

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавок против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$700 = 7 \cdot 5^2 \cdot 2^2 \Rightarrow$ число состоит из одной «7», двух «2», двух «5» и трех «1»

Количество перестановок «7»: $C_8^1 = \frac{8!}{7!1!} = 8$

«5»: $C_4^2 = \frac{4!}{5!2!} = 21$

«2»: $C_5^2 = \frac{5!}{2!3!} = 10$

«1»: $C_3^3 = 1$

Количество чисел = $8 \cdot 21 \cdot 10 \cdot 1 = 1680$

Ответ: 1680.

№2

$$S = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$(b_2 = b_1 q; b_3 = b_1 q^2, \dots)$$

Последние члены с номерами: 3: $b_1 q^2, b_1 q^5, \dots, b_1 q^{2999}$

$$b_3 = b_1 q^2; q_3 = q^3$$

$$S_3 = \frac{b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} \rightarrow q^{3000} = (q^3)^{1000} \quad (n = 3000 : 3 = 1000)$$

Увеличили в 50 раз: $50 b_1 q^2, 50 b_1 q^5, \dots \Rightarrow S_3' = \frac{50 b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$

$$S' - S_3 + S_3' = 10S$$

$$\frac{49 b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{(q - 1)(q^2 + q + 1)} = \frac{9 b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$49q^2 = 9q^2 + 9q + 9; 40q^2 - 9q - 9 = 0$$

$$D = 81 + 4 \cdot 40 \cdot 9 = 1521 = 39^2 \Rightarrow q = \frac{9 \pm 39}{2 \cdot 40}$$

$$q = \frac{48}{2 \cdot 40} = 0,6$$

$q > 0$ (все члены > 0)

аналогично: $S_2' = \frac{b_1 q (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$

$$S_2' = \frac{26 b_1 q (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$\text{Увеличенная сумма} = S' = kS$$

$$S - S_2 + S_2' = kS$$

$$\frac{8,9(q^{3000}-1)}{q^2+q+1} = \frac{8,9(q^{3000}-1)}{q+1} (k-1)$$

$$k = \frac{9}{9+1} + 1 = \frac{0,6}{1,6} + 1 = \frac{3}{8} + 1 = 1,375$$

Ответ: увеличится в 1,375 раза

N3

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+4)(x+6)$$

$$(x+6) \left(\sqrt{\frac{x^3 - 4x + 80}{2}} - x - 4 \right) = 0$$

$$\begin{cases} x = -6 \\ \sqrt{\frac{x^3 - 4x + 80}{2}} = x + 4 \end{cases}$$

$$\sqrt{\frac{x^3 - 4x + 80}{2}} = x + 4$$

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ (x-4)(x^2+2x-12) = 0 \end{cases}$$

$$D/4 = 1+12; x = -1 \pm \sqrt{13}$$

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ (x-4)(x+1-\sqrt{13})(x+1+\sqrt{13}) = 0 \\ x = -6 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -1 + \sqrt{13} &> -4 - \text{уд.} \\ -1 - \sqrt{13} &< -4 - \text{не уд.} \end{aligned}$$

$$x = 4; -6; -1 + \sqrt{13}$$

Ответ: $4; -1 + \sqrt{13}; -6$

N4

$$2x^2 + x^2 - 4x - 3x^2 / |x-2| + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^2 / |x-2| + (x-2)^2 \geq 0$$

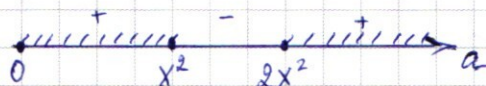
$$|x-2| = a$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$$x^4 - 3ax^2 + 2x^4 \geq 0$$~~

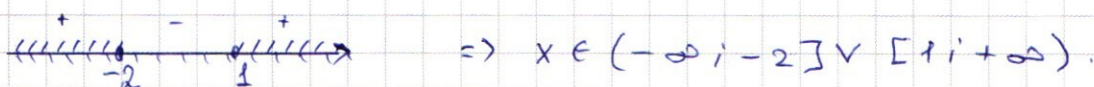
$$D = 9x^4 - 8x^4 = x^4; \quad a = \frac{3x^2 + x^2}{2} = x^2 / 2x^2$$

