

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
боты без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавок против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Разложили 700 на произведение 8 простых множителей (включая 1). Это возможно сделать только двумя наборами:
 $700 = 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$. Соответственно, из этих цифр и запятой состоят наши числа.

1) Найдём все 8-значные числа, состоящие только из цифр 7, 5, 5, 4, 1, 1, 1, 1. Заметим, что это кол-во способов выбрать "место" для 7, затем для 5, затем для второй 5 и для 4 (а "места" для 1 находятся автоматически). Есть 8 способов выбрать "место" для 7, 7 способов - для 4, 6 способов - для 5 и 5 способов для второй 5. Поэтому кол-во чисел равно $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2!} = 840$ чисел (делим на 2, т.к. мы 2 раза посчитали каждое число одинаковыми местоположением двух 5).

2) По тем же соображениям найдём кол-во 8-значных чисел, состоящих из 7, 5, 5, 2, 2, 1, 1, 1. Оно равно $\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{2! \cdot 2!} = 1680$ чисел (делим два раза на 2!, т.к. у нас две 5 и две 2).

3) $840 + 1680 = 2520$ чисел

Ответ: 2520 чисел

№2

1) Пусть q - знаменатель прогрессии. Тогда:
 $S = b_1 + b_2 + \dots + b_{3000} = b_1(1 + q + q^2 + \dots + q^{2999}) = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1}$

2) По условию имеем, что

$$10S = b_1 + b_2 + 50b_3 + b_4 + b_5 + 50b_6 + \dots + 50b_{3000} =$$

$$= b_1(1 + q + 50q^2 + q^3 + q^4 + 50q^5 + \dots + 50q^{2999}) =$$

$$= b_1(1 + q + q^2 + q^3 + \dots + q^{2999} + 49(q^2 + q^5 + q^8 + \dots + q^{2999})).$$

3) Найдём сумму $S_0 = q^2 + q^5 + q^8 + \dots + q^{2999}$. Это сумма членов геом. прогрессии с первым членом q^2 и знаменателем q^3 .

Легко понять, что q^{2999} — 1000-й член этой прогрессии. Тогда

$$\text{сумма } S_0 = q^2 + q^5 + q^8 + \dots + q^{2999} = \frac{q^2((q^3)^{1000} - 1)}{q^3 - 1} = \frac{q^2(q^{3000} - 1)}{(q-1)(q^2+q+1)}$$

4) Вернёмся, что $10S = b_1 \left(\frac{q^{3000} - 1}{q-1} + \frac{49q^2(q^{3000} - 1)}{(q-1)(q^2+q+1)} \right)$ или

$$\frac{10b_1(q^{3000} - 1)}{(q-1)} = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q-1} \cdot \frac{50q^2 + q + 1}{q^2 + q + 1} \Rightarrow 10q^2 + 10q + 10 = 50q^2 + q + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 40q^2 - 9q - 9 = 0 \Rightarrow q_1 = -\frac{3}{8}; q_2 = \frac{3}{5}. \text{ П.к. все члены ас-}$$

ходной геом. прогр. > 0 , то и $q > 0 \Rightarrow$ мы нашли $\boxed{q = \frac{3}{5}}$

5) Теперь найдём искомую сумму:

$$S_2 = b_1 + 2b_2 + b_3 + 2b_4 + \dots + b_{2999} + 2b_{3000} =$$

$$= b_1(1 + 2q + q^2 + 2q^3 + q^4 + \dots + 2q^{2999}) = b_1(1 + q + q^2 + \dots + q^{2999} + (q + q^3 + \dots + q^{2999}))$$

Сумма $S_3 = q + q^3 + \dots + q^{2999}$ — это сумма членов геом. прогр., где 1-й член равен q , знаменатель равен q^2 , тогда q^{2999} — 1500-й член, тогда $S_3 = \frac{q((q^2)^{1500} - 1)}{q^2 - 1} = \frac{q(q^{3000} - 1)}{(q-1)(q+1)}$

