

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
боты без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавок против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$abcdefgh = 200$$

$$200 = 350 \cdot 2 = 50 \cdot 2 \cdot 2 = 10 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 = 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2, \text{ значит}$$

число состоит из 1, 1, 1, 2, 2, 5, 5, 2 или 1, 1, 1, 1, 4, 5, 5, 2, значит

$$\Delta N = N_1 + N_2 = \frac{8!}{3! \cdot 2! \cdot 2!} + \frac{8!}{4! \cdot 2!} = \frac{42000}{24} + \frac{8!}{48} = \frac{126000}{48} = \frac{63000}{24} =$$

$$= \frac{21000}{8} = \frac{10500}{4} = 2625$$

Ответ: 2625 чисел

№2

$$S = \frac{b_0(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$10S = S + 49 \frac{b_0 q^2 (q^{3\frac{n}{2}} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$\frac{9}{q-1} = \frac{49q^2}{q^3-1}; q \neq 1$$

$$9q^3 - 9 = 49q^3 - 49q^2; 40q^3 - 49q^2 + 9 = 0$$

$$\begin{array}{r|l} 40q^3 - 49q^2 + 9 & q-1 \\ \underline{40q^3 - 40q^2} & 40q^2 - 9q + 9 \\ -9q^2 + 9 & \\ \underline{-9q^2 + 9q} & -9q + 9 \\ -9q + 9 & \\ \underline{-9q + 9} & 0 \end{array} \quad q_1 = 1;$$

$$40q^2 - 9q - 9 = 0; \sqrt{D} = 39;$$

$$q_1 = -\frac{3}{8} - \text{не ур., т.к. все члены прогрессии больше нуля}$$

$$q_2 = \frac{3}{5}$$

Пусть x — ^{отн-е} суммарно прогрессии из четного числа q раз к сумме

кон. геом. прогр.

$$xS = S + \frac{bq(q^{2\frac{n}{2}} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$\frac{(x-1)b(q^n - 1)}{q-1} = \frac{bq(q^n - 1)}{(q-1)(q+1)}$$

$$x-1 = \frac{q}{q+1};$$

$$x = \frac{q}{q+1} + 1 = \frac{0.6}{1.6} + 1 = \frac{22}{16} = \frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$$

Ответ: увеличится в $1\frac{3}{8}$ раз

15

радиус окружности $R_1 = 10\sqrt{2}$, радиус r водометри-
ч $\sqrt{2}$, $\frac{R}{r} = 2,5$ $\frac{S_1}{S_2} = 2 \Rightarrow \omega_m = 5\omega_n$, значит, за то время, пока
тук пройдет половину своей окр, водометри пройдет 5.

Координаты мин. расстояния между ними (водометри и тука):
(2; $2\sqrt{2}$) и (5; $5\sqrt{2}$); (-2; $-2\sqrt{2}$) и (-5; $-5\sqrt{2}$), расстояние будет
равно $R-r$ и будет равно $6\sqrt{2}$; пока ω_m пройдет $\frac{1}{4}$ своей окр и пройдет $\frac{1}{4}$ своей, ω_n .

Ответ: $6\sqrt{2}$; (2; $2\sqrt{2}$) и (5; $5\sqrt{2}$); (-2; $-2\sqrt{2}$) и (-5; $-5\sqrt{2}$)

PS пока тука пройдет $\frac{1}{4}$ своей ^{окр.} водометри пройдет $\frac{5}{4}$ своей
окр, ω_n координата с мин. расст. (-5; $5\sqrt{2}$) и (-2; $2\sqrt{2}$); (2; $-2\sqrt{2}$) и (5; $-5\sqrt{2}$)

Ответ: $6\sqrt{2}$; (2; $2\sqrt{2}$) и (5; $5\sqrt{2}$); (-2; $-2\sqrt{2}$); (2; $2\sqrt{2}$); (-5; $-5\sqrt{2}$);
(-2; $-2\sqrt{2}$) и (5; $-5\sqrt{2}$);

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24; \quad x^3 - 4x + 80 \geq 0$$

$$(x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2} (x^2 + 10x + 24); \quad x^2 + 10x + 24 = 0$$

$$(x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2} (x+4)(x+6)$$

корни: -4, -6

$x^3 - 4x + 80$ при $x = -6$ меньше нуля, зн.

