=6$ является корнем

при $x=1+\sqrt{13}$

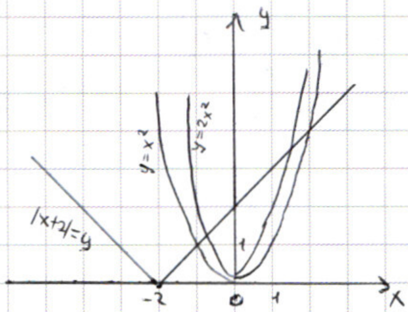
$x^3-64x+200 = (1+\sqrt{13})^3-64(1+\sqrt{13})+200 = 40+16\sqrt{13}-64-64\sqrt{13}+200 = 8(22-6\sqrt{13}) = 8(\sqrt{13}-3)^2 > 0$

Значит, $x=1+\sqrt{13}$ является корнем

$x=1-\sqrt{13}$ не может быть корнем, т.к. при $x=1-\sqrt{13}$ $\sqrt{x^3-64x+200} \neq 2\sqrt2(x-4)$, т.к. $x-4<0$

Ответ: $x=6$; $x=1+\sqrt{13}$

Задача 4



$4x^4+x^2+4x-5x^2|x+2|+4 \geq 0$

$4x^4-5x^2\cdot|x+2|+|x+2|^2 \geq 0$

Пусть $x^2=u$; $|x+2|=v$, тогда $v^2-5uv+4u^2\geq 0$

$\left[\begin{array}{l} v\geq 2u \\ v\leq u \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} |x+2|\geq 2x^2 \\ |x+2|\leq x^2 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\geq -2 \\ \left[\begin{array}{l} 2x^2-x-2\leq 0 \\ x^2-x-2\geq 0 \end{array}\right. \end{cases} \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} 2x^2+x+2\leq 0 \\ x^2+x+2\geq 0 \end{array}\right. \\ x<-2 \end{cases} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x\geq 2 \\ \frac{1-\sqrt{17}}{4}\leq x\leq \frac{1+\sqrt{17}}{4} \\ x\leq -1 \end{array}\right.$

Ответ: $x\in(-\infty;-1]\cup\left[\frac{1-\sqrt{17}}{4};\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right]\cup[2;+\infty)$

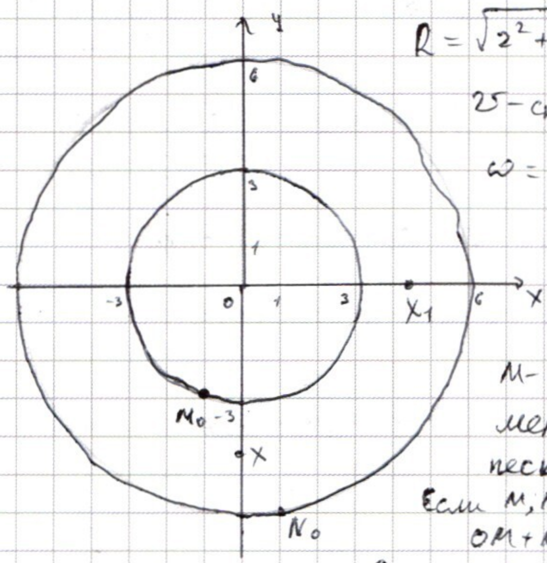
☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5

$r = \sqrt{(-1)^2 + (2\sqrt{2})^2} = 3$ - радиус карася

$R = \sqrt{2^2 + (-4\sqrt{2})^2} = 6$ - радиус пескаря.



$2v$ - скорость пескаря, тогда скорость карася $2{,}5v$

$\omega = \frac{2v}{R}$ - угловая скорость пескаря

$\omega_к = \frac{2{,}5v}{r} = \frac{5v}{R} = 5\omega$ - угловая скорость карася

$\angle M_0OX = \angle N_0OX = \arcsin\frac{1}{3} = \alpha$

M - точка, в которой находится карась в данный момент времени, N - точка, в которой находится пескарь в данный момент времени.

