

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в р/с
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавок против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
- б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~1

$$700 \approx 7 \cdot 10^2 \cdot 5^1$$

1. $K_1 = 1 \Rightarrow$ 6 минут
 2. $K_2 = 1 \Rightarrow$ 5 минут
 3. $K_3 = 1$ или $K_3 = 7$. Значит
 4. остав. время 12" либо 0"

1 км. — 1 км - 4 : 7 км - 5 ; 7 км - 2 ; 3 км - 1.
 Это означает что из 6 км для 4.
 для из ост. 4 для "5" и для из ост
 5 для "7"

$$\text{vol. of cube} = C_1^3 \cdot C_2^3 \cdot C_3^3 = 8 \cdot \frac{8 \cdot 4}{2} \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} =$$
$$= 8 \cdot 20 \cdot 10 = 2240 \text{ cm}^3 = 8 \cdot 21 \cdot 10 = 1680$$

Тут — тут-4, тут-5, тут-4, тут-1.
 Это вопрос, оро из олет ша, "7"
~~Я~~ Я из 4 гл "5" и оро из оет
 5 гл "4"

$$\text{now to mol}_1 = C_8^1 \cdot C_7^2 \cdot C_5^1 = 8 \cdot \frac{8 \cdot 7}{2} \cdot 5 =$$

$$= 40 \cdot 21 = 840$$

bilro merobro- $1680 + 640 = 2520$
Dmbrm: 2570 muer.

 $\sqrt{3}$

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 60} = x^2 + 10x + 14$$

$$\left(\frac{x+6}{\sqrt{2}}\right) (\sqrt{x^3 - 4x + 60}) = x^2 + 10x + 14$$

$$\left(\frac{x+6}{\sqrt{2}}\right) (\sqrt{x^3 - 4x + 60}) = (x+6)(x+4)$$

$$(x+6) \left(\frac{\sqrt{x^3 - 4x + 60}}{\sqrt{2}} - (x+4) \right) = 0$$

$$x \neq -6$$

$$x = -6$$

$$\frac{\sqrt{x^3 - 4x + 60}}{\sqrt{2}} = x+4$$

$$x^3 - 4x + 60 = 2x^2 + 16x + 32$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$(x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$x - 4 = 0$$

$$x = 4$$

или

$$x^2 + 2x - 12 = 0$$

$$D = 4 - 48 = -44$$

$$D = 4 + 48 = 52 =$$

$$= (2\sqrt{13})^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{52}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{13}}{2} =$$

$$= -1 \pm \sqrt{13}$$

проверить

все корни

$$x = -6$$

$$\left(\frac{-6+6}{\sqrt{2}}\right) \sqrt{-216+24+60} = 36 - 60 + 14$$

то

получим так или быть по этому равенству

или

$$x = 4$$

$$\left(\frac{4+6}{\sqrt{2}}\right) \sqrt{64-16+60} = 10 \cdot 8$$

$$\frac{10}{\sqrt{2}} \sqrt{128} = 10 \cdot 8$$

$$\frac{10}{\sqrt{2}} \cdot 8 \cdot \sqrt{2} = 10 \cdot 8$$

получили

$$x = -1 - \sqrt{13}$$

$$x = -1 + \sqrt{13}$$

проверить

получим

выполняется, верно

$$\sqrt{x^3 - 4x + 60} =$$

$$= \sqrt{-(1+\sqrt{13})^3 + 4(1+\sqrt{13}) + 60} =$$

$$= \sqrt{-12\sqrt{13} - 3 \cdot 13 - 2\sqrt{13} + 4 + 4\sqrt{13} + 60} =$$

$$= \sqrt{-12\sqrt{13} + 44} = \text{определим}$$

$$\text{определим } 44 - 12\sqrt{13} = 0 \Rightarrow \text{получим}$$

$$\text{или } 44 - 12\sqrt{13} = 0 \Rightarrow \text{получим}$$

$$\sqrt{x^3 - 4x + 60} =$$

$$= \sqrt{12\sqrt{13} - 3 \cdot 13 + 3\sqrt{13} - 1 + 60 + 4 - 4\sqrt{13}} =$$

$$= \sqrt{12\sqrt{13} + 44} = \text{определим}$$

или

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$0 < x < 1$ $-1 - \sqrt{3} + 4 < 0$ и $-1 - \sqrt{3} + 6 > 6$
 $\Rightarrow \frac{(x+6)}{\sqrt{2}} \sqrt{x^3 + 4x + 6} = (x+6)(x+4)$
 $\frac{(x+6)}{\sqrt{2}} \sqrt{x^3 + 4x + 6} > 0$, и $(x+6)(x+4) < 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow -1 - \sqrt{3}$ не подходит.

$$\left(\frac{-1 + \sqrt{3} + 6}{\sqrt{2}} \right) \sqrt{16 + 26 + 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} = (-1 + \sqrt{3} + 6)(-1 + \sqrt{3} + 4)$$

$$(5 + \sqrt{3}) \sqrt{(3\sqrt{2} + \sqrt{2}\sqrt{3})^2} = (5 + \sqrt{3})(3 + \sqrt{3})$$

$$(5 + \sqrt{3})(3 + \sqrt{3}) \stackrel{\sqrt{2}}{=} (5 + \sqrt{3})(3 + \sqrt{3})$$

по условию
ответ: 4; $-1 + \sqrt{3}$ $\sqrt{4}$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

1. $x \geq 2$.

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0.$$

$$x^3(2x - 3) + x(4x - 4) + 4 \geq 0$$

$$\text{и } 4x \geq 2 \Rightarrow x^3 \geq 0; 2x - 3 \geq 0; 4x - 4 \geq 0; x \geq 0$$

$$\Rightarrow x^3(2x - 3) + x(4x - 4) + 4 \geq 0$$

и для этого условия: $x \geq 2$.

2. $x < 2$.

