

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФ]

Бланк задания должен быть вложен в рз
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавок против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8$ - цифры восьмизначного числа, значит.

$$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 \cdot a_7 \cdot a_8 = 700$$

$$700 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

2, 2, 5, 5, 7, 1, 1, 1 - цифры восьмизначного числа.

$$C_8^3 = \frac{8!}{3! \cdot 5!} = 112 - \text{количество способов расставить "1"}$$

на 8 позиций.

$$C_5^2 = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 10 - \text{количество способов на оставшиеся}$$

места расставить цифры "2".

$$C_3^2 = \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 3 - \text{количество способов расставить цифры "5"}$$

на оставшиеся позиции.

$$C_1^1 = 1 - \text{количество способов расставить цифру "7"}$$

Поэтому количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700:

$$112 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 1 = 3360.$$

Ответ: 3360 чисел.

№2

$$1) S = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$2) 10S = b_1 + b_2 + 50b_3 + \dots + 50b_{3000} = S + 49(b_3 + b_6 + \dots + b_{3000})$$

$$b_3 + b_6 + \dots + b_{3000} = \frac{b_3(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = \frac{b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{(q - 1)(q + q^2 + 1)} = \frac{q^2}{q^2 + q + 1} \cdot S$$

$$9S = 49S \cdot \frac{q^2}{q^2 + q + 1}$$

$$49q^2 = 9q^2 + 9q + 9$$

$$40q^2 - 9q - 9 = 0$$

$$D = 81 + 1440 = 1521 = 39^2$$

$$q = \frac{9 \pm 39}{80}; q > 0, \text{ т.к. все члены прогрессии положи-}$$

$$q = \frac{48}{80}$$

$$q = 0,6$$

S_2 - искомая сумма.

$$S_2 = b_1 + 2b_2 + b_3 + 2b_4 + \dots + 2b_{3000} = S + (b_2 + b_4 + b_6 + \dots + b_{3000})$$

$$b_2 + b_4 + \dots + b_{3000} = \frac{b_2(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} = \frac{b_1 q (q^{3000} - 1)}{(q - 1)(q + 1)} = \frac{qS}{q + 1} =$$

$$= \frac{0,6S}{1,6} = \frac{3}{8}S$$

$$S_2 = S + \frac{3}{8}S = \frac{11}{8}S$$

Ответ. Сумма увеличится в $\frac{11}{8}$ раз

№4

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 | x - 2 | + 4 \geq 0$$

1) $x \neq 2$, тогда

$$(x^2 - 4x + 4) + (2x^4 - 3x^2(x - 2)) \geq 0$$

$$(x - 2)^2 + x^2(2x^2 - 3x + 6) \geq 0$$

$$(x - 2)^2 \geq 0$$

$$x^2 \geq 0$$

$$2x^2 - 3x + 6 \geq 0$$

Значит неравенство выполняется всегда.

2) $x = 2$, тогда

$$32 + 4 - 8 + 4 = 32 > 0, \text{ значит неравенство выполняется}$$

при $x = 2$

3) $x < 2$, тогда

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2x^4 + x^2 - 4x + 3x^3 - 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr|r} 2 & 3 & -5 & -4 & 4 \\ 1 & 2 & 5 & 0 & -4 & 0 \end{array}$$

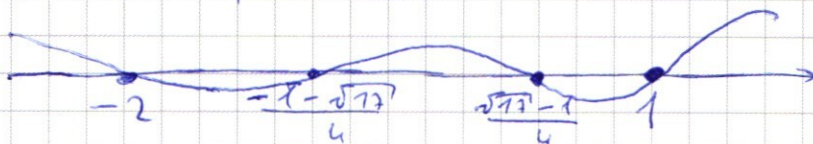
$$(x-1)(2x^3+5x^2-4)=0$$

$$\begin{array}{r|rrrr|r} 2 & 5 & 0 & -4 \\ -2 & 2 & 1 & -2 & 0 \end{array}$$

$$(x-1)(x+2)(2x^2+x-2) \geq 0$$

$$D = 1 + 16 = (\sqrt{17})^2$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$



$$\begin{cases} x \in \mathbb{R}(-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{\sqrt{17}-1}{4} \right] \cup [1; +\infty) \\ x < 2 \end{cases}$$

Значит неравенство выполняется при $x \in \mathbb{R}(-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{\sqrt{17}-1}{4} \right] \cup [1; +\infty)$.