Если M, N и O не лежат на одной прямой, то $OM + MN > ON$ по неравенству треугольника. То есть, $MN > 3$

Если M, N и O лежат на одной окружности, то $MN = 3$

Значит, минимальное расстояние равно 3.

$\omega_{отн.} = 4\omega$. Первая встреча произойдёт через время $t = \frac{2\pi - 2\alpha}{4\omega} = \frac{\pi - \alpha}{2\omega}$

За это время пескарь сдвинется на угол $\frac{\pi - \alpha}{2}$ по часовой стрелке, и его координаты станут $x_N = 6 \cdot \cos(\pi + \frac{3}{2}\arcsin\frac{1}{3})$; $y_N = 6 \cdot \cos(\pi + \frac{3}{2}\arcsin\frac{1}{3})$

$2^{ая}$ встреча произойдёт через время $t_2 = \frac{2\pi}{4\omega} = \frac{\pi}{2\omega}$, за это время пескарь сдвинется на $\frac{\pi}{2}$ по часовой стрелке. $3^{я}$ встреча произойдёт через то же время.

Значит, координаты пескаря во время встречи:

~~x = 6arcc~~ $x = 6\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{3}{2}\arcsin\frac{1}{3} - \frac{\pi k}{2}\right)$, где k - номер встречи

$y = 6\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{3}{2}\arcsin\frac{1}{3} - \frac{\pi k}{2}\right)$

Т.к. $2\pi \vdots \frac{\pi}{2}$, то $5^{ая}$ встреча произойдёт в том же месте, где $1^{ая}$ встреча. Примечание. Так как я работаю с углами, то говоря „встреча рыб", я имею в виду равенство углов, образуемых OM и ON с лучом OX 1.

Ответ: координаты пескаря: $6\cos\left(\pi + \frac{3}{2}\arcsin\frac{1}{3}\right)$ и $6\sin\left(\pi + \frac{3}{2}\arcsin\frac{1}{3}\right)$

$6\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{3}{2}\arcsin\frac{1}{3}\right)$ и $6\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{3}{2}\arcsin\frac{1}{3}\right)$

$6\cos\left(\frac{3}{2}\arcsin\frac{1}{3}\right)$ и $6\sin\left(\frac{3}{2}\arcsin\frac{1}{3}\right)$

$6\cos\left(\frac{3}{2}\arcsin\frac{1}{3} - \frac{\pi}{2}\right)$ и $6\sin\left(\frac{3}{2}\arcsin\frac{1}{3} - \frac{\pi}{2}\right)$

задача 7

$|y+x+8|+|y-x+8|=16$

При $y \ge x-8$ и $y \ge -x-8$ $\quad 2y=0 \Rightarrow y=0$; $-8\le x\le 8$

При $y \ge x-8$ и $y < -x-8$ $\quad -2x=16 \Rightarrow x=-8$; $-16 \le y \le 0$

при $y \le x-8$ и $y \ge -x-8$ $\quad 2x=16 \Rightarrow x=8$; $-16 \le y \le 0$

при $y \le x-8$ и $y \le -x-8$ $\quad -2y=32 \Rightarrow y=-16$, $-8 \le x \le 8$.

Значит, $|y+x+8|+|y-x+8|=16$ – квадрат со стороной 16 и центром в точке $(0;-8)$

$(|x|-15)^2+(|y|-8)^2=a$ – 4 окружности с центрами в точках $(15;8)$; $(-15;8)$ $(15;-8)$; $(-15;-8)$ и радиусом $\sqrt{a}$

При $a=49$ окружности с ~~радиусом~~ центрами в точках $(-15;-8)$ и $(15;-8)$ будут касаться сторон квадрата $\Rightarrow$ будет 2 корня (оставшиеся окружности коснутся углов квадрата при $a \ge 8^2+7^2=113$).