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 + 3x^3 + 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$(x-1)(2x^3 + 5x^2 + 4) \geq 0$$

$$(x-1)(x+2)(2x^2 + x - 2) \geq 0$$

$$(x-1)(x+2)(x^2 + \frac{1}{2}x - 1) \geq 0$$

$$2x^2 + x - 2 = 2(x + \frac{1 + \sqrt{17}}{4})(x + \frac{1 - \sqrt{17}}{4})$$

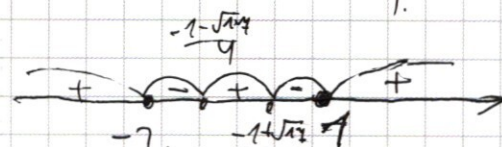
$$x = 1 + 16 = \sqrt{17}$$

$$x_1, 2 = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$(x-1)(x+2) \geq 0 \Rightarrow (x + \frac{1 + \sqrt{17}}{4})(x + \frac{1 - \sqrt{17}}{4}) \geq 0$$

$$2x^2 = (x-1)(x+2)(x + \frac{1 + \sqrt{17}}{4})(x + \frac{1 - \sqrt{17}}{4}) \geq 0$$

$$x(x) = 0 \text{ или } x = 1, -2, \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$$



$$x \in (-\infty; -2] \cup [-\frac{1 - \sqrt{17}}{4}; \frac{1 + \sqrt{17}}{4}] \cup [1; +\infty)$$

$$\downarrow$$

$$x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \right] \cup [1; 2)$$

$$\begin{cases} |4-6x| + |4-6+x| = 17. \\ (12(1-8))^2 + (14-6)^2 = 4. \end{cases}$$

$$1. \quad \underline{4 - 6 - 7x \geq 0}$$

$$4 \geq 6 + 7x$$

$$7. \quad \frac{4 - 6 - x < 0}{4 < x + 6}$$

$$4 \quad 4 - 6 + 76 < 0$$

$$4 > -x + 6$$

$$4 - 6 - x + 4 - 6 + x = 12,$$

$$u_4 = 24$$

$$y = 17.$$

$$4 \leq x + 6$$

$$4 - 6 - 70 = 4 + 6 - x = 11.$$

$$-2x = 12$$

$$7C = -6$$

$$I \text{ } 9-6+x \text{ } 20$$

$$47-6-76.$$

$$-4 + 6 + 7x + 4 - 6 + x = 17$$

$$2x = 12$$

$$74 = 6$$

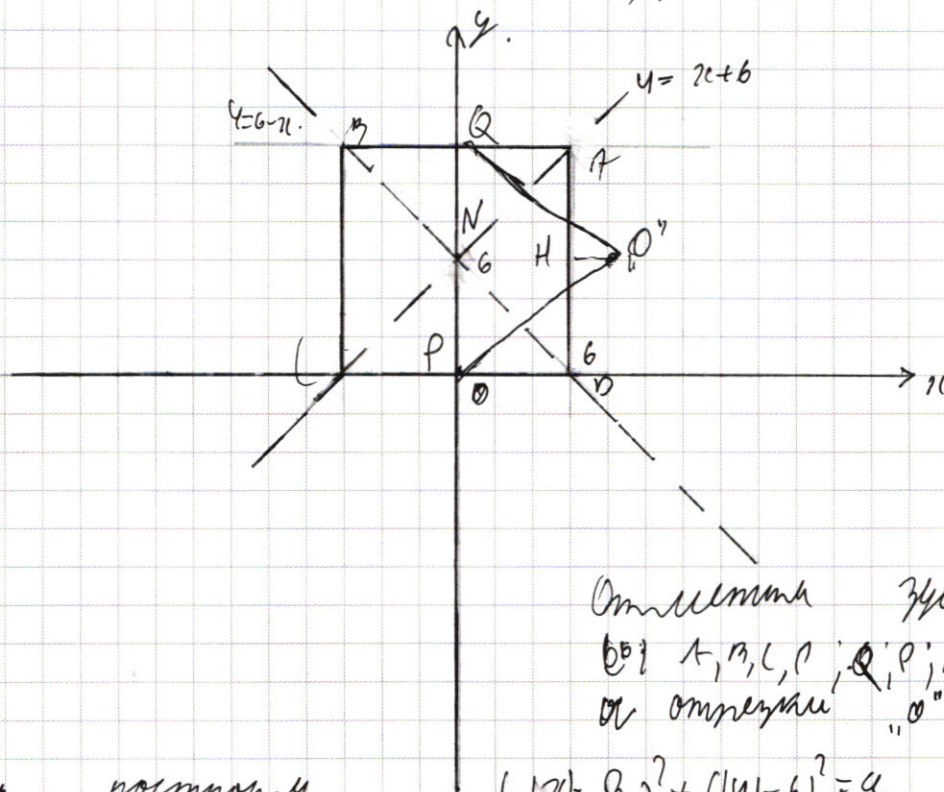
$$\begin{aligned} \text{II } 4 - 6 + x &< 0 \\ 4 &< 6 - x. \end{aligned}$$