Ответ: $\mathbb{R}(-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{\sqrt{17}-1}{4} \right] \cup [1; +\infty)$.

✓

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ (|x+8|)^2 + (|y-6|)^2 = a \end{cases}$$

Если $a < 0$, то корней нет.

Если $a \geq 0$, то ^{второе уравнение имеет} ~~одна~~ ^{четыре} ~~корней~~ ^{корней}.

Значит рассмотрим случаи, когда

$$|y-6-x|+|y-6+x|=12.$$

Пусть $y-6=t$, тогда

$$|t-x|+|t+x|=12$$

Уравнение имеет два корня только если $t=0$ или $x=0$ (в остальных случаях для любого x и t можно подобрать бесконечно много пар).

Если $x=0$, то,

$$|t|+|t|=12$$

$$|t|=6$$

$$\begin{cases} t=6 \\ t=-6 \end{cases} \begin{cases} y=12 \\ y=-4 \end{cases}$$

$$\text{Тогда } a = 8^2 + 6^2 = 100.$$

Если $t=0$, то, $y=6$.

$$|-x|+|x|=12$$

$$|x|=6$$

$$\begin{cases} x=6 \\ x=-6 \end{cases}, \text{ тогда } a = 4 + 0 = 4.$$

Значит при $a=100$ или $a=4$ ур-е системы имеет ровно два решения.

Ответ. $a=4$; $a=100$.

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} \stackrel{N3}{=} x^2 + 10x + 24, \quad x^3 - 4x + 80 \geq 0.$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+6)(x+4).$$

$$x+6=0, \quad x=-6, \text{ тогда}$$

$x^3 - 4x + 80 = -216 + 24 + 80 \leq 0$; уравнение не имеет смысла, значит $x=-6$ не является решением уравнения

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2} (x + 4) \quad (1)$$

$$x^3 - 4x + 80 = 0 \quad (2)$$

$$(2): x^3 - 4x + 80 = 0$$

$$x(x^2 - 4) = -80$$

$$x(x - 2)(x + 2) = -80$$

~~*x, x-2, x+2 - числа отличающиеся друг от друга на 2,
например -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99~~

$$1): x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x - 48 = 0$$

$$x^3 - 4x + 80 = 0 \quad (1)$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x - 48 = 0 \quad (2)$$