При $49<a<113$ окружности ~~с центрами в $(-15;-8)$ и $(15;-8)$ будут иметь либо 4 точки пересечения~~ (~~в сумме~~ пересекают квадрат в 4 и более точках.

Значит, последний вариант – „~~верх~~ окружности с центрами в $(15;8)$ и $(-15;8)$ проходят через наиболее удалённые от них вершины квадрата $(-16;-16)$ и $(16;-16)$ соответственно. Т.к. центры остальных окружностей ближе к вершинам и сторонам квадрата, чем рассматриваемые, то больше точек касания не будет.

$a=24^2+31^2=576+991=1576-9=1567$

Ответ: $a=49$ и $a=1567$.

Примечание. При $49<a$ окружности пересекают квадрат в 4 и более точках, т.к. каждая из 4 окружностей проходит минимум через 2 точки квадрата. Тогда ~~даже~~ если это в любом случае будет говорить о 4 различных точках пересечения. При $a \le 113$ (когда „верхние" окружности ещё не пересекают стороны квадрата, ~~то~~ каждая из „нижних" окружностей ~~имеет~~ пересекает по 2 стороны квадрата, причём в разных точках (точки пересечения совпадут при $a=15^2+8^2=289$)
у „нижних" окружностей

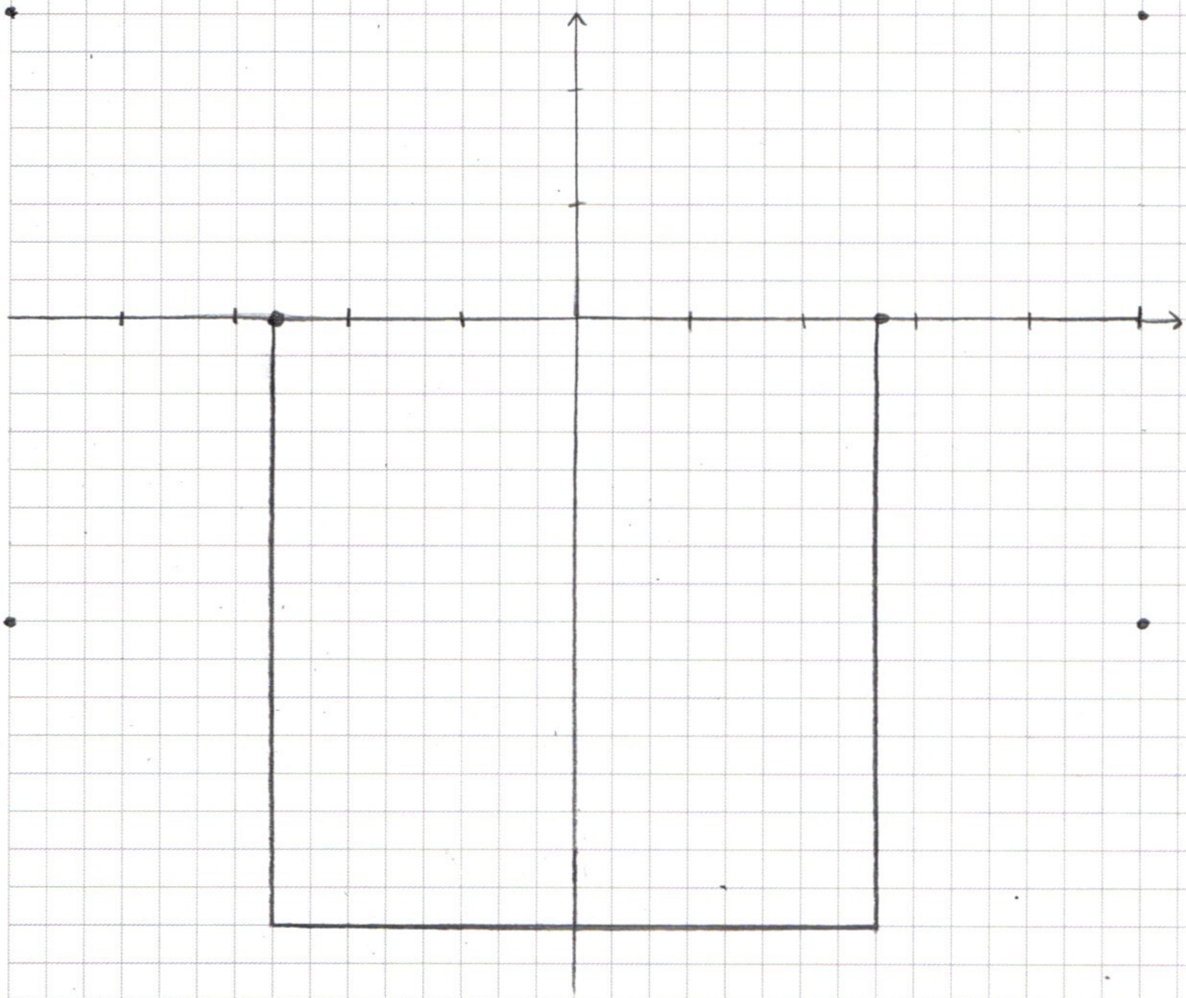
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