6) Вернёмся, что:

$$S_2 = b_1 \left(\frac{q^{3000} - 1}{q-1} + \frac{q(q^{3000} - 1)}{(q-1)(q+1)} \right) = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q-1} \cdot \left(1 + \frac{q}{q+1} \right) =$$

$$= S \cdot \left(1 + \frac{\frac{3}{5}}{\frac{3}{5} + 1} \right) = S \cdot \left(1 + \frac{3}{3+5} \right) = \frac{11}{8} S = 1,375 S$$

Ответ: увеличится в 1,375 раз.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

1) Заметим, что $x^2 + 10x + 24 = (x+4)(x+6)$ и $\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} = \frac{x+6}{\sqrt{2}}$, т.е. исходное ур-ие $\Leftrightarrow \left(\frac{x+6}{\sqrt{2}}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+4)(x+6)$. Также, если $x = -6$, то $x^3 - 4x + 80 < 0 \Rightarrow x = -6$ не является решением ур-ия $\Rightarrow$ можно сократить на $(x+6)$:

$$\frac{\sqrt{x^3 - 4x + 80}}{\sqrt{2}} = x + 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 4x + 80 = 2(x^2 + 8x + 16) \\ x + 4 > 0 \Leftrightarrow x > -4 \end{cases}$$

2) $x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32 \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$. Используя Т. Безу, выберем целый корень этого ур-ия $x_1 = 4$. Тогда кубический многочлен делится на $(x-4)$. Поделив столбиком, получим ур-ие: $x^2 + 2x - 12 = 0$, решив которое получим корни $x_{2,3} = -1 \pm \sqrt{13}$. Выберем корни из условия $x > -4$. Получим $x_1 = 4$ и $x_2 = \sqrt{13} - 1$.
Ответ: $x_1 = 4$ и $x_2 = \sqrt{13} - 1$.

№4

1) Знак модуля раскрывается следующим образом:
 $|x-2| = \begin{cases} x-2, & x \geq 2 \\ 2-x, & x < 2 \end{cases}$. Используем это, разбив исходное неравенство на два случая, решив их и отобрав корни для промежутков $x \geq 2$ и $x < 2$.

2) Рассмотрим промежуток $x \geq 2$, тогда неравенство приобретёт вид: $2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$. Преобразуем его:

$$x^4 + x^4 - 2x^3 - x^3 + x^2 + x^2 - 4x + 4 + 5x^2 \geq 0 \Leftrightarrow$$

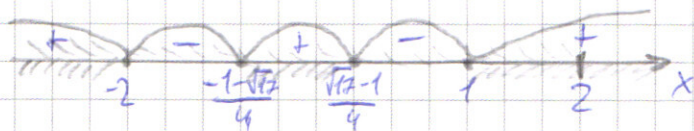
$$\Leftrightarrow (x^4 - x^3 + 5x^2) + (x^4 - 2x^3 + x^2) + (x^2 - 4x + 4) \geq 0 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow x^2(x^2 - x + 5) + x^2(x-1)^2 + (x-2)^2 \geq 0$. Легко заметить, что это неравенство выполняется всегда $\Rightarrow$ при всей промежутке $x \geq 2$ неравенство будет выполняться.

3) Рассмотрим промежуток $x < 2$:

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(2-x) + 4 \geq 0 \Leftrightarrow 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0.$$

Используя Т. Безу для подбора корней этого многочлена найдем ^{целые} корни $x=1$ и $x=-2$, значит многочлен делится на $(x-1)$ и на $(x+2)$. Поделив столбиком получили многочлен $(2x^2 + x - 2)$. Его корни: $x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$. Теперь решим неравенство методом интервалов, учитывая, что мы рассматриваем промежуток $x < 2$.



Остаток объединить этот промежуток с промежутком $[2; +\infty)$.

Ответ: $x \in (-\infty, -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}, \frac{\sqrt{17}-1}{4}\right] \cup [1; +\infty)$.