$$(a - x^2)(a - 2x^2) \geq 0$$



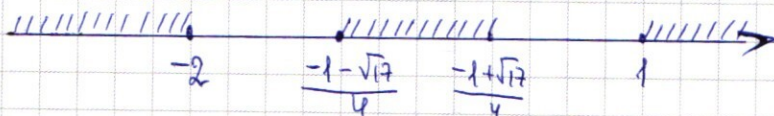
$$\begin{cases} |x-2| \leq x^2 \\ |x-2| \geq 2x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x-2 \leq x^2 \\ x-2 \geq -x^2 \end{cases} \quad (1) \\ \begin{cases} x-2 \geq 2x^2 \\ x-2 \leq -2x^2 \end{cases} \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \begin{cases} x^2 - x + 2 \geq 0 & D = 1 - 8 < 0 \quad \text{при } x=0 \quad \text{выр} > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; +\infty) \\ x^2 + x - 2 \geq 0 & D = 1 + 8 \quad x = \frac{-1 \pm 3}{2} = -2 / 1 \end{cases}$$



$$(2) \begin{cases} 2x^2 - x + 2 \leq 0 & D = 1 - 8 < 0 \quad \text{при } x=0 \quad \text{выр} > 0 \Rightarrow x \in \emptyset \\ 2x^2 + x - 2 \leq 0 & D = 1 + 16 \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \in \left[\frac{-1 - \sqrt{17}}{4}; \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} \right]$$



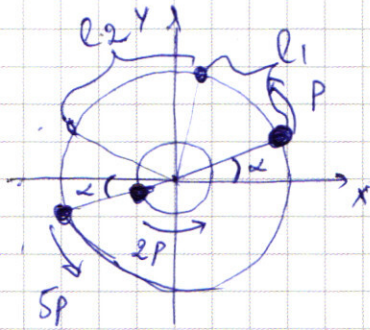
Ответ: $x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1 - \sqrt{17}}{4}; \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} \right] \cup [1; +\infty)$

N5

длина окружности = V длина дуги = p $V = 2p$

радиус окр-ти, по к-рой скользит дуга $r = \sqrt{4 + 4 \cdot 4} = 4\sqrt{2}$

пути: $\Gamma_p = \sqrt{25 + 25 \cdot 4} = 10\sqrt{2}$



$$\frac{-2\sqrt{7}}{-2} = \frac{5\sqrt{7}}{5} = \sqrt{7} = \operatorname{tg} \alpha$$

$\Rightarrow$ водостерка и пук изначально расположены на одной линии, проходящей через $(0;0)$

спроецируем водостерку на окружность, но x -йой скользят пук. В начальном положении они диаметрально противоположны.

Пусть пук за время t_0 пройдет l , тогда водостерка на окр-те Γ_v пройдет lv :

$$l = t_0 \cdot p$$

$$lv = t_0 \cdot 2p \quad \text{и угол } \varphi = \frac{lv}{\Gamma_v}$$

на окружности Γ_p она пройдет тот же угол и расстояние $lv' = \varphi \cdot \Gamma_p$

$$lv' = \frac{lv \cdot \Gamma_p}{\Gamma_v} = \frac{t_0 \cdot 2p \cdot 10\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = 5t_0 \cdot p$$

v' - ~~новая~~ скорость спроецированной водостерки

$$\frac{p}{v'} = \frac{l}{lv'} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow v' = 5p$$

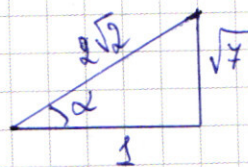
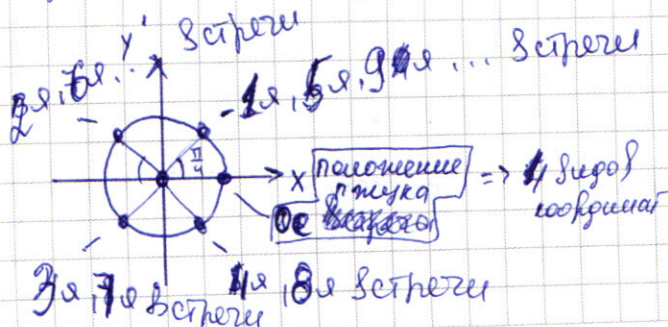
Крайнее расстояние между насекомыми будет в те моменты, когда положение жука совпадает с проекцией водостерки. Пусть пук прошел l_1 . Тогда проекция водостерки нужно пройти $l_1 + \pi$.

$$\frac{l_1}{p} = \frac{l_1 + \pi}{5p} \Rightarrow l_1 = \frac{\pi}{4}$$

В следующий раз они встретятся: пук - l_2 ; водостерка - $l_2 + \pi$

$$\frac{l_2}{p} = \frac{l_2 + 2\pi}{5p} \Rightarrow l_2 = \frac{\pi}{2}$$

дальше ситуация будет повторяться и они будут встречаться через каждые $\frac{\pi}{2}$, пройденные жуком.