7 черновик



$529 + 64 = 530 + 63 = 593$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

⑥

$\triangle ABC: \frac{AB}{\sin ACB} = 2R$

$\triangle ABD: \frac{AB}{\sin ADB} = 2R$

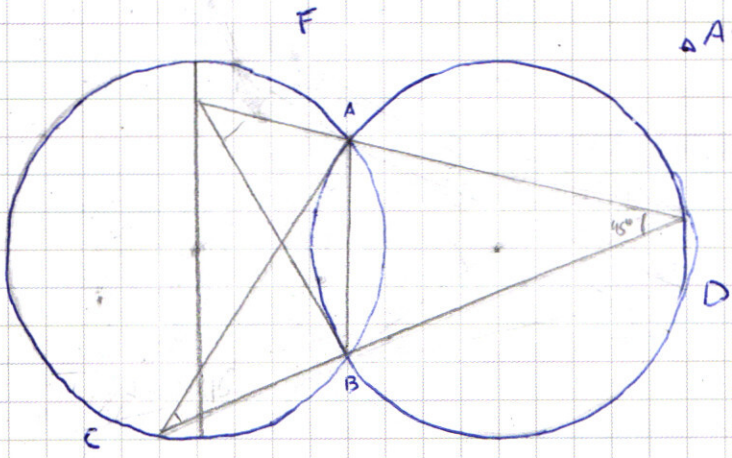
$\Rightarrow \sin ACB = \sin ADB$

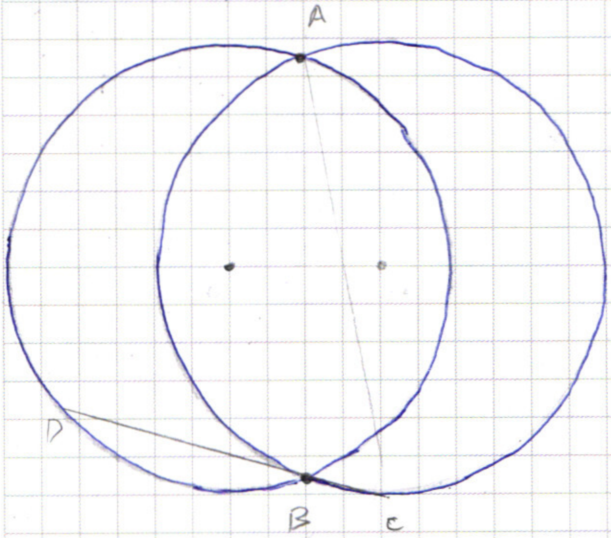
$\angle ACB = \angle ADB$

$\Downarrow$

$BC \neq 10$, т.к. $BC = \frac{D}{\sqrt{2}} = 13\sqrt{2}$

или нет.