$$|-4+6+\pi-4+6-\pi|=12$$

$$2y = 0$$

$$y = 0.$$

Значит, градиент, градиент



Оммуналь зыло

б) $A, B, C, P, Q, R, M, P'', N$
 а) отрезки $OP, P''O$ а

построим
построим

$$(174 - 8)^2 + (191 - 6)^2 = a$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 = a$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2-го окр C $устроено O'(8; 6) \text{ и } R = \sqrt{a}$
 искомый $пусть (по O')^2 + (14-6)^2 = a$ $искомый$
 пусть $центр$ $механи$ $сдел$ O_4 $и$ $откуда$ $откуда$
 O_4 $Аналогично$ $получ$ $гипотенуз$ C $объяс$ O_4
 - Если $зн. (71-6)^2 + (4-6)^2 = a$ $неисполн$ $Ан$ $по$
 $ровно$ $двум$ $неисполн$ $и$ $н(и$ $т.д.$ $как$ $и$ $по$ $т.д.$
 $Аналогично$ - Если $устро$ $механи$ $Ан$ $=$
 $ровно$ $двум$ $или$ $Ан$ $и$ BC $=$ $механи$ $двум$ $?$
 $т.е.$ $т.е.$ $пусть$ $окр$ $двум$ $радиус$ $O'R = 8-6 =$
 $= 2 \Rightarrow 2 = \sqrt{a}$ $a = 4$ $Ан$ $б$ $окр$
 - Если $устро$ $окр$ $неисполн$ $исполн$
 $механи$ $по$ $т.д.$ $механи$ $двум$ $и$
 $механи$ $и$ $пусть$ $механи$ $т.д.$ $"$ $и$
 - Если $устро$ $окр$ $неисполн$ AQ $(\text{дез } (1; Q)) =$
 $=$ $из$ $за$ $механи$ $окр$ $неисполн$ $и$ $PO =$
 $=$ $ровно$ $пусть$ $неисполн$ $ма$ $не$ $(\text{дез } P)$
 $(P \in \text{дез } O) =$ $механи$ $неисполн$ $> ?$ $и$ $Q(\text{дез } Q) \text{ и}$
 - Если $окр$ $устро$ $механи$ A $по$ $окр$
 $устро$ $и$ $механи$ P $из$ $за$ $механи$ $т.д.$ $т.д.$
 $откуда$ $откуда$ O_4 $т.д.$ $механи$ $двум$
 $устро$ $лишь$ $механи$ $(1; Q, P$ $и$ $пусть$
 $|4-6-71| + |4-6+71| = 12$ $т.д.$ $т.д.$ $механи$
 $неисполн$ $?$ $\Rightarrow R = Q, O' = \sqrt{Q^2 + 12^2} = \sqrt{36 + 144} = 15 =$
 $\Rightarrow 15 = \sqrt{a} \Rightarrow a = 225$
 Ответ: $при a = 4$ $и$ $a = 225$

$\sqrt{2}$.
 Прямой $\bar{b}$ $\bar{b}^2$ $\bar{b}^4$ $\bar{b}^8$ $\bar{b}^{16}$ $\bar{b}^{32}$ $\bar{b}^{64}$ $\bar{b}^{128}$ $\bar{b}^{256}$ $\bar{b}^{512}$ $\bar{b}^{1024}$ $\bar{b}^{2048}$ $\bar{b}^{4096}$ $\bar{b}^{8192}$ $\bar{b}^{16384}$ $\bar{b}^{32768}$ $\bar{b}^{65536}$ $\bar{b}^{131072}$ $\bar{b}^{262144}$ $\bar{b}^{524288}$ $\bar{b}^{1048576}$ $\bar{b}^{2097152}$ $\bar{b}^{4194304}$ $\bar{b}^{8388608}$ $\bar{b}^{16777216}$ $\bar{b}^{33554432}$ $\bar{b}^{67108864}$ $\bar{b}^{134217728}$ $\bar{b}^{268435456}$ $\bar{b}^{536870912}$ $\bar{b}^{1073741824}$ $\bar{b}^{2147483648}$ $\bar{b}^{4294967296}$ $\bar{b}^{8589934592}$ $\bar{b}^{17179869184}$ $\bar{b}^{34359738368}$ $\bar{b}^{68719476736}$ $\bar{b}^{137438953472}$ $\bar{b}^{274877906944}$ $\bar{b}^{549755813888}$ $\bar{b}^{1099511627776}$ $\bar{b}^{2199023255552}$ $\bar{b}^{4398046511104}$ $\bar{b}^{8796093022208}$ $\bar{b}^{17592186044416}$ $\bar{b}^{35184372088832}$ $\bar{b}^{70368744177664}$ $\bar{b}^{140737488355328}$ $\bar{b}^{281474976710656}$ $\bar{b}^{562949953421312}$ $\bar{b}^{1125899906842624}$ $\bar{b}^{2251799813685248}$ $\bar{b}^{4503599627370496}$ $\bar{b}^{9007199254740992}$ $\bar{b}^{18014398509481984}$ $\bar{b}^{36028797018963968}$ $\bar{b}^{72057594037927936}$ $\bar{b}^{144115188075855872}$ $\bar{b}^{288230376151711744}$ $\bar{b}^{576460752303423488}$ $\bar{b}^{1152921504606846976}$ $\bar{b}^{2305843009213693952}$ $\bar{b}^{4611686018427387904}$ $\bar{b}^{9223372036854775808}$ $\bar{b}^{18446744073709551616}$ $\bar{b}^{36893488147419103232}$ $\bar{b}^{73786976294838206464}$ $\bar{b}^{147573952589676412928}$ $\bar{b}^{295147905179352825856}$ $\bar{b}^{590295810358705651712}$ $\bar{b}^{1180591620717411303424}$ $\bar{b}^{2361183241434822606848}$ $\bar{b}^{4722366482869645213696}$ $\bar{b}^{9444732965739290427392}$ $\bar{b}^{18889465931478580854784}$ $\bar{b}^{37778931862957161709568}$ $\bar{b}^{75557863725914323419136}$ $\bar{b}^{151115727451828646838272}$ $\bar{b}^{302231454903657293676544}$ $\bar{b}^{604462909807314587353088}$ $\bar{b}^{1208925819614629174706176}$ $\bar{b}^{2417851639229258349412352}$ $\bar{b}^{4835703278458516698824704}$ $\bar{b}^{9671406556917033397649408}$ $\bar{b}^{19342813113834066795298816}$ $\bar{b}^{38685626227668133590597632}$ $\bar{b}^{77371252455336267181195264}$ $\bar{b}^{154742504910672534362390528}$ $\bar{b}^{309485009821345068724781056}$ $\bar{b}^{618970019642690137449562112}$ $\bar{b}^{1237940039285380274899124224}$ $\bar{b}^{2475880078570760549798248448}$ $\bar{b}^{4951760157141521099596496896}$ $\bar{b}^{9903520314283042199192993792}$ $\bar{b}^{19807040628566084398385987584}$ $\bar{b}^{39614081257132168796771975168}$ $\bar{b}^{79228162514264337593543950336}$ $\bar{b}^{158456325028528675187087900672}$ $\bar{b}^{316912650057057350374175801344}$ $\bar{b}^{633825300114114700748351602688}$ $\bar{b}^{1267650600228229401496703205376}$ $\bar{b}^{2535301200456458802993406410752}$ $\bar{b}^{5070602400912917605986812821504}$ $\bar{b}^{10141204801825835211973625643008}$ $\bar{b}^{20282409603651670423947251286016}$ $\bar{b}^{40564819207303340847894502572032}$ $\bar{b}^{81129638414606681695789005144064}$ $\bar{b}^{162259276829213363391578010288128}$ $\bar{b}^{324518553658426726783156020576256}$ $\bar{b}^{649037107316853453566312041152512}$ $\bar{b}^{1298074214633706907132624082305024}$ $\bar{b}^{2596148429267413814265248164610048}$ $\bar{b}^{5192296858534827628530496329220096}$ $\bar{b}^{10384593717069655257060992658440192}$ $\bar{b}^{20769187434139310514121985316880384}$ $\bar{b}^{41538374868278621028243970633760768}$ $\bar{b}^{83076749736557242056487941267521536}$ $\bar{b}^{166153499473114484112975882535043072}$ $\bar{b}^{332306998946228968225951765070086144}$ $\bar{b}^{664613997892457936451903530140172288}$ $\bar{b}^{1329227995784915872903807060280344576}$ $\bar{b}^{2658455991569831745807614120560689152}$ $\bar{b}^{5316911983139663491615228241121378304}$ $\bar{b}^{10633823966279326983230456482242756608}$ $\bar{b}^{21267647932558653966460912964485513216}$ $\bar{b}^{42535295865117307932921825928971026432}$ $\bar{b}^{85070591730234615865843651857942052864}$ $\bar{b}^{170141183460469231731687303715884105728}$ $\bar{b}^{340282366920938463463374607431768211456}$ $\bar{b}^{680564733841876926926749214863536422912}$ $\bar{b}^{1361129467683753853853498429727072845824}$ $\bar{b}^{$