✓7

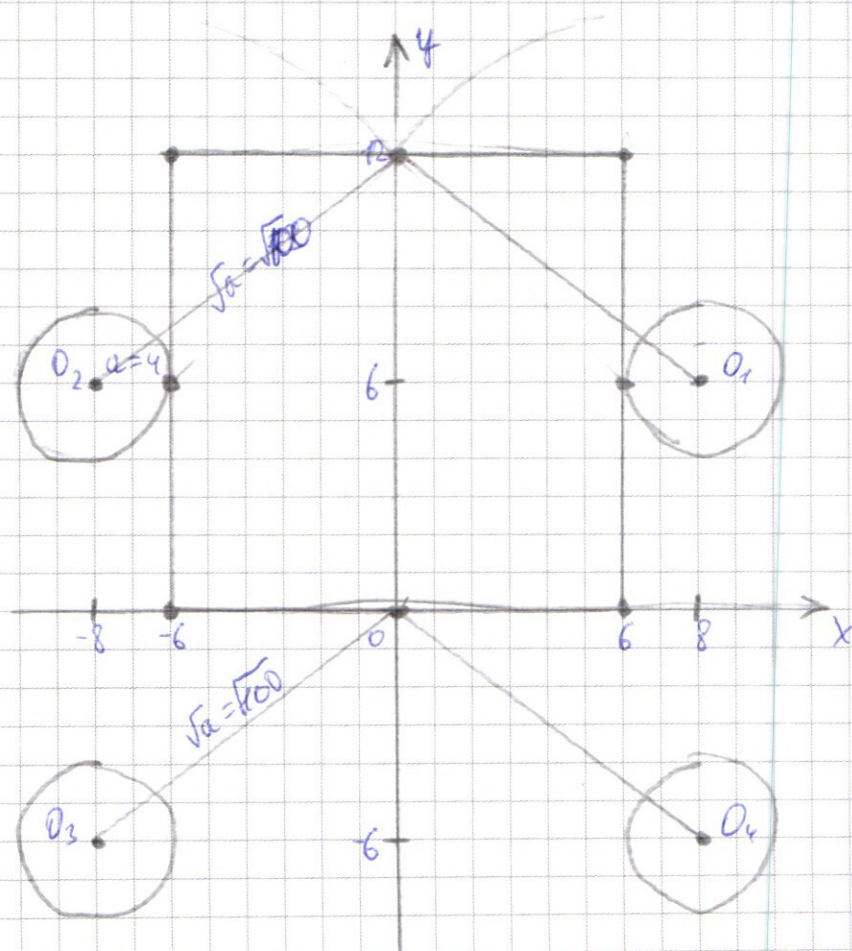
1) Очевидно, что если $a < 0$, то система не имеет решений (сумма квадратов неотрицательна). Легко убедиться, что при $a \neq 0$ решений также нет. Пусть теперь $a > 0$. Решим систему с параметром с помощью координатной плоскости.

2) ① Ур-ие системы на координатной плоскости представляет собой квадрат с вершинами в точках $(-6; 0), (6; 0),$