$\angle ACB = \angle ADB = 45°$

☐ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

① $4900 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$

I. В числе 2 двойки, 2 пятёрки и 2 семёрки. Тогда ещё 2 единицы

$\frac{8\cdot7}{2}\cdot\frac{5\cdot6}{2}\cdot\frac{3\cdot4}{2}\cdot\frac{1\cdot2}{2} = 7\cdot5\cdot3\cdot4\cdot3\cdot2 = 105\cdot2\cdot12 = 210\cdot12 = 2520$ надо пересчитать

Способов поставить 1, способов поставить 2 и т.д.

II. В числе 1 четвёрка, 2 пятёрки, 2 семёрки и 3 единицы

$8\cdot\frac{6\cdot7}{2}\cdot\frac{5\cdot4}{2}\cdot1 = \cancel{\frac{8\cdot7}{6}}\cdot\cancel{\frac{5\cdot4}{6}}\cdot\frac{3\cdot2}{2} = 5\cdot6\cdot7\cdot8 = 30\cdot56 = 1680$

Ответ: $2520+1680=4200$

② $b_1 = b_0\cdot q;\ b_2 = b_0\cdot q^2 \dots b_n = b_0\cdot q^n$ $\boxed{\text{Сейчас } q>1}$

$0{,}16\cdot35$: 80, 48, 560

$b_1+b_2+\dots+b_{3000} = b_0q(1+q+\dots+q^{2999}) = b_0\cdot\frac{q^{3000}-1}{q-1}\cdot q = S$

$39(b_3+b_6+\dots+b_{3000}) = 39b_0q^3(1+q^3+\dots+q^{2997}) = 39b_0\cdot\frac{q^{3000}-1}{q^3-1}\cdot q^3 = 4S$

$39b_0\frac{q^{3000}-1}{q^3-1}\cdot q^3 = b_0\frac{q^{3000}-1}{q-1}\cdot q\cdot4$

$x+y=S$ $\quad 39y=4S$

$x+40y=5S$

$\frac{39q^2}{q^2+q+1} = 4 \Rightarrow \cancel{\dots} \Rightarrow 35q^2-4q-4=0$

$\cancel{q = \frac{1\pm\sqrt{20}}{14}}$

$16+140\cdot4 = 576 = 24$

$q=\frac{28}{70}=0{,}4;\ q=-\frac{20}{35}$ не может быть

значит, $q=0{,}4$

$2(b_2+b_4+\dots+b_{3000}) = 2b_0q^2(1+\dots+q^{2998}) = 2b_0q^2\cdot\frac{q^{3000}-1}{q^2-1} = S\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{7}\cdot2 = \frac{4}{7}S \Rightarrow$ вырастет в $\frac{11}{7}S$

$b_0\cdot\frac{q^{3000}-1}{q-1} = \frac{S}{q} = 2{,}5S$

~~Сейчас возможно~~ $\boxed{q=1}$ $\Rightarrow$ должно было увеличиться на $13S$, то есть увеличиться в 14 раз. Тогда $S=0$ и все b_n равны 0, что невозможно.

③ $\left(\frac{x}{2\sqrt2}+\frac{5\sqrt2}{2}\right)\cdot\sqrt{x^3-64x+200} = x^2+6x-40$

$3x^2-16x=0$

0 и $\frac{16}{3}$

$\frac{x+10}{2\sqrt2}\cdot\sqrt{x^3-64x+200} = (x+10)(x-4)$

$216-8\cdot36+72 = 288-240-48=0$

$\left[\begin{array}{l} x=-10 \to x^3-64x+200=-160 \to \text{нельзя} \\ \sqrt{x^3-64x+200} = \sqrt8(x-4)\end{array}\right.$

$\begin{cases} x^3-64x+200 = 8x^2-64x+128 \\ x\geq4\end{cases}$ $\quad \begin{cases} x^3-8x^2+72=0 \\ x\geq4\end{cases}$

$\begin{cases}(x-6)(x^2-2x-12)=0 \\ x\geq4\end{cases}$ $\quad \left[\begin{array}{l} x=6 \\ x=1+\sqrt{13} \\ x=1-\sqrt{13} \text{ не подойдёт}\end{array}\right.$

вообще нужно подходит

надо проверить.