Наше изм числов прогрессия которых : 3 или
 прогрессия в в в в $50bq^2$ $bq^3 \dots$ $50bq^{2444}$

$$\begin{aligned} \text{Сумма} &= b + bq + bq^2 + \dots + bq^{2444} + 44(bq^7 + bq^5 + \dots + bq^{2994}) = \\ &= 5 + 44bq^2 \frac{(q^3)^{1000} - 1}{q^3 - 1} = 105 \quad (\text{по условию}) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 44bq^2 \cdot \frac{(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = 99 \\ b \frac{(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = 9 \end{cases}$$

$$\frac{44q^2(q-1)}{q^3-1} = 9$$

$$\frac{44q^2}{q^2+q+1} = 9$$

$$44q^2 = 9q^2 + 9q + 9$$

$$40q^2 - 9q - 9 = 0$$

$$D = 81 + 1440 = 1521 = 39^2$$

$$q_{1,2} = \frac{9 \pm 39}{80} = \left[-\frac{3}{80}, \frac{46}{80} = 0,6 \right]$$

ответ $q_1 = -\frac{3}{80}$ или не подходит, т.к все члены
 прогрессии положительны

$$q = 0,6$$

найти сумму первых десяти членов прогрессии

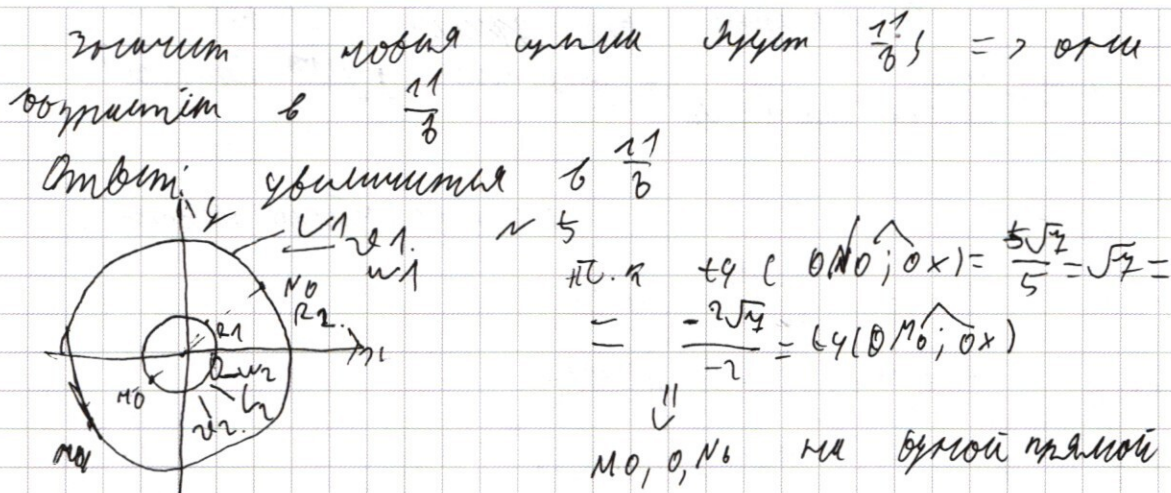
$$b; 2bq; bq^2; \dots; 2bq^{2444}$$

$$\begin{aligned} \text{сумма} &= b + bq + bq^2 + \dots + bq + bq^3 + \dots = \\ &= 5 + bq \frac{(q^{1500} - 1)}{q^2 - 1} = 5 + bq \frac{q^{3000} - 1}{q^2 - 1} = 5451 \end{aligned}$$

$$\text{найдём } 5 = b \frac{q^{3000} - 1}{q - 1} \quad \text{и } 5451 = bq \frac{q^{3000} - 1}{q^2 - 1}$$

$$\begin{aligned} \frac{5}{5451} &= \frac{q^2 - 1}{q(q-1)} = \frac{q+1}{q} = 1 + \frac{1}{q} = 1 + \frac{1}{0,6} = 2\frac{4}{6} = \Rightarrow \\ &\Rightarrow q_1 = \frac{5}{2\frac{4}{6}} = \frac{3}{6} \Rightarrow q_1 = \frac{3}{6} \Rightarrow 5451 = \frac{3}{6} 5 + 5 = \frac{11}{6} 5 \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