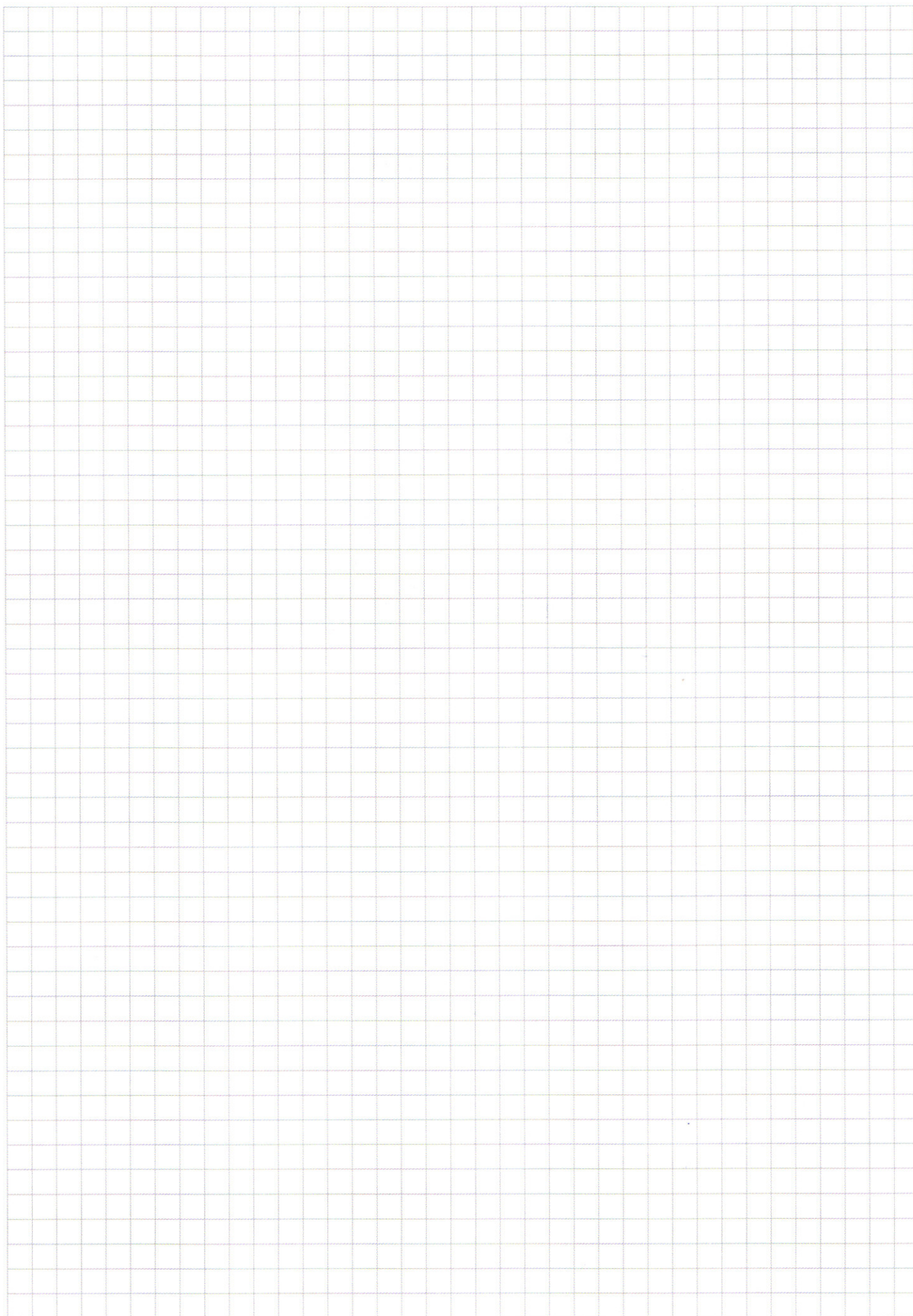
Для обеих уравнений:

$$(x^2 + ax + b)(x + c) = 0$$

$$x^3 + cx^2 + ax^2 + acx + bx + bc = 0$$

$$(1): \begin{cases} a + c = 0 \\ b + ac = -4 \\ bc = 80 \end{cases}$$

$$(2): \begin{cases} a + c = -2 \\ ac + b = -20 \\ bc = -48 \end{cases}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1.

abcde fgh

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h = 700.$$

$$700 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1.$$

1 2 5 2 5 7 1 1

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} =$$

$$C_8^3 = \frac{8!}{3! \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{3} = 112. \text{ — Рассчитать единицы.}$$

$$C_5^2 = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10. \text{ — Рассчитать двойки.}$$

$$C_3^2 = \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 3.$$

1

$$112 \cdot 10 \cdot 3 = \underline{3360}.$$

ответ, 3360.

N2.