$$x^2 + 10x + 24 = (x+4)(x+6)$$

$$x \neq -6$$

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2} (x+4)$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$x_1 = 4; \quad \begin{array}{r|l} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 & x-4 \\ \hline x^3 - 4x^2 & \\ \hline 2x^2 + 20x + 48 & \\ -2x^2 - 8x & \\ \hline -12x + 48 & \\ -12x + 48 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 & x-4 \\ \hline x^2 + 2x - 12 & \end{array}$$

$$(x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$x^2 + 2x - 12 = 0; \quad \sqrt{D} = 2\sqrt{13}$$

$$x_1 = \frac{2(-1-\sqrt{13})}{2} = -1-\sqrt{13}$$

$$x_2 = \sqrt{13} - 1$$

Ответ: 4, $-1-\sqrt{13}$, $\sqrt{13}-1$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 | x-2 | + 4 \geq 0$$

Пусть $x \geq 2$, тогда

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$x^3(2x-3) + (7x^2 - 4x + 4) \geq 0$$

так как $x \geq 2$, значит $x^3(2x-3) > 0$

$y = 7x^2 - 4x + 4$; $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{7}$; $y_0 = \frac{24}{7}$, функция возр., зн. $7x^2 - 4x + 4 > 0$,
значит при $x \geq 2$ выражение $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4$ строго больше 0

Пусть $x < 2$, тогда $2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$

$$(2x^4 + 3x^3 - 5x^2) - 4(x-1) \geq 0$$

$$2x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$x_1 = 1; x_2 = -2,5$$

$$2x^2(x-1)(x+2,5) - 4(x-1) \geq 0$$

$$(x^2(x+2,5) - 4)(x-1) \geq 0$$

$$x-1 \leq 0, \text{ значит } 2x^2(x+2,5) - 4 \leq 0$$

$$2x^3 + 5x^2 - 4 \leq 0$$

$$x_1 = -2; \begin{array}{r} 2x^3 + 5x^2 - 4 \mid x+2 \\ \underline{2x^3 + 4x^2} \\ x^2 - 4 \\ \underline{x^2 - 2x} \\ +2x - 4 \\ \underline{-2x + 4} \\ 0 \end{array}$$

$(2x^2 + x - 2)(x+2) \leq 0$; $x+2 \leq 0$, зн. Пусть $x+2 > 0$, тогда

$$2x^2 + x - 2 \leq 0;$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{17}$$

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4}; x_2 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}, \text{ зн. } x \in \left[\frac{-1 - \sqrt{17}}{4}; 2 \right)$$

Пусть $x+2 \leq 0$, тогда $2x^2 + x - 2 \geq 0$

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4}; x_2 = \frac{\sqrt{17} - 1}{4}; x \in (-\infty; -2]$$

Ответ: $x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1 - \sqrt{17}}{4}; +\infty \right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

0,2 ПК $(5\sqrt{2} + 2\sqrt{2})^2 = 183 + 80$
 $10; d = 20\sqrt{2}; \frac{20\sqrt{2}}{4}$
 $\sqrt{2} = 1\sqrt{1}$
 $R_2 = \sqrt{2} = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$
 $R_1 = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ $10\sqrt{2}$ **(2,5\sqrt{2})**
 $OS = 15\sqrt{2}$ $5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$
 $6\sqrt{2}$
 $\frac{48}{80} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

$40q^3 = 49q^2 + 9 \frac{q-1}{40q^2+9q+9}$
 $-9q^2 + 9$
 $\frac{-9q+9}{9q-9}$
 $\frac{18}{18}$

$\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = 2\sqrt{2}$
 $\sqrt{1521} = 39$
 $40q^2 - 9q - 9$
 $q_1 = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$
 $\sqrt{6} \cdot 92$

$x^2 + y^2 = R^2$
 $(5+5\sqrt{2})$
 $2 \cdot 1100$

$ly - 6 - x + ly - 6 + x = 12$
 $(x-8)^2 + (y-6)^2 = 5$ 36
 $x^2 - 16x + 64 + y^2 - 12y + 36 = a$
 $x^2 + y^2 + 100 - 16x - 12y = a$
 $\text{Пусть } y = 6, \text{ тогда}$
 $2|x| = 12; x = \pm 6$