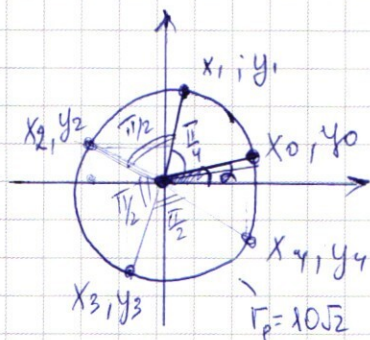


$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{7}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$x_1 = r_p \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \quad y_1 = r_p \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$$

$$x_1 = 10\sqrt{2} \left(\cos\frac{\pi}{4} \cos\alpha - \sin\frac{\pi}{4} \sin\alpha \right) = 10\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} \right) = 10\sqrt{2} \frac{1 - \sqrt{7}}{4} = -5\sqrt{2} \frac{\sqrt{7} - 1}{2}$$

$$y_1 = 10\sqrt{2} \left(\sin\frac{\pi}{4} \cos\alpha + \cos\frac{\pi}{4} \sin\alpha \right) = 10\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} \right) = 5\sqrt{2} \frac{1 + \sqrt{7}}{2}$$

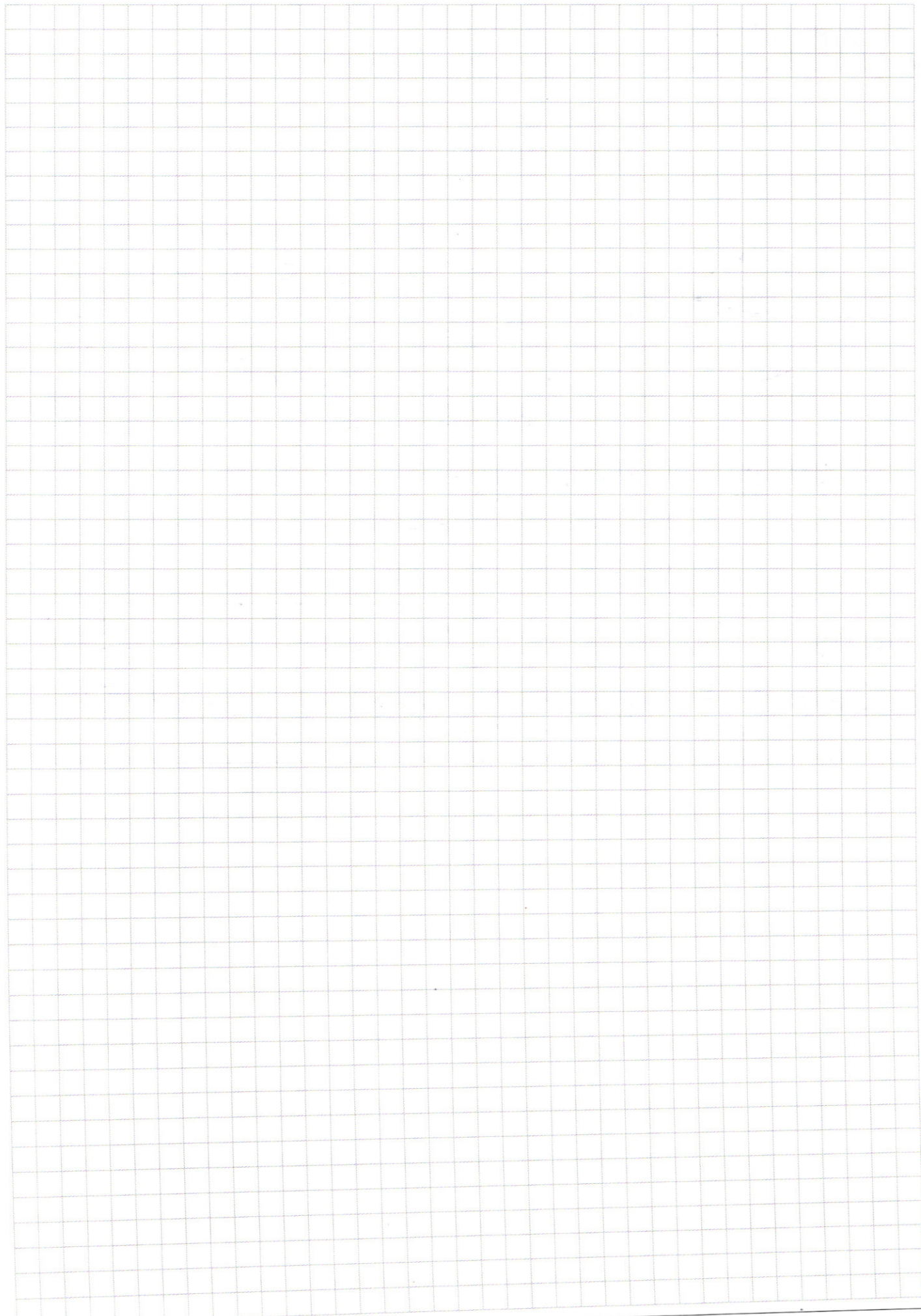
~~Ответ:~~

$$x_2 = -y_1 \quad y_2 = x_1$$

$$x_3 = -x_1 \quad y_3 = -y_1$$

$$x_4 = y_1 \quad y_4 = -x_1$$

Ответ: $\left(5\sqrt{2} \cdot \frac{1 + \sqrt{7}}{2}, 5\sqrt{2} \frac{\sqrt{7} - 1}{2} \right), \left(-5\sqrt{2} \frac{\sqrt{7} - 1}{2}, 5\sqrt{2} \frac{1 + \sqrt{7}}{2} \right),$
 $\left(-5\sqrt{2} \frac{1 + \sqrt{7}}{2}, -5\sqrt{2} \frac{\sqrt{7} - 1}{2} \right), \left(5\sqrt{2} \frac{\sqrt{7} - 1}{2}, -5\sqrt{2} \frac{1 + \sqrt{7}}{2} \right).$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1

$$45522111$$

$$C_8^1 \cdot C_4^2 \cdot C_5^2$$

700	2
350	5
70	2
35	5
7	7
1	

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$\frac{8!}{7!1!} = 8$$

$$\frac{4!6!}{5!2!1!} = 21$$

$$\frac{5!4!5!}{3!2!} = 10$$

$$\times 210$$

$$\boxed{1680}$$

2