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} \right) \sqrt{x^2 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24.$$

$$\text{ОДЗ: } x^2 - 4x + 80 \geq 0.$$

	1	0	-4	80
4	1	4	12	
8	1	8	60	
5	1	5	21	
-4	1	-4	12	
-80	1	-80		

$$\begin{aligned} x^2 (x^2 + ax + b)(x + c) &= \\ &= x^3 + cx^2 + ax^2 + acx + bx + bc \\ &= x^3 + cx^2 + ax^2 + acx + bx + bc \\ &= x^3 + cx^2 + ax^2 + acx + bx + bc \end{aligned}$$

$$x^3 + (a+80)x^2 + (ac+bx+80).$$

$$a = -80.$$

$$b - 6400 = -4; b = 6396.$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{x}{2} + 3 \right) \sqrt{x^2 - 4x + 80} = (x+6)(x+4).$$

$$(x^2 + 6396x + 80)(x + 80) = 0$$

$$x^3 + 6x^2 + 8x - 80 = 0$$

$$(x^2 - 80x + 6396)(x + 80) = 0$$

$$\begin{array}{r|rrr} 1 & 6 & 8 & -80 \\ \hline 5 & 1 & 11 & \end{array}$$

$$bc = 80$$

$$a + c = 0$$

$$ac + b = -4$$

$$c = c = -a$$

$$-ab = 80$$

$$a = -a^2 + b = -4$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} a & b & a+c=0 & bc=80 & ac \\ \hline a & b & a+c=0 & bc=80 & ac \end{array}$$

$$-ab = -80$$

$$b = a^2 - 4$$

$$a^3 - 4a + 80 = 0$$

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(x-2) + 4 \geq 0$$

$$1) x \geq 2$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 - 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

	2	-3	-7	-4	4
2	2	1	-5	-4	
-2	2	-7	7		
$\frac{1}{2}$	2	-2	-8	-8	0

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)(2x^3 - 2x^2 - 8x - 8) = 0$$

$$x^3 - x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$x^2(x-1)$$

	1	1	-4	-4
2	1	1	-2	
-2	1	-3	2	
$\frac{1}{2}$	1	3	8	

$$x^2(x-1) - 4(x+1) = 0$$

$$x(x^2 - 4) - (x^2 + 4) = 0$$

$$x^3 - 4x^2 + 4x - 1 - x^2 - 8x - 3 = 0$$

$$(x-1)^3 + (3x+1)(x-3) = 0$$

$$36 \cdot 6 = 180 + 36 = 216$$

$$(x+4)\sqrt{2} = \sqrt{x^3 - 4x} \sqrt{\frac{x^3}{2} - 2x + 40}$$

$$2x^4 + 3x^3 - 6x^2$$

$$x^2(2x^2 + 3x - 6)$$

$$D = 9 + 48 = \sqrt{57}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{57}}{4}$$

$$x = -\frac{5}{2}$$

$$32 + 4 + 8x - 3 \cdot 4 \cdot 4 = -48 + 48 = 0$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$2x^4 + x^2 - 4x + 3x^3 - 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$= 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^3 - x^2 - 4x - 4 = 0.$$

$$x^3 - 8 - x^2 - 4x + 4 = 0,$$

$$(x-2)(x^2+2x+4) - (x^2+4x-4) = 0.$$

$$x^3(x^2-4) - ((x+2)^2 - 4x) = 0.$$

$$x(x-2)(x+2) - (x+2)^2 + 4x = 0.$$

$$(x-2)(x^2+2x-x^2-4x) + 4x = 0.$$

$$(x-2)(x^2+x^2-2x) + 4x = 0.$$

$$(x-2)(x+2)(x-1) + 4x = 0$$

	1	-1	-4	-4
$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}-1$	$-2\sqrt{2}$	
$2\sqrt{2}$	1	$2\sqrt{2}-1$	$4-2\sqrt{2}$	
$-2\sqrt{2}$	1	$-2\sqrt{2}-1$		
$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}-1$		