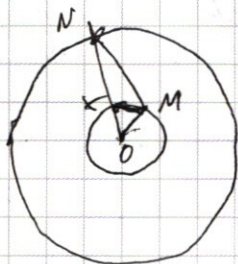


Найти: $R_1 = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = 4\sqrt{2}$, $R_2 = \sqrt{(-5)^2 + (-5\sqrt{2})^2} = 10\sqrt{2}$.

Тестовые
опыты
и др

Dok bb

1. all system must work from
~~sensory~~ full functional run
 ON, the N - mechanical system.



Данымих тэнх мө
 нук. MN-агт гурт
 тусгай $\angle = ONOK(0, 21)$
 $\angle OXM = \angle OMY$ уг нийслэл
 $\angle NXM = 160^\circ - \angle OXM = 160^\circ - \angle OMY$
 $\angle XMN$
 II
 $\angle NXM < NXM > \angle XMN \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle X \neq NM \Rightarrow$
 $\Rightarrow MN$ -г нэм.

исчерпано
окупированной

Controversie

QMM

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{2\pi R_1}{2\pi R_2} = \frac{10\pi\sqrt{2}}{2\pi\sqrt{2}} = \frac{5}{1}$$

Нутрил

Orthometre

Условие монотонности

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{v_1 \cdot R_1}{v_2 \cdot R_2} = \frac{v_1}{v_2} \cdot \frac{R_1}{R_2} = \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$$

имеем $u_1(t)$ и $u_2(t)$ — комплексные функции времени.

и $u_1(t)$ и $u_2(t)$ — нормированы по амплитуде ≤ 1 и фазе $\in [0, 2\pi]$.

~~полное число оборотов~~

$$u_2(t) - u_1(t) = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$u_2(t) - \frac{4}{5} u_1(t) = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$\frac{1}{5} u_1(t) = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$$

$$u_1(t) = \frac{5\pi}{2}$$

$\frac{\pi}{2}$ — амплитуда, $2\pi k$ — фаза, $k \in \mathbb{Z}$ — целое число.

$B_1 + u_1(t) = 1 + 2\pi h$
 $B_2 + u_2(t) = 1 + 2\pi h$ — полное число оборотов

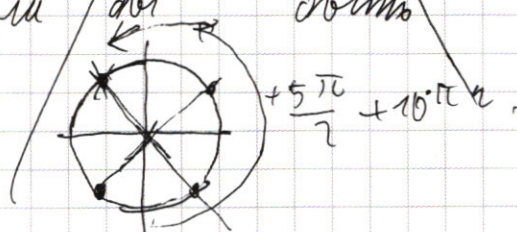
$$\frac{\pi}{2} + (u_1 - u_2)t = 2\pi \cdot k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\frac{\pi}{2} - \frac{1}{5} u_1(t) = 2\pi k$$

$$\frac{5\pi}{2} - u_1(t) = 2\pi k$$

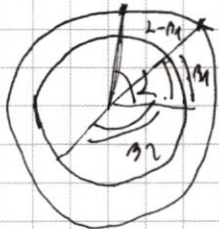
$$u_1(t) = \frac{5\pi}{2} - 2\pi k = \frac{5\pi}{2} + 2\pi h \quad \text{где } h \in \mathbb{Z}$$

Полное число оборотов, $2\pi h$ — фаза, $h \in \mathbb{Z}$ — целое число.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

по этому условию ит ~~вспомогательный~~



на чертеже выписываем
и имеем

$$z_1 t = 2\pi m + 2 - \beta_1, \text{ а } \text{выписываем}$$

$$z_2 t = 2\pi n + 2 - \beta_2.$$

||

$$(z_1 - z_2) t = 2\pi(m - n) + \beta_2 - \beta_1.$$

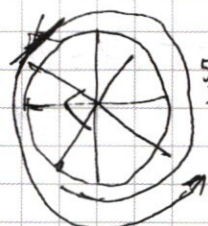
$$-\frac{1}{5} z_2 t = 2\pi k - \frac{\pi}{5}.$$

$$k = m - n + 7$$

$$\frac{\pi}{5} - \frac{1}{5} z_2 t = 2\pi k.$$

$$\frac{5\pi}{5} - 10\pi k = z_2 t$$

$$L = -k \in \mathbb{Z}$$



теперь отделим
внимательно
пройдем от 'возвратной'

по этому условию выписываем

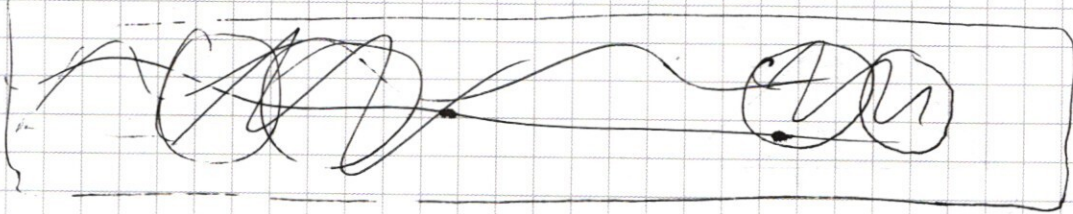
в точке, точку выписываем $\frac{\pi}{2}$ проп.
числовой и $\frac{\pi}{2}$ по часовой
координатной $\frac{\pi}{2}$ и выписываем
мне z_1 .