$4 + 9 = 13$ **(13)**
 $\frac{9}{q-1} = \frac{49q^2}{q^3-1}$
 $9q^3 - 9 = 49q^2 - 49q^2$
 $40q^3 - 49q^2 + 9 \frac{q-1}{40q^2+9q+9}$
 $-40q^3 - 40q^2$
 $\frac{9q^2+9}{-9q^2+9q}$
 $\frac{49q^2}{q-1} = \frac{49q^2}{(q+1)(q^2+q+1)}$
 $\frac{49q^2(q-1)}{5(q^2+q+1)}$

$\frac{29}{q+1} = x$ $\frac{29 \cdot 18q(q^2+q+1)}{1998(q-1)}$
 $\frac{x}{q-1} = \frac{29 \cdot 18q^3}{q^2-1}$
 $x = \frac{18q^3}{q^2-1} + 1 = \frac{18q^3 + q^2 - 1}{q^2-1} = \frac{18q^3 + q^2 - 1}{32-16}$

$$y=6; x=\pm 6; 9 \leq y$$

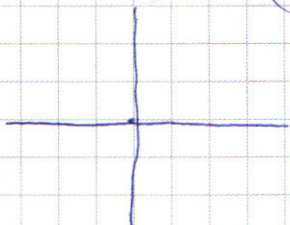
$$(y-6-x)^2 - (y-6+x)^2 = 12(|y-6-x| - |y-6+x|)$$

$$x^2 - 16|x| + 100$$

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = R^2$$

$$L_1=0, L_2=1; 5L_2=1,$$

центр в центре (6,8) $cR = \sqrt{a}$



пусть $x \geq 0$, тогда пусть $y-6 > 0$,

пусть $x \geq y-6$, тогда

$$x+6-y+x+6+x=12$$

$$x=6;$$

$$y^2 - 12|y| + 40 = a = 0$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{144 + 160 - 4a} > 0$$

пусть

$$|y-6-x|=a; |y-6+x|=b$$

$$a+b=12$$

$$a^2 + ab + b^2 = 144$$

пусть $y-6 = a$, тогда $y \geq 0$, тогда

$$|a-x| + |a+x| = 12$$

$$(|x-2|)^2 + \frac{c}{R^2} = a;$$

2|a| пусть $a > x$, тогда $a-x=6$

$$a-x=6$$

$$a \geq 0$$

$$y+x=6; x=6-y$$

$$(y-6)^2 = a - (|x|-2)^2$$

$$y > 6; x > 0;$$

$$x < 0;$$

$$y=12$$

$$x^2 \pm 8x + 100 - a = 0$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{64 \pm 400 - 4a} \geq 0;$$

$$(y-6)^2 = y^2 - 12y + 36$$

$$a <$$

$$\sqrt{(b+x)^2} + \sqrt{(b-x)^2} = \sqrt{b^2 + 2bx + x^2} + \sqrt{b^2 - 2bx + x^2} = 12$$

$$\sqrt{y^2 - 12y + 36 + 2yx \mp 12x + x^2} + \sqrt{y^2 + 12y + 36 \mp 2yx + 12x + x^2} = 12$$

$$(x+y)^2 - 12(x+y+3)$$

$$(x-y)^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sqrt{1}$
~~abcde f g h~~ = 200, $abcde f g h = x$

$$200 = 350 \cdot 2 = 2 \cdot 5 \cdot 20 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 10 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 = 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

в числе x прие. 2, 2, 5, 2, 5 или 4, 5, 5, 2

1) 2, 2, 5, 5, 2

1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
5	5	5	5	5	5	5	5
2	2	2	2	2	2	2	2

кон-во:

(10)

11122; 11212; 12112; 21112;

11221; 12211; 12121 2

12121; 21211; 22111

21121;

11122552

$$8! = 125 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 8 = 42000$$

22552; 25252;

2: 2552; 5252; 2552
5252

8!