$$x^3 - 4x = x^2 + 4.$$

$$x(x^2-4) = x^2+4.$$

$$\frac{x(x^2-4)}{x^2+4} = 1.$$

$$\frac{x(x^2-16)}{(x^2+4)^2} = 1.$$

$$x = \frac{x^2+4}{x^2-4} = \frac{x^2-4+8}{x^2-4} = 1 + \frac{8}{x^2-4}.$$

$$8 \geq x^2-4$$

$$x = 1 +$$

$$x \geq 2$$

$$x > 2$$

$$\frac{D}{4} = 4 + 4 = (2\sqrt{2})^2$$

$$|y-6-x| + |y-6+x| = 12$$

$$|t-x| + |t+x| = 12$$

$$1) t \geq x \quad t-x \geq 0, \quad t+x \geq 0.$$

$$x = 12$$

$$t = 6.$$

$$y-6=6; y=12.$$

$$(12; 0), (12; 1)$$

$$2) t-x \geq 0$$

$$t+x \leq 0.$$

$$t-x-t-x=12$$

$$-x=-6$$

$$t-x \text{ любое.}$$

$$3) t-x \leq 0$$

$$t+x \geq 0.$$

$$-t+x+t+x=12$$

$$2x=12$$

$$x=6$$

$$t-x \text{ любое.}$$

$$4) t-x \leq 0$$

$$t+x \leq 0.$$

$$-t+x-t-x=12$$

$$|y-6-x| = |y-6+x| \rightarrow t=6$$

$$|t-x| = |t+x|$$

$$1) t=0; 2) x=0.$$

$$x = 1 + \frac{8}{x^2-4}$$

$$1 + \frac{8}{x^2-4} = 1 + \frac{8}{(1 + \frac{8}{x^2-4})^2 - 4} =$$

№ 7.

$$|y-6-x| + |y-6+x| = 12.$$

$$a \geq 0$$

$$(x-8)^2 + (y-6)^2 = a.$$

$$x^2 - 16x + 64 + y^2 - 12y + 36 = a.$$

$$x^2 - 16x + y^2 - 12y + 100 = a.$$

$$5 \leq x \leq 25$$

$$|x-5| = 12.5$$

$$y^2 + 36 + x^2 - 12y - 2xy + 12x + y^2 +$$

$$y-6=t.$$

$$|t-x| + |t+x| = 12.$$

$$t^2 - 2tx + x^2 + t^2 + 2tx + x^2 + 2|t-x||t+x| = 12$$

$$(t^2 + x^2) -$$

$$x^2 + t^2 + |t-x||t+x| = 6.$$

$$x^2 + t^2 + 1$$

$$6 - x^2 - t^2 = |t-x||t+x| \quad (t^2 - x^2)^2$$

$$36$$

$$36 + x^2 + t^2 - 12x^2 - 12t^2 + 2x^2t^2 = 12 - 2x^2t^2 +$$

$$12$$

$$18 - 12(x^2 + t^2) + 2x^2t^2 = 0.$$

$$9 = 3(x^2 + t^2) + x^2t^2.$$

$$3x^2 + x^2t^2 + 3t^2 - 9 = 0$$

$$x^2(t^2 + 3) + 3(t^2 - 3) = 0$$

$$x^2 = \frac{3(3-t^2)}{t^2+3}$$

$$x^2 = \frac{-3(t^2+3-6)}{t^2+3} = -3 + \frac{18}{t^2+3}$$

$$t^2 - 3 \leq 0$$

$$(y-6)^2 \in [3; 30]$$

$$t^2 \leq 3 \quad t \in (-\sqrt{3}; \sqrt{3})$$

$$y \leq 9 \quad -\sqrt{3} \leq y-6 \leq \sqrt{3}$$

$$y \geq 3 \quad 6-\sqrt{3} \leq y \leq 6+\sqrt{3}.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$a = (|x| - 8)^2$$