$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$(1+\sqrt{13})^3 = 1+3\sqrt{13}+39+13\sqrt{13} = 40+16\sqrt{13}$

$x^3-64x+200 = 40+16\sqrt{13}-64-64\sqrt{13}+200 = 176-48\sqrt{13}$

$22\cdot8$

$22-6\sqrt{13} = (\sqrt{13}-3)^2 \leftarrow 1+\sqrt{13}$ тоже корень

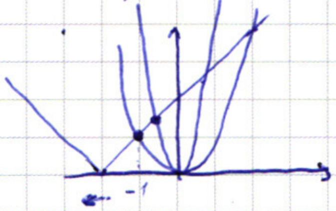
④ $4x^4+x^2+4x-5x^2|x+2|+4\geq 0$

$4\cdot x^4-5\cdot x^2\cdot|x+2|+(x+2)^2\geq 0$

$x^2=u;\ |x+2|=v,\ u,v\geq 0\quad 4u^2-5uv+v^2\geq 0 \longrightarrow \left[\begin{array}{l} v\geq 4\cdot u \\ v\leq u\end{array}\right.\qquad \left[\begin{array}{l}|x+2|\geq 4x^2\\ |x+2|\leq x^2\end{array}\right.$

$\left(\frac{v}{u}\right)^2-5\frac{v}{u}+4\geq 0$

$\left[\begin{array}{l}\frac{v}{u}\geq 4\\ \frac{v}{u}\leq 1\end{array}\right.$

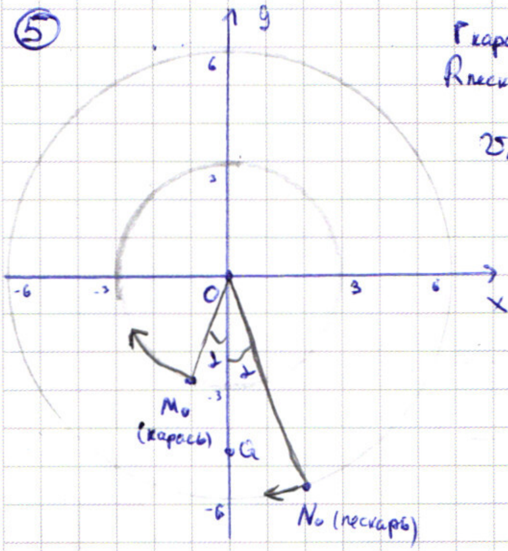


$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\geq -2\\ \left[\begin{array}{l}4x^2-x-2\leq 0\\ x^2-x-2\geq 0\end{array}\right.\end{cases}\\ \begin{cases}x\leq -2\\ 4x^2+x+2\leq 0\\ x^2+x+2\geq 0\end{cases}\end{array}\right.\qquad \left[\begin{array}{l}-2\leq x\leq -1\\ x\geq 2\\ \frac{1-\sqrt{33}}{8}\leq x\leq\frac{1+\sqrt{33}}{8}\\ x\leq -2\end{array}\right.$

выполняется всегда

Ответ: $(-\infty;-1]\cup\left[\frac{1-\sqrt{33}}{8};\frac{1+\sqrt{33}}{8}\right]\cup[3;+\infty)$

⑤



$r_{карася}=3$

$R_{пескаря}=6$; наименьшее расстояние когда, когда O, M и N лежат на 1 прямой (иначе $OM+MN>ON\Rightarrow MN>R-r$)

$v_M=2{,}5v_N$. $\omega=\frac{v}{R}\Rightarrow\omega_M=5\omega_N$ формулы из физики.