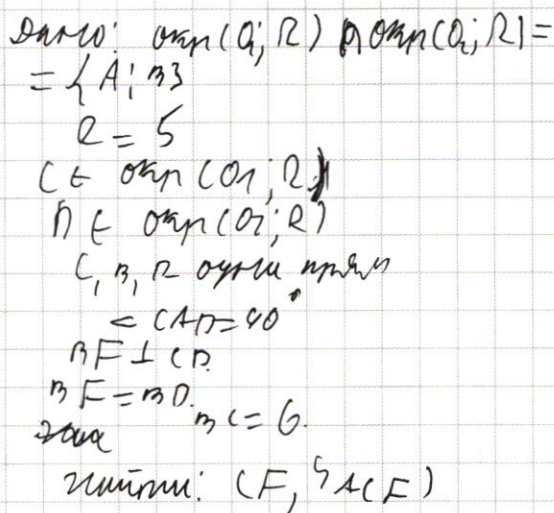
$$M_6 (2\sqrt{4} - 2)$$

$$N_6 (5\sqrt{4} - 5)$$

Ответ: $(2\sqrt{4}, -2); (5\sqrt{4}, -5)$

и 6.





⊥ Don. comp: $BF \cap AD = M$; $7 \cap AC = E$; DE ; CM ; $CM \cap DE = Q$

е. A, B, C на олову охр $\Rightarrow$ м.к. $A, B, C \in \text{охр}(O_1, R) \Rightarrow$

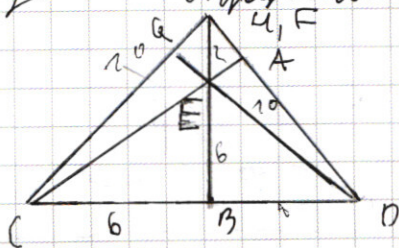
$$\text{iii) } \angle AFE = 180^\circ - \angle DAC = 90^\circ = \angle BDF = \angle BDE$$

n, A, E, P на олову окр $\Rightarrow$ м.к. $A, B, D \in \text{окр} \cap \text{окр}(A) =$

IV $\angle DBE = 90^\circ = \angle CBH \Rightarrow$ ~~CF~~ CF u NE gleichw.

IV $\Rightarrow \Delta CED \quad DA \perp CE$ (3.9.1); $EB \perp (n) \Rightarrow BE \perp AD \Rightarrow$
 $\Rightarrow 4$ -common chords $\Rightarrow CM \perp DE \Rightarrow Q \perp DE$

$\square$ $\angle CBE = 90^\circ = \angle CQE = \angle C, B, Q, E$ на прямой
 $\text{окр.} \Rightarrow \angle B \text{ (в)} = \angle BED \text{ и т.д. } \angle CBE = \angle CQE \Rightarrow$

$$\Rightarrow \Delta \text{ (b) } H \sim \Delta \quad E \cap \Delta \Rightarrow \frac{(B)}{H} = \frac{E \cap \Delta}{\Delta} =$$
$$\Rightarrow \frac{10}{3A} = \frac{10}{mD} \Rightarrow mD = 3A \Rightarrow 4 \text{ kN CF, m.s}$$
$$BF = BM \Rightarrow CF = CM = \underline{10}$$
[illegible]