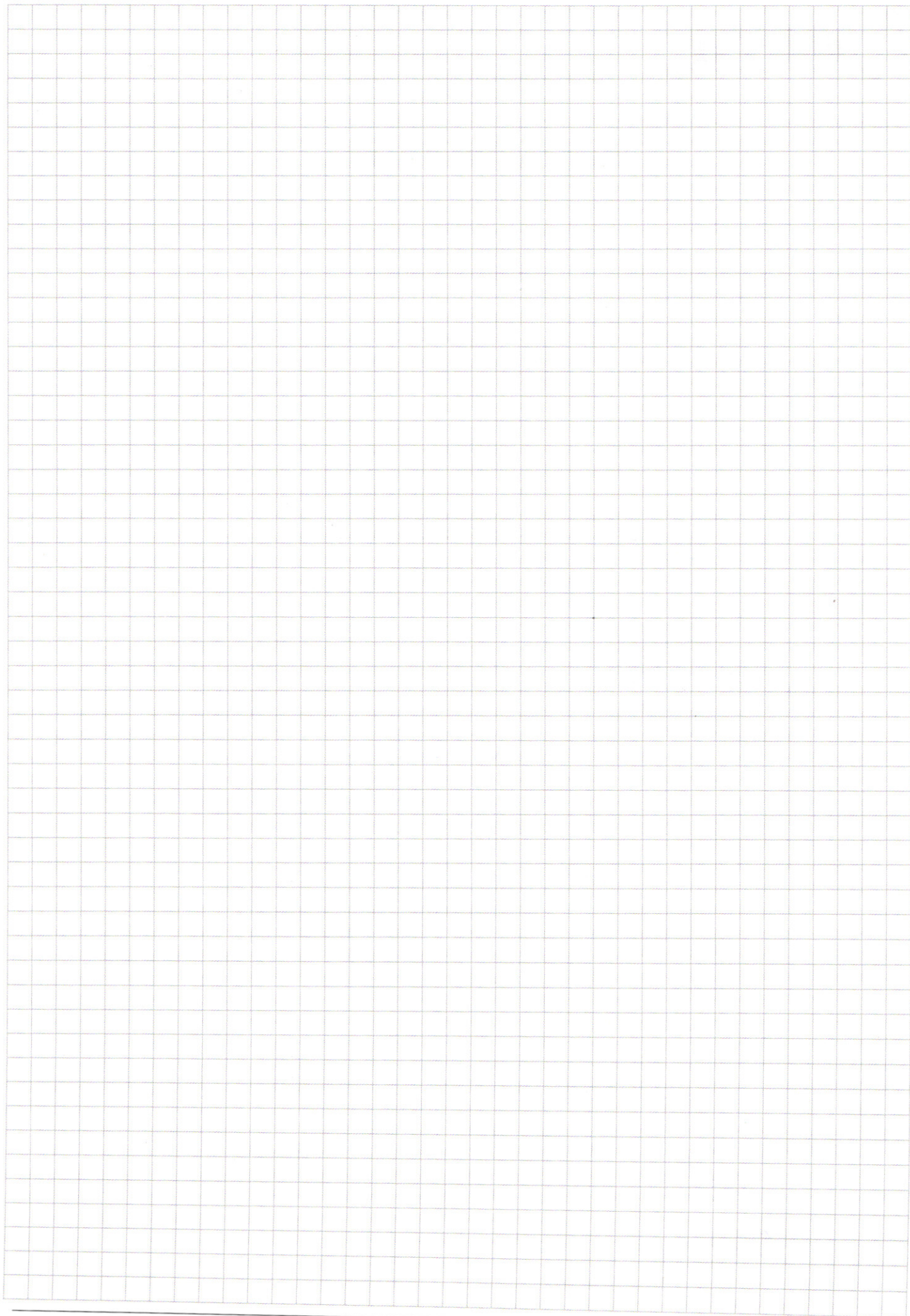
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$(-6, 12)$ и $(6, 12)$. ② ур-е системы представляет собой 4 окр-ти с центрами в точках $O_1(8; 6)$, $O_2(-8; 6)$, $O_3(-8; -6)$ и $O_4(8; -6)$ и с радиусами $\sqrt{a}$, причём каждая окр-ть не выходит за пределы „своей“ четверти (с увеличением радиуса).

3)



На чертеже „отмечаем“ все a , при которых система имеет 2 решения. При $a=4$ окр-ти O_1 и O_2 касаются квадрата. Затем при $4 < a < 100$ окр-ти O_1 и O_2 пересекают квадрат в 4 точках. При $a=100$ система имеет 2 решения в точках $(0, 12)$ и $(0, 0)$.
Ответ: $a=4$ и $a=100$.



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Но есть для любого $x \geq 2$ данное неравенство выполняется.

② $x < 2$: $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(2-x) + 4 \geq 0$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

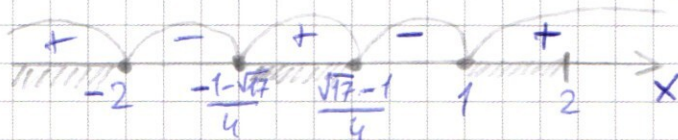
$$(x-1)(2x^3 + 5x^2 - 4) \geq 0$$

$$\begin{array}{r} 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \\ - 2x^4 - 2x^3 \\ \hline 5x^3 - 5x^2 \\ - 5x^3 - 5x^2 \\ \hline -4x + 4 \\ -4x + 4 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2x^3 + 5x^2 - 4 \\ - 2x^3 + 4x^2 \\ \hline x^2 - 4 \\ - x^2 + 2x \\ \hline -2x - 4 \\ -2x - 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^3 + 5x^2 - 4 \\ - 2x^3 + 4x^2 \\ \hline x^2 - 4 \\ - x^2 + 2x \\ \hline -2x - 4 \\ -2x - 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$(x-1)(x+2)(2x^2+x-2) \geq 0$$

$$2x^2 + x - 2 = 0, \quad D = 1 + 16 = 17, \quad x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$