$$\frac{42000}{2! \cdot 2! \cdot 3! \cdot 2} = \frac{42000}{2 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 2} = \frac{42000}{48} = 875$$

$$\frac{8!}{4! \cdot 2!} = \frac{42000}{24 \cdot 2} = \frac{42000}{48} = 875$$

$$1250 + 875 = 2125$$

123; 123; 213; 132; 231; 312; 321

1234; 1234; 1243; 1324; 1342; 1423; 1432
 $\times 4 = 24$

121; 112; 121; 211;

1121; 1112; 1121; 1211; 2111

на 1: 1 1: 1 1: 1 4! = 24

11112 11122552

1221; 11122; 1212; 2112;
1221; 2121;
2211;

$$4! = 24;$$

$$\frac{6!}{2! \cdot 2!} = \frac{720}{4} = 180$$

11122: 11122; 11212;

12112; 21112;

11221; 12211; 22111;

$\times 4$: 1: 112252

*3

2: 1112255

1223; 1223; 1232; 1322; 3122

1: 223; 232; 322

2: 123; 132; 213; 231; 312; 321

3: 122; 212; 221

$$\frac{12}{n(n-1)} \quad \frac{24}{n(n-1)}$$

$$b_n = b_1 q^n$$

$$1; 2; 4; 8; 16; 32$$

$$S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$q_0 = q; q_1 = q^2$$

$$2999 = \frac{3(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$2999 = 2^n - 1$$

$$1000 = 2^n$$

$$2n + 3 = 2992$$

$$n = \frac{2992 - 3}{2} =$$

$$1497 \Rightarrow$$

$$499$$

$$S_0 + 49 b_3 + 49 b_6 + \dots$$

$$S_0 + 49(b_3 q^2) + 49(b_6 q^5) + \dots + 49(b_9 q^{2992}) =$$

$$10S_0; 9S_0 = 49 b_3 q^2 (1 + q^3 + q^6 + q^9 + \dots + q^{2992}) \rightarrow$$

$$S + 2(b_3 q^2 + b_6 q^5 + \dots + b_9 q^{2992}) =$$

$$= S + 2 b_3 q^2 (1 + q^3 + q^6 + q^9 + \dots + q^{2992})$$

$$9S = 49 b_3 q^2 (1 + q^3 + \dots + q^{2992})$$

$$= 49 b_3 q^2 (1 + q^3 + q^6 + q^9 + \dots + q^{2992})$$

$$= 49 b_3 q^2 (1 + q^3) (1 + q^6 + q^{12} + \dots + q^{2994})$$

$$2 b_3 q^2 = (1 + q^3) (1 + q^6 + q^{12} + \dots + q^{2994})$$

$$1 + q^3 + q^6 + \dots = (1 + q^3) (1 + q^6 + q^{12} + \dots + q^{2994})$$

$$= (1 + q^3) (1 + q^6) (1 + q^{12}) (1 + q^{24}) (1 + q^{48}) (1 + q^{96}) \dots$$

$$3q^n = 3000; q = 10; n = 10$$

$$2999 = \frac{1+a}{2} n;$$

$$5998 = (1+a)n$$

$$S = 2 b_3 q^2 + 49 b_3 q^2 + 49 b_3 q^5 + 49 b_3 q^8 + \dots + 49 b_3 q^{2992} = (49 b_3 q^2) (1 + q^3 + q^6 + \dots + q^{2992})$$

$$= 49 b_3 q^2 (1 + q^3) (1 + q^6 + q^{12} + \dots + q^{2994}) = 49 b_3 q^2 (1 + q^3) (1 + q^6) (1 + q^{12} + q^{24} + \dots + q^{2994})$$

$$= (1 + q^{12}) (1 + q^{24}) (q^{48} + 1)$$

$$2997 = \frac{3(q^n - 1)}{q - 1} = 3(2^n - 1); 999 = 2^n - 1; 1000 = 2^n$$

$$\frac{2996}{12} = \frac{1998}{6} = \frac{665}{3} = \frac{2988}{12} = \frac{1494}{6} = \frac{242}{3} = 229$$

$$2999 - 3 - 6 = \frac{3 + (n-1)3}{2} n = 0$$

$$5998 = 3 + (n-1)3; 3n = 5998; n = 666$$

$$2992 = 3(q^n - 1) =$$

$$2926 - 48$$

$$1494 = \frac{3(q^n - 1)}{2}; 999 = 2^n$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$g \frac{b(q^{3000} - 1)}{q - 1} = \frac{4g \cdot b q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$\frac{5}{2} (x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80}$$