$$S = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$b_1 q^2 \quad b_1 q^5 \quad b_1 q^{2999}$$

$$b_{13} = b_1 q^2 \quad q_3 = q^3$$

$$3000 : 3 = 1000 \text{ эл.} \quad n_3 = 1000$$

$$S_3 = \frac{b_1 q^2 \cdot ((q^3)^{1000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$50b_1 q^2 \quad 50b_1 q^5 \quad \dots \quad b_{13}' = 50b_1 q^2$$

$$S_3' = \frac{50b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S - S_3 + S_3' = 10S$$

$$\frac{49b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{(q^3 - 1)(q^2 + q)} = \frac{9b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$49q^2 = 9q^2 + 9 + 9q$$

$$40q^2 - 9q - 9 = 0$$

$$D = 81 + 4 \cdot 40 \cdot 9 = 1521 = 39^2$$

$$b_1 q \quad b_1 q^3 \quad \dots \quad b_1 q^{2999}$$

$$S_2 = \frac{b_1 q (q^2)^{1500} - 1}{q^2 - 1}$$

$$S_2' = \frac{26b_1 q (q^{2000} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$S' = kS$$

$$S - S_2 + S_2' = (S')^?$$

$$\frac{b_1 q (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} = \frac{b_1 (q^{3000} - 1)}{q - 1} (k - 1)$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 160 \\ \times 39 \\ \hline 1440 \\ + 81 \\ \hline 1521 \end{array}$$

$$\frac{12+18+5}{35}$$

45

$$(4) \quad 2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 / |x-2| + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^2 / |x-2| + (x-2)^2 \geq 0$$

$$x-2 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^2 / (x-2) + (x-2)^2 \geq 0$$

$$2x^4 + (x-2)(3x^2 - x + 2) \geq 0$$

$$D = 1 - 1 < 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$x^2(2x^2 - 3x + 6) + (x-2)^2 \geq 0$$