Ответ: $x \in (-\infty, -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}, \frac{\sqrt{17}-1}{4}\right] \cup [1; +\infty)$

№7

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a. \end{cases}$$

решено
а: гра решение

1) Если $a \leq 0$, то система не имеет решений

2) Если $a \geq 0$, то ② ур-ие системы представляет собой систему ^{ур-ий} из 4-х частей, задающих части окр-тей по четвер-тям (у них радиус равен $\sqrt{a}$):

I четверть: $(x-8)^2 + (y-6)^2 = a$

центр $O_1(8; 6)$

II четверть: $(x+8)^2 + (y-6)^2 = a$

центр $O_2(-8; 6)$

III четверть: $(x+8)^2 + (y+6)^2 = a$

центр $O_3(-8; -6)$

IV четверть: $(x-8)^2 + (y+6)^2 = a$

центр $O_4(8; -6)$

Попробуем изобразить ① ур-е системы на коорд. плоскости.

Для этого разделим плоскость на 4 части прямыми

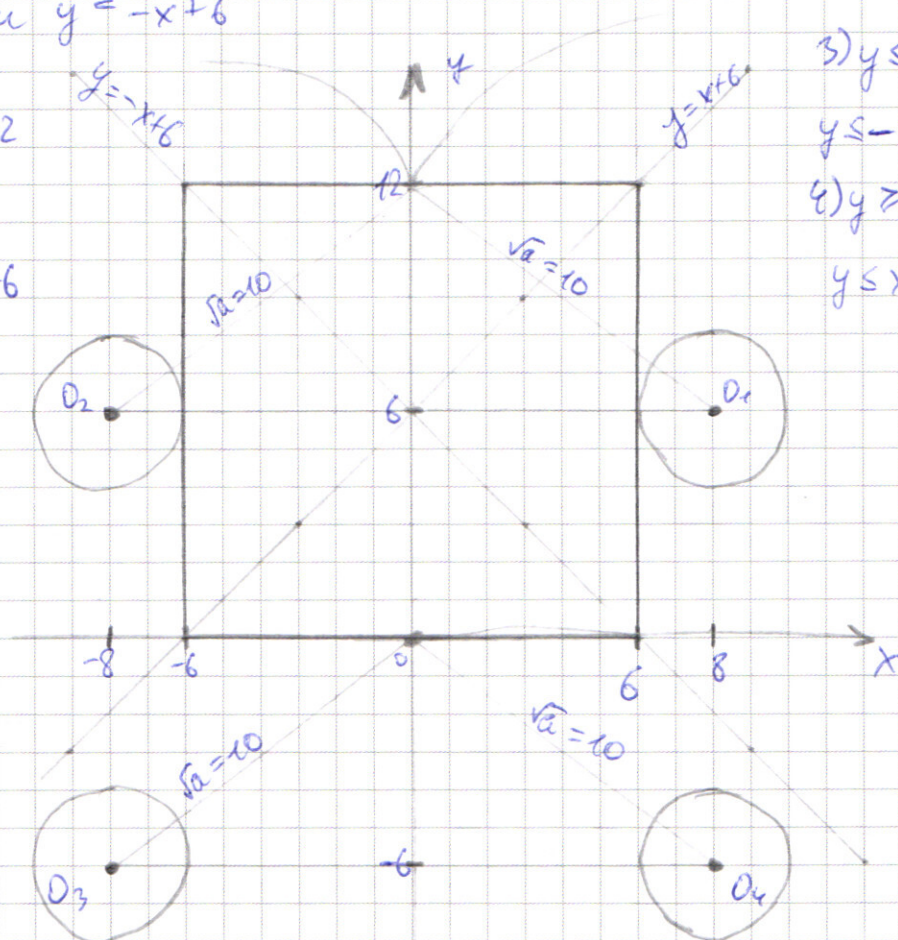
$$y = x + 6 \text{ и } y = -x + 6$$

$$1) y \geq x + 6 \\ y \geq -x + 6 ; y = 12$$

$$2) y \geq x + 6 \\ y \leq -x + 6 ; x = -6$$

$$3) y \leq x + 6 \\ y \leq -x + 6 ; y = 0$$

$$4) y \geq -x + 6 \\ y \leq x + 6 ; x = 6$$



$a < 4$: реш. нет
 $a = 4$: 2 реш. $(-6, 6)$ и $(6, 6)$

При $a > 4$ окр-ты O_1 и O_2 уже будут пересекать квадрат 2 раза каждая, что даёт 4 реш., до момента при $a = 100$. Тогда обе окр-ты O_1 и O_2 пересекают квадрат в точке $(0, 12)$, а обе окр-ты O_3 и O_4 пересекают квадрат в точке $(0, 0)$.

$a = 100$: 2 реш. $(0, 12)$ и $(0, 0)$

При $a > 100$ ни одна из окр-тей не пересечёт квадрат, т.к. они опрашены четвертями.

Ответ: $a = 4, a = 100$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$10q^2 + 10q + 10 = 50q^2 + q + 1 \Rightarrow 40q^2 - 9q - 9 = 0$$

$$D = 81 + 4 \cdot 40 \cdot 9 = 81 + 160 \cdot 9 = 81 + 1440 = 1521 = 39^2$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 39 \\ \hline 351 \\ + 1170 \\ \hline 1521 \end{array}$$

$$q_{1,2} = \frac{9 \pm 39}{80} \Rightarrow q = \frac{48}{80} \Rightarrow \boxed{q = \frac{3}{5}}$$

$$S_2 = b_1 + 2b_2 + b_3 + 2b_4 + \dots + 2b_{3000} = b_1(1 + 2q + q^2 + 2q^3 + \dots + 2q^{2999}) =$$