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

VI по условию $BC = 6$. Так же $DE = CF = 10$; $FB = 90$

VII в прям $\triangle CHB$
 $HB = \sqrt{CH^2 - BC^2} = \sqrt{100 - 36} = 8$

$$\Downarrow$$

$$BF = BF = BH = 8$$

VIII в прям $\triangle EBD$

$$BE = \sqrt{ED^2 - BD^2} = \sqrt{100 - 64} = 6 \Rightarrow HE = HB - BE = 2$$

IX в прям $\triangle CEH$ и $\triangle EAD$

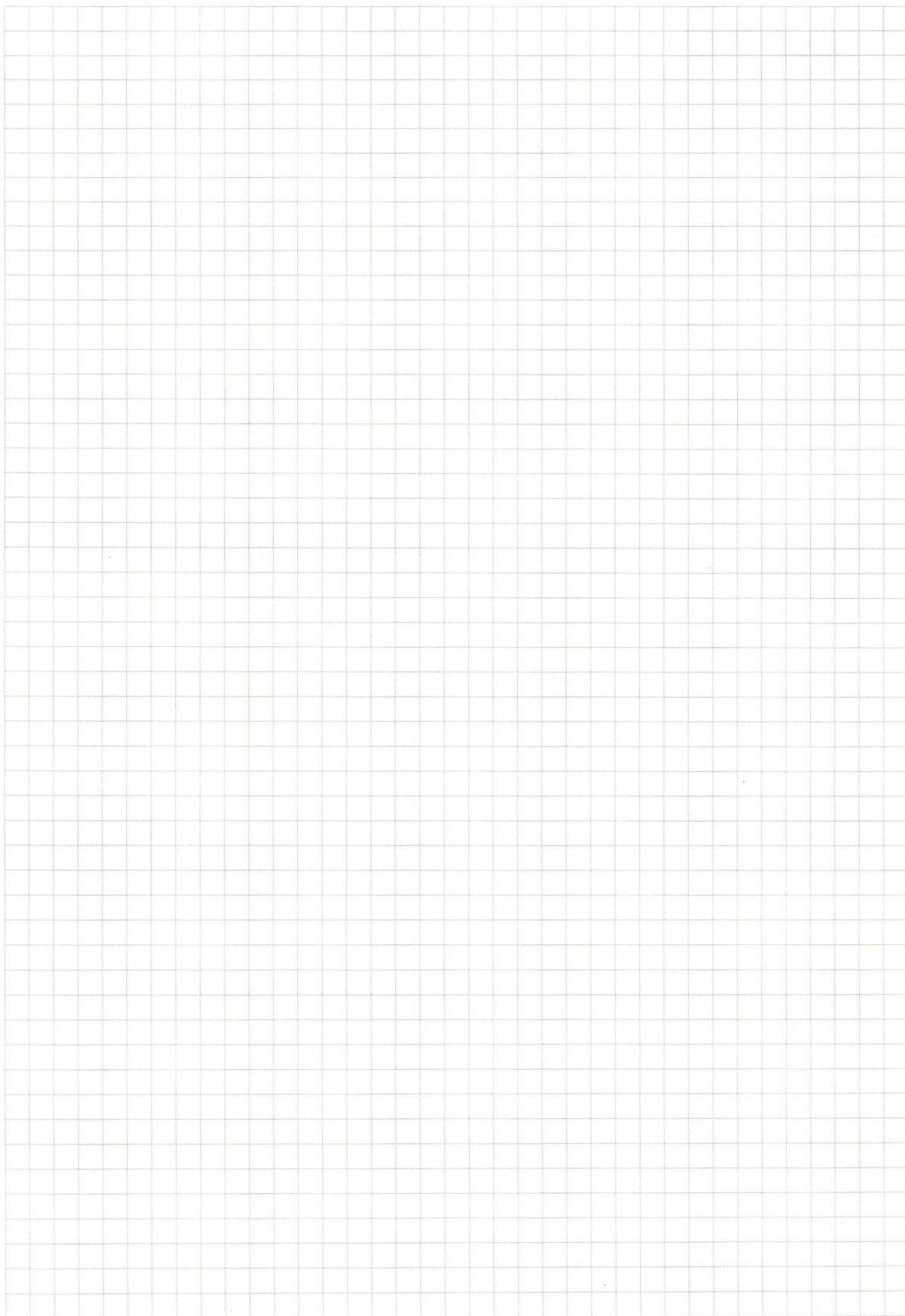
$$CB = BE \Rightarrow \angle CBE = \angle BCE = 45^\circ \Rightarrow \angle CED = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle CBE = \angle BCE = 45^\circ \Rightarrow \angle CED = 90^\circ \Rightarrow \angle EAD = 45^\circ \Rightarrow \triangle EAD \text{ — равнобедренный}$$

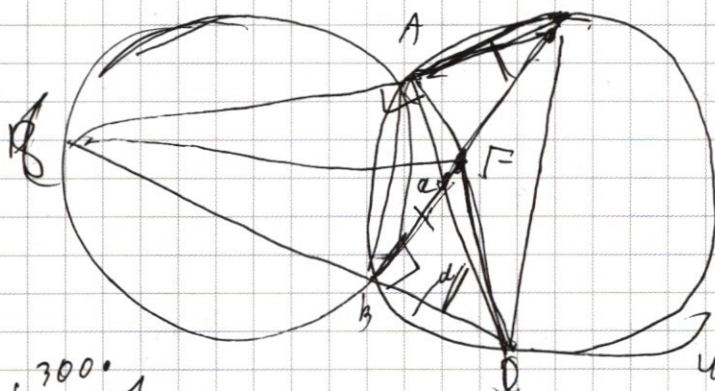
X в прям $\triangle EBD$ и $\triangle EAD$
 $CE = \frac{CB}{\sin 45^\circ} = 6\sqrt{2}$ и $EA = AD = HE \cdot \sin 45^\circ = \sqrt{2}$

$$XI \text{ в } \triangle ACF = \frac{CA \cdot FA}{2} = \frac{(6\sqrt{2} + \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{7 \cdot 2}{2} = 7$$

Ответ: а) 10 б) 7



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$6.6464^2 \quad 64^{2444}$$

$$\frac{16}{24} = \frac{2}{3} \quad n = 81 + 1440$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 9 \\ \hline 144 \\ + 1440 \\ \hline 1584 \end{array}$$

$$404^2 = 44 \rightarrow 41 = 0.$$

$$b \quad \frac{4^{3000} - 1}{4 - 1} = 9$$

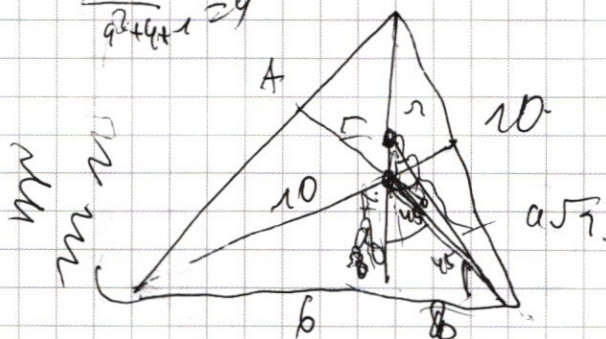
$$b \quad \frac{4^{3000} - 1}{4 - 1} + 446^2 \left(\frac{4^{3000} - 1}{4 - 1} \right) = 103$$

$$b \quad \frac{4^{3000} - 1}{4 - 1} + 64 \left(\frac{4^{3000} - 1}{4 - 1} \right) = ?$$