$$a = 1$$

$$|x| - 8 = 1$$

$$|x| - 8 = -1$$

$$|x| = 9$$

$$|x| = 7$$

$$x^2 = -3 + \frac{18}{t^2 + 3}$$

$$t^2 + 3 \in [0; 3]$$

$$t^2 \in [0; 3]$$

$$t^2 \in [3; 6]$$

$$x^2 = -3 + 6 = 3$$

$$x^2 = -3 + 3 = 0$$

$$x^2 \in [0; 3]$$

$$|x| \in [0; \sqrt{3}]$$

$$|x| \in [0; \sqrt{3}] ; y \in [6 - \sqrt{3}; 6 + \sqrt{3}]$$

$$(|x| - 8)^2 = a - z$$

$$8 - \sqrt{3} \leq (|x| - 8)^2 \leq 64$$

$$a - z \in$$

$$61 - 16\sqrt{3} \leq a - z \leq 64$$

$$61 - 16\sqrt{3} \leq a \leq 67$$

$$a = 0$$

$$a - z = 0 ; z = 0 ; a = 0$$

$$\begin{cases} x = -8 \\ x = 8 \end{cases}$$

$$3) x = 8$$

$$1) z = 0$$

$$y = 6$$

$$x =$$

$$|x| + |x| = 12$$

$$x = 12$$

$$2|x| = 12$$

$$x = 6 \text{ или } x = -6$$

$$a = 4$$

$$2) x = 0$$

$$|y - 6| + |y - 6| = 12$$

$$|y - 6| = 6$$

$$y = 12$$

$$y = 0$$

$$a = 100$$

$$x =$$

$$x = 6 - x$$

$$|x - x| + |x + x| = 12$$

$$x = 6$$

$$y = 7$$

$$y = 7$$

$$1) y = 6, x = 6, x = -6, a = 4$$

$$2) x = 0.$$

$$2|y - 6| = 12$$

$$|y - 6| = 6.$$

$$y = 0.$$

$$y = 12, a = 100.$$

$$3) x = 8.$$

$$|y - 14| + |y - 2| = 12.$$

$$y > 14.$$

$$y - 14 + y - 2 = 12.$$

$$y = 14.$$

$$y \in [2; 14]$$

$$-14 + y + y - 2 = 12.$$

$$y \in (-\infty; 2)$$

$$-y - 14 - y + 2 = 12.$$

$$-2y = -4.$$

$$y = 2.$$

№3

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24.$$

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 6x + 18\right)(x^3 - 4x + 80) = x^4 + 100x^2 + 576 + 20x^3 + 48x + 480x$$

$$x^4 =$$

$$(x^2 + 12x + 36)(x^3 - 4x + 80) = (x + 6)(x + 4)$$

$$(x + 6)^2 (x^3 - 4x + 80) = (x + 6)^2 (x + 4)^2$$

$$x + 6 = 0; x = -6. \text{ подставляем.}$$

$$(x + 6)^2$$

$$x^3 - 4x + 80 = x^2 + 8x + 16$$

$$x^3 - x^2 - 12x + 64 = 0.$$

	1	-1	-12	64
4	1	3	0	
8	1	7		

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x + 4.$$

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2}(x + 4)$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32.$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0.$$

	1	2	-20	48
4	1	2	-4	
6	1	4	4	
-6	1	-8	28	
-1	1	-6	4	

8
8 16 28.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x^2 + 8 = x^2 + \frac{8(x^2 - 4)}{x^2 - 4} = 1 + \frac{16}{x^2 - 4} + \frac{64}{(x^2 - 4)^2 - 4}$

$8 = 1 + \frac{16}{t} + \frac{64}{t^2 - 4}$
 $t^3 = t - 3t^2 + 16t + 64$
 $t^3 + 3t^2 - 16t - 64 = 0$

1	3	-16	-64
4	1	7	12
-4	1	-1	-12
-8	1	-5	24
8	1	1	

$(y-5)(y-3)(y-1) = 0$
 $= x^3 + 4x^2 + 2x^2 + 8x = 2x(x+2)(x+4)$

$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(x-2) + 4 \geq 0$
 $(x-2)^2 + 2x^4 - 3x^2(x-2) \geq 0$
 $1x - 2(1x - 2 - 3x^2) + 2x^4 \geq 0$
 $-3x^2 - x + 2 = 0$
 $3x^2 + x - 2 = 0$
 $x \in (-\infty; 2]$