$$= b_1(1 + q + q^2 + \dots + q^{2999} + (q + q^3 + q^5 + \dots + q^{2999}))$$

$$q + q^3 + q^5 + \dots + q^{2999} = \frac{q(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$S_2 = b_1 \left(\frac{q^{3000} - 1}{q - 1} + \frac{q(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} \right) = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{(q - 1)} \cdot \left(1 + \frac{q}{q + 1} \right) =$$

$$= S \cdot \left(1 + \frac{3}{3 + 5} \right) = S \cdot \left(1 + \frac{3}{8} \right) = \frac{11}{8} S = 1,375 S$$

$$\begin{array}{r} 11 \overline{) 8} \\ 8 \quad 1,375 \\ \hline 30 \\ - 24 \\ \hline 60 \\ - 56 \\ \hline 40 \\ - 40 \\ \hline 0 \end{array}$$

Ответ: увеличится в 1,375 раз.

$\sqrt{3}$

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} \right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24 \Leftrightarrow \left(\frac{x+6}{\sqrt{2}} \right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+6)(x+4)$$

$$x^2 + 10x + 24 = (x+4)(x+6)$$

$$f(x) = x^3 - 4x + 80 \quad f(-4) = (-4)^3 - 4 \cdot (-4) + 80 =$$

Заметим, что $x^3 - 4x + 80 < 0$ при $x = -6 \Rightarrow$ данный $x = -6$ не

звезда решение ур-ия и как (x+6) можно сократить:

$$\frac{\sqrt{x^3-4x+80}}{\sqrt{2}} = x+4 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3-4x+80 = 2(x+4)^2 \\ x+4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -4 \end{cases}$$

$$x^3-4x+80 = 2(x^2+8x+16)$$

$$x^3-4x+80 = 2x^2+16x+32$$

$$x^3-2x^2-20x+48=0$$

$$x=3: 27-18-60+48 \neq 0$$

$$x=4: 64-32-80+48 = 112-112=0$$

$$\begin{array}{r} x^3-2x^2-20x+48 \quad | \quad x-4 \\ x^3-4x^2 \\ \hline -2x^2-20x \\ -2x^2-8x \\ \hline -12x+48 \\ -12x+48 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$x=4 > -4$$

$$x^3-2x^2-20x+48 = (x-4)(x^2+2x-12)$$

$$x^2+2x-12=0, k=1$$

$$\frac{D}{4} = k^2 - ac = 1 + 12 = 13$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{1} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{13} - 1 > -4 \\ x_2 = -\sqrt{13} - 1 < -4 \text{ (не подходит)} \end{cases}$$

Ответ: $x_1=4, x_2=\sqrt{13}-1$.