$$D = 9 -$$

$$x-2 < 0$$

$$2x^4 + 3x^2(x-2) + (x-2)^2 \geq 0$$

$$2x^4 + (x-2)(3x^2 + x - 2) \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^2 / |x-2| + (x-2)^2 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^2 \cdot a + a^2 \geq 0$$

$$a^2 - 3ax^2 + 2x^4 \geq 0$$

$$D = 9x^4 - 8x^4 = x^4$$

$$a = \frac{3x^2 \pm x^2}{2} = 2x^2 / 2x^2$$

$$(a - x^2)(a - 2x^2) \geq 0$$

$$(a) \quad \begin{cases} x^2 - x + 2 \geq 0 & D = 1 - 8 < 0 \\ x^2 + x - 2 \geq 0 & D = 1 + 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in (-\infty; +\infty) & x = \frac{-1 \pm 3}{2} = -2/1 \end{cases}$$

$$(x+2)(x-1) \geq 0$$

$$\begin{matrix} + & - & + \\ \hline -2 & & 1 \end{matrix}$$

$$x \in (-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$$

$$\begin{matrix} + & - & + \\ \hline 0 & x^2 & 2x^2 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} |x-2| \leq x^2 \\ |x-2| \geq 2x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x-2| \geq 0 \\ |x+2| \geq 2 \\ |x-2| \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2 \leq x^2 \\ x-2 \geq -x^2 \end{cases} \quad (a)$$

$$\begin{cases} x-2 \geq 2x^2 \\ x-2 \leq -2x^2 \end{cases} \quad (b)$$

$$(b) \quad \begin{cases} 2x^2 - x + 2 \leq 0 & D = 1 - 8 < 0 \\ 2x^2 + x - 2 \leq 0 & D = 1 + 16 \end{cases}$$

$$x' = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$\begin{matrix} + & - & + \\ \hline -1-\sqrt{17} & & -1+\sqrt{17} \\ \hline 4 & & 4 \end{matrix} \quad x \in \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \right]$$

$$\begin{matrix} -1-\sqrt{17} & \times & -2 \\ 4 & & \\ -1-\sqrt{17} & \times & -8 \\ 4 & & \sqrt{17} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} -1+\sqrt{17} & \times & 1 \\ 4 & & \\ -1+\sqrt{17} & \times & 4 \\ \sqrt{17} & & 5 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} + & - & + \\ \hline -2 & & -1-\sqrt{17} & & -1+\sqrt{17} & & 1 \end{matrix}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} q = (k-1)(q+1) \\ 40q^2 - 9q - 9 = 0 \end{cases}$$

$$q = \frac{9 \pm 39}{2 \cdot 40} = \frac{48}{80} = 0,6$$

$$q > 0$$

$$0,6 = (k-1)(0,6+1)$$

$$k-1 = \frac{0,6}{1,6} = \frac{3}{8} = 0,375$$

$$k = 1,375$$

Ускоряется в 1,375 раза

3

$$\left(\frac{x\sqrt{2}}{2} + 3\sqrt{2} \right) \cdot \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (x+6)$$

$$(x+6) \left(\sqrt{\frac{x^3 - 4x + 80}{2}} - x - 4 \right) = 0$$

$$x = -6$$

$$\sqrt{\frac{6^3 - 4 \cdot 6 + 80}{2}} = x + 4$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 & x-4 \\ \hline x^3 - 4x^2 & \\ \hline 2x^2 - 20x + 48 & \\ -2x^2 + 8x & \\ \hline 112 - 12x + 48 & \\ -12x + 48 & \\ \hline 112 & \end{array}$$

$$4: 64 - 32 - 80 + 48 = 0$$

$$(x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$D/4 = 1 + 12$$

$$\begin{cases} x = -1 \pm \sqrt{13} \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ \frac{x^3 - 4x + 80}{2} = x^2 + 16 + 8x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32 \end{cases}$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$x(x-2) - 4(5x-12) = 0$$