$D = 1 + 24 = 5^2$
 $x = \frac{-1 \pm 5}{6}$
 $x = -1$
 $x = \frac{2}{3}$

$-1(x-2)((x+1)(3x-2)) + 2x^4 \geq 0$
 $2x^4 \geq (x-2)(x+1)(3x-2)$
 $2x^4 - 3x^3 - 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$

$1 + \frac{8}{t} = 1 + \frac{8 \cdot 122 \cdot 225}{(1 + \frac{8}{t})^2 - 4}$
 $\frac{1}{t} = \frac{1}{(1 + \frac{8}{t})^2 - 4}$
 $t = (1 + \frac{8}{t})^2 - 4$
 $t = 1 + \frac{16}{t} + \frac{64}{t^2} - 4$

$x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1 + x^3 - 13x^2 + 3$
 $= x^4 - 3x^3 - 7x^2 - 4x + 4$
 $2x = 9 - 8 = 1$
 $x = \frac{1}{2}$
 $x = -2$
 $x = 5$
 $(x-2)^2 + x^2(2x^2 - 3x + 6) \geq 0$
 $162 + 9 - 12 - 27 + 4$
 $x \in (-\infty; +\infty)$
 $x(x-2)(x+2) = -80$
 $80 = 4 \cdot 4 \cdot 5$
 $\frac{80}{15} = \frac{20}{3}$
 $1, 3, 5, 15$

$$b_1, b_2, \dots, b_{3000}$$

$$S =$$

$$S = b_1 + b_2 + \dots + b_{3000}$$

$$S_1 = 10S = b_1 + b_2 + 50b_3 + b_4 + b_5 + 50b_6 + \dots + 50b_{3000} = S + 49(b_3 + b_6 + \dots + b_{3000})$$

$$9S = 49(b_3 + b_6 + \dots + b_{3000})$$

$$b_6 = b_3 q^3$$

$$b_{3000} =$$

$$b_9 = b_3 q^6$$

$$b_{3000} \cdot b_1 = b_3 q^{n-3}$$

$$9S = 49b_3(q^3 + q^6 + \dots +$$

$$S = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$9S = \frac{49b_3(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = \frac{49b_1 q^2 (q^{3000} - 1)}{(q^3 - 1)(q^2 + q + 1)}$$

$$q = q^2$$

$$9S = \frac{49q^2 S}{q^2 + q + 1}$$

$$49q^2 = 9q^2 + 9q + 9$$

$$8q^2 - 9q + 9 = 0$$

$$D = 81 -$$

$$40q^2 - 9q - 9 = 0$$

$$D = 81 + 444 = 225 = 15^2$$

$$q = \frac{9 \pm 15}{80}$$

$$q = \frac{24}{80} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

$$2b_2 + 2(b_2 + b_4 + \dots + b_{3000})$$

$$S_2 = 2 \cdot \frac{b_2(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} = 2 \cdot \frac{b_1 q (q^{3000} - 1)}{(q - 1)(q + 1)} = 2 \cdot \frac{qS}{q + 1}$$

$$S_2 = \frac{2 \cdot 0,3}{1,3} S = \frac{6}{13} S$$

$$|t - x| + |t + x| = 12$$

$$\begin{cases} 2t = 12 \\ -2x = 12 \\ -2t = 12 \end{cases} \begin{cases} t = 6 \\ t = -6 \\ x = -6 \end{cases}$$

$$x = -6$$

$$t - \text{модуль}$$

$$|y| + |y - 12| = 12$$

$$y - 12 \leq 0$$

$$y \leq 12$$

$$y = y \leq 12$$

→

$$\begin{array}{r} 1521 \overline{) 9} \\ - 9 \\ \hline 62 \\ - 54 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$169 \cdot 9 = 13 \cdot 3 = 39^2$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ - 39 \\ \hline 1351 \\ 117 \\ \hline 1521 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2}(x+4)$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$x(x^2 + ax + b) + ((2-a)x^2 + (-20-b)x + 48) = 0$$