№4

$$2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4 \geq 0$$

$$|x-2| = \begin{cases} x-2, & x \geq 2 \\ 2-x, & x < 2 \end{cases}$$

① $x \geq 2: 2x^4+x^2-4x-3x^2(x-2)+4 \geq 0$

$$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4 \geq 0, x^4+x^4-2x^3+x^2-x^3+x^2-4x+4 +$$

$$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4=0 \quad +5x^2 \geq 0$$

$$x=2: 32-24+28-8+4 \neq 0$$

$$x^4-x^3+5x^2+x^2(x^2-2x+1) +$$

$$x=4: 512-192+112-16+4 \neq 0$$

$$+(x-2)^2 \geq 0$$

$$x=\frac{1}{2}: \frac{1}{8}-\frac{3}{8}+\frac{7}{4}-\frac{4}{2}+4 = \frac{6}{4}+2 \neq 0$$

$$x^2(x^2-x+5) + x^2(x-1)^2 + (x-2)^2 \geq 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$700 = 7 \cdot 100 = 7 \cdot 4 \cdot 25 = \underline{7 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1} \cancel{\cdot 1} = \underline{7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}$$

Чтобы произведение цифр 8-зн. числа было равно 700, есть 2 случая:

- 1) это все 8-зн. числа, ~~у которых~~ которые состоят из цифр 7, 4, двух 5, четырёх 1.
- 2) это все 8-зн. числа, которые состоят из цифр 7, двух 2, двух 5, трёх 1.

Число I случая. Это кол-во способов выбрать место в числе для цифр 7, 4, 5 и 5 (с заполнением этих цифр положение для четырёх 1 определяется автоматически). Есть 8 способов выбрать место для 7, семь способов выбрать место для 4, 6 способ для первой 5, 5 способ - для второй 5.

$$\text{Кол-во: } \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2!} = 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 6 = 20 \cdot 42 = 840 \text{ чисел (мы поде-}$$

лим на $2 = 2!$, так как два раза прописали числа с одними и теми же положениями пятёрок)

$$\text{Число II случая. Их кол-во: } \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{2! \cdot 2!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680 \text{ чисел}$$

$$840 + 1680 = 2520 \text{ чисел}$$

Ответ: 2520 чисел

№2

Дано: $b_1, b_2, b_3, \dots, b_{3000}$ — геом. прогр. Все члены положительны. Их сумма равна 5. Если члены $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$ увеличить в 50 раз, то S увеличится в 10 раз.

Найти: как изменится S , если члены $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$ увеличить в 2 раза?

~~$$q=1; S=3000b_1 \quad b_1(3000+49000)=52000b_1$$~~

Решение: Пусть q — знаменатель этой прогрессии, тогда ее члены равны $b_1, b_1q, b_1q^2, \dots, b_1q^{2999}$. По условию

$$S = b_1(1 + q + q^2 + \dots + q^{2999}) = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$10S = b_1(1 + q + 50q^2 + q^3 + q^4 + 50q^5 + \dots + q^{2998} + 50q^{2999}) =$$

$$= b_1(1 + q + q^2 + q^3 + \dots + q^{2999} + 49(q^2 + q^5 + q^8 + \dots + q^{2999}))$$

Найдём $S_0 = q^2 + q^5 + q^8 + \dots + q^{2999}$. Это ^{сумма} геом. прогр. с 1-м членом q^2 и знаменателем q^3 . Легко понять, что q^{2999} — 1000-й член

этой прогр., поэтому $S_0 = \frac{q^2(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$. Итак

~~$$\frac{10b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1} = b_1 \left(\frac{q^{3000} - 1}{q - 1} + \frac{49q^2(q^{3000} - 1)}{q - 1} \right)$$~~