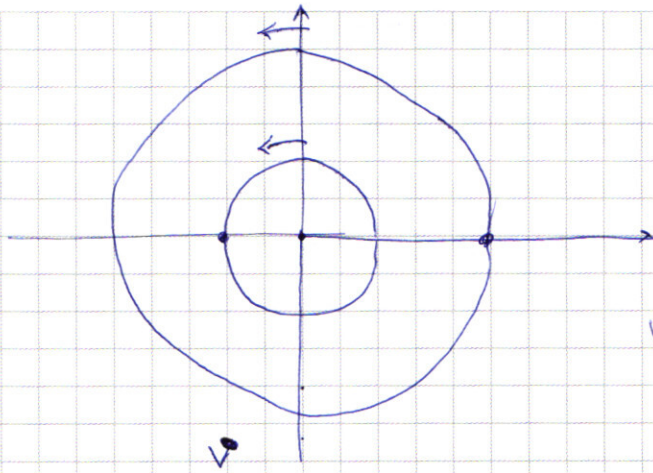
$$2: 8 - 8 - 40 + 48 = 0$$

$$-1 \pm \sqrt{13}$$

$$9 < 13$$

$$-1 - \sqrt{13} \quad -4$$

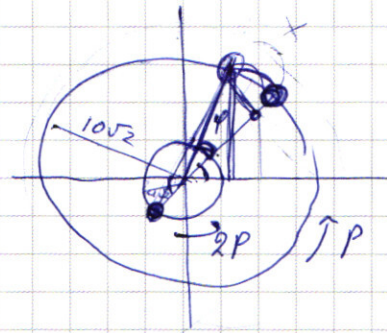
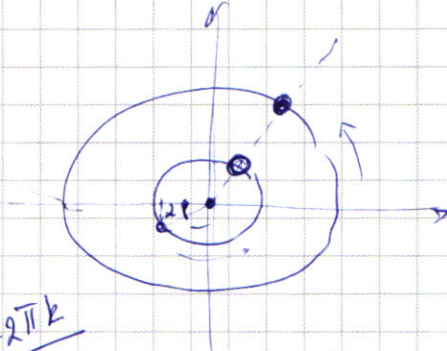
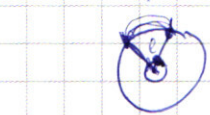
5



$$\begin{aligned} V_{\text{входа}} &= V \\ V_{\text{выхода}} &= p \\ V &= 2p \end{aligned}$$

$$V: \sqrt{\frac{4 + 4 \cdot 7}{28}} = 4\sqrt{2}$$

$$p: \sqrt{25 + 25 \cdot 7} = 10\sqrt{2}$$



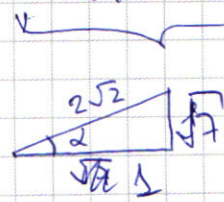
$$\begin{aligned} \frac{x}{p} &= \frac{2p}{2p} \\ l &= 2x \\ l &= (4 + 2\pi k) \\ \frac{l}{p} &= \frac{0,4l + 2\pi k}{2p} \\ 1,6x &= 2\pi k \\ k &= \frac{2\pi k}{1,6} = \frac{5\pi k}{8} = 1,25\pi k \end{aligned}$$



$$\text{tg} \alpha = \sqrt{7}$$

$$\varphi_0 = \varphi + \arctg \sqrt{7}$$

$$x = 10\sqrt{2} \cos(\varphi + \arctg \sqrt{7})$$



$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} \quad \cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned} \cos(\varphi + \alpha) &= \cos \varphi \cos \alpha - \sin \varphi \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1 - \sqrt{7}}{2\sqrt{2}} \right) = \frac{1 - \sqrt{7}}{4} \\ x &= \frac{10\sqrt{2}(\sqrt{7} - 1)}{4} = \frac{5(\sqrt{7} - 1)}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$y = \dots$$

$$\frac{x \cdot 4\sqrt{2}}{10\sqrt{2}} = 0,4x$$

$$\frac{x}{p} = \frac{4\sqrt{2}\pi + 0,4x}{2p}$$

$$0,4 \cdot 1,6x = 4\sqrt{2}\pi$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{0,4} \pi$$

$$\varphi = \frac{\sqrt{2}\pi}{0,4 \cdot 10\sqrt{2}} = \frac{\pi}{4}$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

①

$|y-6-x| + |y-6+x| = 12$

$(1x)$

$\angle CAD = 90^\circ$
 $k=5$
 $FB \perp CD$
 $BF = BD$
 $CF = ?$

$CF^2 = y^2 + x^2$

$2\pi + \pi t = \pi + 5\pi t$
 $2\pi k = \pi + 4\pi t$
 $\pi(2k) = \pi + 4\pi t$

$k=0$

$\frac{l}{p} = \frac{\pi + l}{5p}$
 $4l = \pi$
 $1) l = \frac{\pi}{4}$

$k \cdot \frac{5}{4} \pi = m \cdot 2\pi$
 $5k = 8m$
 $k = \frac{8 \cdot m}{5}$
 $2) \frac{l}{p} = \frac{2\pi + l}{5p}$
 $4l = 2\pi$