$$\begin{cases} a+b+1=0 \\ b=-20 \\ a-2-a-20-b+48=0 \end{cases}$$

$$a+b+1=0 \quad a+b+1=0$$

$$b=-20$$

$$a-2-a-20-b+48=0$$

$$a=-3$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+48}}{2}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 + 40b + 208}}{2}$$

$$\begin{aligned} 6^2 + 40b + 400 - 492 &= \\ &= 6^2 + 40b + 208 \\ b &= -23 \end{aligned}$$

$$b + 23 \pm \sqrt{b^2 + 40b + 208} = \pm \sqrt{b^2 + 12}$$

$$x(x^2 - 3a - 13) + (x^2 + 3a + 48) = 0$$

$$x = 0 \quad 0 = 9 + 92 = \sqrt{101}$$

$$0 =$$

$$\begin{array}{r} 223 \\ -23 \\ \hline 469 \\ -46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2}(x+4)$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2(x^2 + 8x + 16)$$

$$x^3 + 64x - 68x + 80 = 2(x+4)^2$$

$$x(x+4)(x^2 - 4x + 16) + 80 - 68x = 2(x+4)^2$$

$$(x+4)(x^3 - 4x)$$

$$(x+4)(x^2 - 6x - 8) + 4(3x + 20) = 0$$

$$x(x^2 - 16) + 12x + 80 = 2(x+4)^2$$

$$x(x-4)(x+4) - 2(x+4)^2 + 12x -$$

$$(x+4)(x^2 - 4x - 2x + 8) + 12x + 80$$

$$\sqrt[3]{y} (\sqrt[3]{y} + 2)(\sqrt[3]{y} + 4) = y + 6\sqrt[3]{y^2} + 8\sqrt[3]{y} = 80$$

$$3\sqrt[3]{y^2} + 4\sqrt[3]{y} - \text{целое число}$$

$$\sqrt[3]{27y^2} + \sqrt[3]{8y} - \text{целое}$$

$$x(x^2 + 6x + 8) + (6x^2 + (-4)x + 80)$$

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{38}$$

$$x^3 + 8 + x^3 - x^2 - 4x - 1$$

$$1 - 4 - 1$$

$$(x^3 + 64) - 4x + 16 = 0$$

$$(x^3 + 4)(x^2 + 4x + 16) - 4(x - 4) = 0$$

$$(x + 4)(x + 4)x + 16 - 4(x - 4) = 0$$

$$x + 4 = t$$

$$x = t - 4$$

$$t(t - 4)(t - 4) + 16 - 4(t - 8) = 0$$

$$t^3 - 4t^2 + 16t - 4t + 32 = 0$$

$$t^3 - 4t^2 + 12t + 32 = 0$$

1	-4	12	32
-4	1	-8	20
-2	1		

$$b = 21$$

$$1764 - 1600 = 164$$

$$x = \frac{42 \pm 11}{2} = 16; 5, \quad b = 22$$

$$x = \frac{42 \pm 11}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

$$x^3 - 4x + 80$$

$$x(x^2 - 4x + 80) + (6x^2 - 4x + 80)$$

$$x^3 - 4x + 80$$

$$x(x^2 - 6x + 80) + (6x^2 - 84x + 80)$$

$$D = 6^2 - 320 \geq 0$$

$$b = 42^2 - 80b \geq 0$$

$$42$$

$$-42$$

$$84$$

$$168$$

$$1764$$

$$1764 \geq 80b$$

$$b \leq \frac{1764}{80}$$

$$\frac{1764}{80} = 22$$

$$b = 19$$

$$b = 20$$

$$b = 21$$

$$b = 22$$

$$\frac{22}{80} = 0.275$$