$\angle M_0OQ=\angle N_0OQ\rightarrow$ это из равенства тангенсов.

$\omega_{отн}=4\omega;\ \tau=\frac{2\pi-2\alpha}{4\omega}=\frac{\pi-\alpha}{2\omega}$

$\alpha_N=\omega_N\cdot\tau=\frac{\pi-\alpha}{2}$ — на такой угол сместится пескарь

$-\frac{\pi}{2}+\alpha-\frac{\pi}{2}+\frac{\alpha}{2}=\frac{3\alpha}{2}-\pi$

$\cos\alpha=\frac{2\sqrt2}{3}\Rightarrow\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\cos\alpha}{2}=\frac{\sqrt2}{3}+\frac12$

$\cos\frac{3\alpha}{2}=4\cos^3\frac{\alpha}{2}-3\cos\frac{\alpha}{2}=4\left(\frac{\sqrt2}{3}+\frac12\right)^3-\sqrt2-1{,}5=$

$\cancel{=\frac{8\sqrt2}{27}+\frac{8}{3}+2\sqrt2}+$ Ничего интересного $\left(\frac{\sqrt2}{3}+\frac12\right)^3=\frac{2\sqrt2}{27}+\frac13+\frac{\sqrt2}{4}+\frac18$

$=\frac{8\sqrt2}{27}+\frac43+\sqrt2+\frac12-\sqrt2-\frac32=\frac{8\sqrt2}{27}+\frac13=\frac{8\sqrt2+9}{27}\rightarrow\cos\left(\frac32\arcsin\frac13\right)$

$\omega_{отн}=4\omega;\ \alpha=2\pi,\ \tau=\frac{\pi}{2\omega}\Rightarrow\alpha=\frac{\pi}{2}$.

$x=6\cdot\cos\left(\pi+\frac32\arcsin\frac13-\frac{\pi k}{2}\right)\quad k\in\mathbb{Z},\ k\geq 0$

$y=6\cdot\sin\left(\pi+\frac32\arcsin\frac13-\frac{\pi k}{2}\right)\quad k\in\mathbb{Z},\ k\geq 0$

$(8\sqrt2+9)^2=81+128+144\sqrt2=209+144\sqrt2$

$27\cdot 27$: 189, 54, 729

$729-209=520$

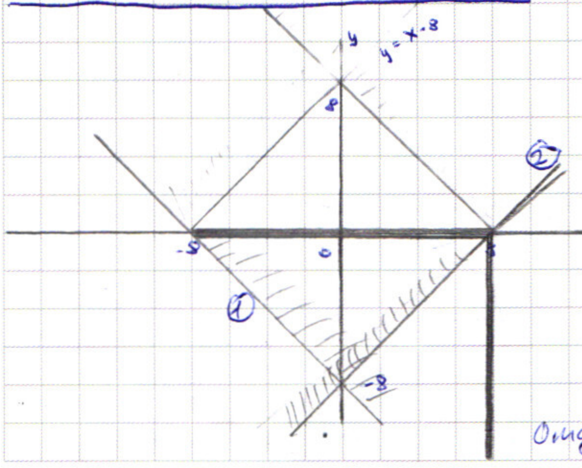
$\begin{cases}a^2+b^2=520\\ a\cdot b=72\sqrt2\end{cases}$

$4(130-36\sqrt7)$

⑦ $|y+x+8|+|y-x+8|=16$

оба „+": $y=0$; „+" и „-" $x=8$.

См другой рисунок.



Вот 2 ответа

Симметрия $\Rightarrow a=49$, $a=28^2=784$

$15+8=23$, $23^2=529$

$529+256=784=729+55=28^2$

и даже 23^2+8^2

$7^2<a<23^2$ — больше или равно 4 решений

После радиус превысит расстояние от центра до угла. Про a ит

Отдельно реально при $a=15^2+8^2=17^2$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)