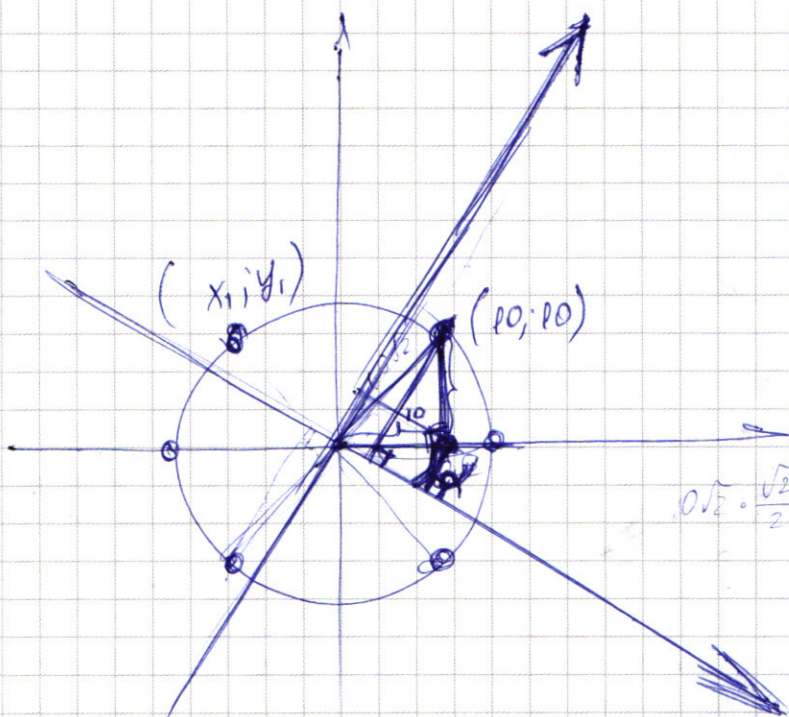
$3) \frac{l}{p} = \frac{2\pi + l}{5p}$
 $4l = 2\pi$

$2\pi + 0,4l = \frac{l}{p}$
 $2\pi = 1,6l$
 $l = \frac{5\pi}{8}$
 $q_1 = \frac{l}{p} = \frac{5\pi}{8p}$

$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{8\sqrt{2}}$

$\frac{(1+2\sqrt{2})\pi}{8\sqrt{2}}$

$k_{min} = 8$



$$\begin{aligned} X_2 &= 10\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} + d\right) = \\ &= 10\sqrt{2} \left(\cos\frac{\pi}{4} \cos d - \sin\frac{\pi}{4} \sin d \right) = \\ &= 10\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} \right) = \\ &= 10\sqrt{2} \cdot \frac{1 - \sqrt{7}}{4} = 5\sqrt{2} \cdot \frac{1 - \sqrt{7}}{2} \end{aligned}$$

$$y_1 = 10\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = 10\sqrt{2} \left(\sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha\right) \\ = 10\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) = 5\sqrt{2} \frac{1+\sqrt{7}}{2}$$

$$\begin{aligned} x_2 &= -5\sqrt{2} \frac{1+\sqrt{7}}{2} ; y_2 = 5\sqrt{2} \frac{1-\sqrt{7}}{2} \\ x_3 &= -5\sqrt{2} \frac{1-\sqrt{7}}{2} ; y_3 = -5\sqrt{2} \frac{1+\sqrt{7}}{2} \\ x_4 &= 5\sqrt{2} \frac{1+\sqrt{7}}{2} ; y_4 = -5\sqrt{2} \frac{1-\sqrt{7}}{2} \end{aligned}$$

$$x_3 = -5\sqrt{2} \cdot \frac{1-\sqrt{7}}{2} \quad ; \quad y_3 = -5\sqrt{2} \cdot \frac{1+\sqrt{7}}{2}$$

$$x_4 = 5\sqrt{2} \frac{1+\sqrt{3}}{2} ; y_4 = -5\sqrt{2} \frac{1-\sqrt{3}}{2}$$