~~$$\frac{52}{2} \sqrt{x^3 - 4x - 80} = x + 4$$~~

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$(x+6)\sqrt{x^3-4x+20} = 2(x+6)(x+4)$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$x_1 = 2$$

$$\begin{array}{r|rr|r} 1 & -2 & -20 & 48 \\ \hline 2 & 2 & & \end{array}$$
$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$x_1 = 4$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 \quad | x - 4 \\ -x^3 + 4x^2 \\ \hline 2x^2 - 20x + 48 \\ -2x^2 + 8x - 32 \\ \hline -12x + 80 \\ +12x - 48 \\ \hline 32 \end{array}$$

$$(x-2)(10x-24)=0$$

$$x^3 + x^2 + 6x - 4x^2 - 9x - 29 = 0$$

$x = 2,4$

$$(x^2 + x + 6)(x - 4) = 0$$

$$S_0 = 9 \cdot \frac{6(9^2 - 1)}{9 - 1} =$$

$$= \frac{6q^2(a^3 - 1)}{q^3 - 1} \cdot 49$$

$$\frac{9}{9-1} = \frac{499}{9^3 - 1}$$

$$\begin{array}{r} 99^3 - 1 = 99^3 - 99^2 + 99^2 - 1 \\ 99^2(99 - 1) + (99^2 - 1) \\ 99^2(99 - 1) + (99 - 1)(99 + 1) \\ (99 - 1)(99^2 + 99 + 1 + 99 + 1) \\ (99 - 1)(99^2 + 2 \cdot 99 + 1) \\ (99 - 1)(99 + 1)^2 \\ 98 \cdot 100^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 \mid x^2 - 4 \\ -x^3 + 2x^2 \\ \hline -4x^2 - 20x + 48 \\ +4x^2 - 4 \\ \hline -20x + 48 \\ +20x - 40 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 \quad | \quad x+2 \\ \underline{-x^3 - 2x^2} \\ -4x^2 - 20x + 48 \end{array}$$

$$-4(x+2)(x^2+5x-12)=0$$

$$\sqrt{9} = \sqrt{23}$$

~~$$\sqrt{D} = \sqrt{1168}$$~~

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 & x-4 \\ \hline 2x^2 - 20x + 48 & \\ \hline -x^2 - 10x + 24 & \\ \hline -2x^2 - 8x & \\ \hline -12x + 48 & \end{array}$$

$$(x-1)^2(x-4) = 0$$

$$x^3 + 2x^2 - x - 4x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$\frac{x \cdot (2x-1)}{1} = 2^{n+1} \cdot 3$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 2x^2 - x - 4x^2 - 8x + 4 \\ \hline x^3 + 3x^2 \end{array}$$

$$(x^2 + x - 2)(x-4) = 0$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$x^3 + 2x^2 - 12x - 4x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$x^2 + 2x - 12 = 0$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$x = 4$$

Всего: 999 999

$x > 2$:

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$x^3(2x-3) + 2\left(x^2 - \frac{4}{x} + \frac{4}{x^3}\right) \geq 0$$

$x < 2$:

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$5x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 4\sqrt{6}}{10} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{6}}{5}$$

$$x^2(2x^2 + 3x - 5) = 0$$

$$\sqrt{D} = 7$$

$$x_1 = 1;$$

$$x_2 = -2.5$$

$$2x^2(x-1)(x+2.5) - 4(x-1) \geq 0$$

$$(2x^2 - 4)(2x^2(x+2.5) - 4)(x-1) \geq 0 \Rightarrow 2x^2(x+2.5) \leq 0$$

$$x^2(2x+5) \leq 4$$

$$2x^3 + 5x^2 - 4 \leq 0$$

$$x_1 = -2;$$

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 + 5x^2 - 4 & x+2 \\ \hline 2x^3 + 4x^2 & \\ \hline x^2 - 4 & \\ \hline x^2 + 2x & \\ \hline -2x - 4 & \end{array}$$

$$3 \cdot 2^n$$

$$999 = 3 \cdot 2^n$$

$$3 \cdot 2^{n-1} = 3 \cdot 2^{n+1}$$

$$3 \cdot 2^n$$