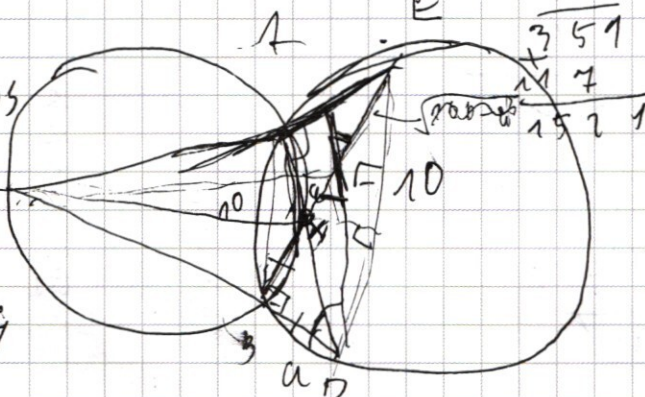
$$446^2 (41) (4^{3000} + 1) = 9$$

$$\frac{4(4^{3000} - 1)(4^3 - 1)}{446^2}$$

$$\frac{4^3 + 4 + 1}{4^2 + 4 + 1} = 4$$

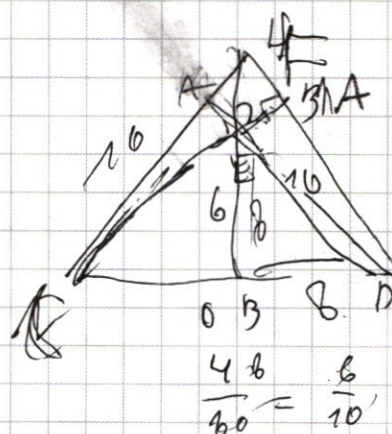


$$\frac{9 + 34}{60} = \left[\begin{array}{l} -\frac{3}{8} \\ -0,6 \end{array} \right]$$



$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 39 \\ \hline 1521 \end{array}$$

$$\sqrt{100 - 10^2} = 0$$



$$\frac{48}{60} = \frac{8}{10}$$

$$1 + \frac{10}{10} = 2$$

$$= 2 \frac{4}{10}$$

4, 5, 5, 7, 7, 1, 1, 1
2, 5, 5, 4, 1, 1, 1

$C_8^1 \cdot C_8^2, C_5^2 C_3^3$

$$6 \cdot \frac{4.8}{2} \cdot \frac{5.6}{2} \cdot 1 =$$

6 ~~28~~ x 10.

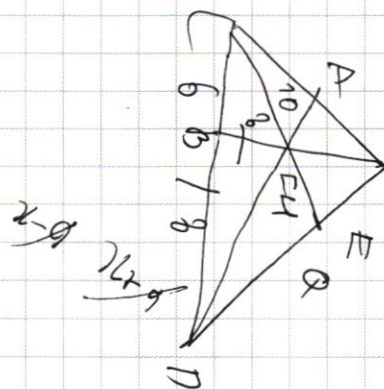
$$\begin{array}{r} 6 \\ 28 \\ \times 8 \\ \hline 224 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 11 \\ 1660 \\ + 840 \\ \hline 2520 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times \\ \hline 13 \\ 26 \\ \hline 169 \end{array}$$

$$(x-4)\sqrt{6} + 4x - 16$$

$$\begin{array}{l} 40 \rightarrow 22\sqrt{3} \\ \frac{50}{12} \rightarrow \sqrt{13} \\ \frac{100}{3} \rightarrow \sqrt{13} \\ 100 \rightarrow 13 \\ 16 \\ 23 \\ \frac{23}{11} \\ 44 \\ \frac{12}{11} \\ \frac{11}{3} \\ 21 \\ \sqrt{13} \end{array}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~7.1.5.1.5~~

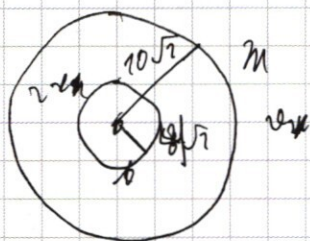
$$x \geq 1$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

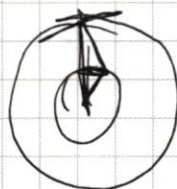
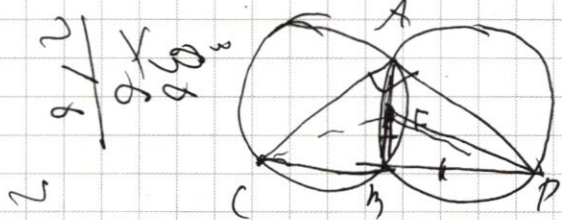
$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$x^3(x-3) + 3x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$



$$4 + 4.7 =$$



$$16 + 16 = 32 = (4\sqrt{2})^2$$

$$\frac{-4 \pm 4\sqrt{2}}{2} =$$

$$4b = 3.2$$

$$64 + 4b - 80 - 32 =$$

$$= 112 - 112 = 0$$

$$\left(\frac{x+6}{5}\right) \sqrt{x^3 + 4x + 80} = (x+6)(x+4)$$

$$\sqrt{x^3 + 4x + 80} = \sqrt{20x^2 + 16x + 32}$$

$$x^3 - 4x + 80 = 20x^2 + 16x + 32$$

$$x^3 - 20x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$(x-4)(x^2 - 12x + 12) = 0$$

$$b \left(\frac{q^{3000} - 1}{q - 1} \right) = 5$$

$$b \left(\frac{q^{3000} - 1}{q - 1} \right) = 5$$

$$b \left(\frac{q^{3000} - 1}{q - 1} \right) = 5$$

$$b \left(\frac{q^{3000} - 1}{q - 1} \right) \neq 49.64 \left(\frac{(q^3)^{1000} - 1}{q^3 - 1} \right) = 103$$

$$+ 49.64 \left(\frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1} \right) = 103$$

$$49.64 \left(\frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1} \right) = 45$$

$$b \left(\frac{q^{3000} - 1}{q - 1} \right) + b q (1 + q^2 + \dots + q^{2448}) =$$

$$= 5 + b q \frac{q^{3000} - 1}{q^2 - 1}$$

$$49.64 \frac{q - 1}{q^2 - 1} = q$$

$$49.64 - 49.64 = 49.64 - q$$

$$\frac{49.64}{q + 4 + 1} = q$$

$$49.64 = q^2 + 4q + 1$$

$$q^2 + 4q + 1 = 0$$

$$n = 1600 - 36 = 1564$$

$$4 - 6 - x \geq 0$$

$$24 - 12 = 12$$

$$24 - 12 = 12$$

$$n = 1564$$

$$\frac{36}{4} = 9$$

$$1564 - 36 = 1528$$