~~$$\frac{10b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1} = \frac{b_1(q^{3000} - 1)(1 + 49q^2)}{q - 1} \Rightarrow 10 = 1 + 49q^2, q^2 = \frac{9}{49} \Rightarrow$$~~

~~$$\Rightarrow q = \frac{3}{7}$$~~

~~$$S_2 = b_1 + 2b_2 + b_3 + 2b_4 + \dots + b_{2999} + 2b_{3000} = b_1(1 + 2q + q^2 + 2q^3 + \dots + 2q^{2998}) =$$~~

$$b_1(1 + q + q^2 + q^3 + \dots + q^{2999} + (q + q^3 + q^5 + \dots + q^{2999}))$$

~~$$q + q^3 + q^5 + \dots + q^{2999} = q(q^{3000} - 1)$$~~

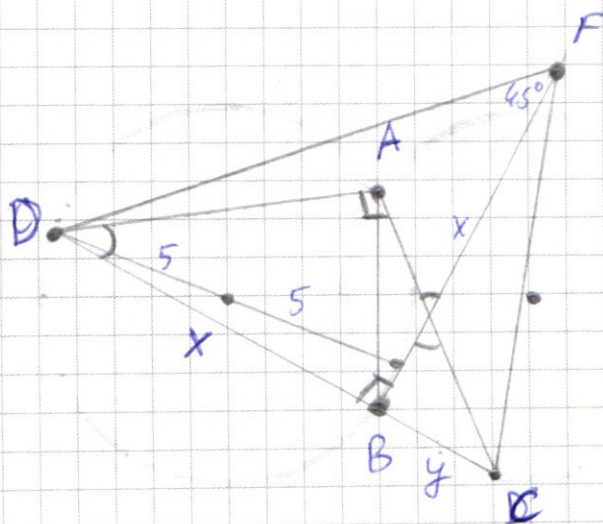
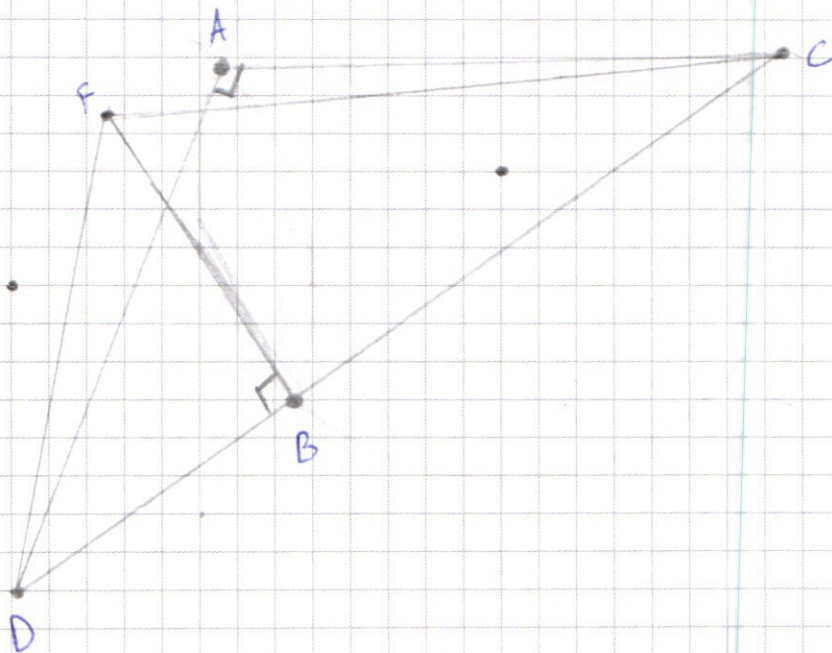
~~$$\frac{10b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1} = b_1 \left(\frac{q^{3000} - 1}{q - 1} + \frac{49q^2(q^{3000} - 1)}{(q - 1)(q^2 + q + 1)} \right)$$~~

~~$$\frac{10b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1} = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{(q - 1)} \cdot \frac{50q^2 + q + 1}{q^2 + q + 1}$$~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

а)



$$BF = BD$$

$$CF = \sqrt{x^2 + y^2}$$

№6

