

# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

## ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

### 10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р  
Работы без вложенного задания не проверяются.

- ✓ 1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
- ✓ 2. [4 балла] Данна геометрическая прогрессия  $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$ , все члены которой положительны, а их сумма равна  $S$ . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е.  $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$ ), увеличить в 50 раз, сумма  $S$  увеличится в 10 раз. А как изменится  $S$ , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е.  $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$ ), увеличить в 2 раза?
- ✓ 3. [4 балла] Решите уравнение  $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$ .
- ✓ 4. [6 баллов] Решите неравенство  $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$ .
- ✓ 5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке  $(0; 0)$ . Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках  $M_0(-2; -2\sqrt{7})$  и  $N_0(5; 5\sqrt{7})$  соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
- ✓ 6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . На первой окружности выбрана точка  $C$ , а на второй – точка  $D$ . Оказалось, что точка  $B$  лежит на отрезке  $CD$ , а  $\angle CAD = 90^\circ$ . На перпендикуляре к  $CD$ , проходящем через точку  $B$ , выбрана точка  $F$  так, что  $BF = BD$  (точки  $A$  и  $F$  расположены по одну сторону от прямой  $CD$ ). Найдите длину отрезка  $CF$ .  
б) Пусть дополнительно известно, что  $BC = 6$ . Найдите площадь треугольника  $ACF$ .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

$$\left( \frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} \right) \sqrt[4]{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$(x+6) \sqrt[4]{x^3 - 4x + 80} = (x+6)(x+4)\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} x = -6 \\ x^3 - 4x + 80 > 0 \\ (x+4)\sqrt{2} = \sqrt{x^3 - 4x + 80} \\ x > -4 \end{cases}$$

-160 > 0 - нулем - е

$$x \neq -6$$

$$2x^2 + 16x + 32 = x^3 - 4x + 80$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$x_1 = 4 \quad \text{по системе Горнера:}$$

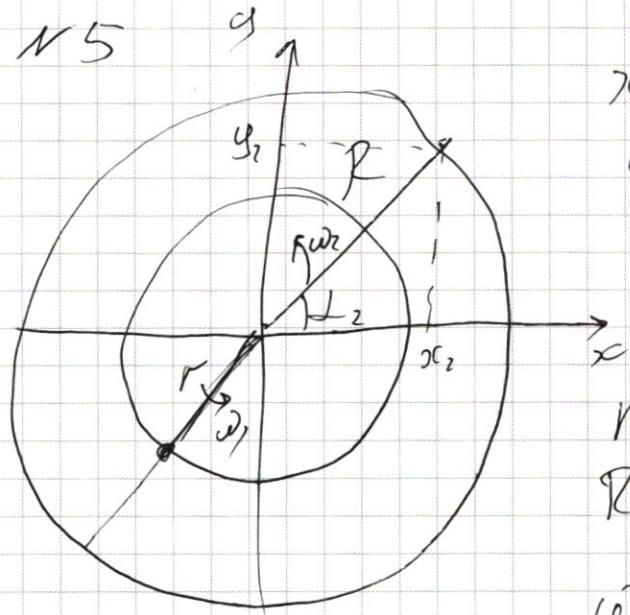
$$(x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$x = -1 \pm \sqrt{13}$$

$$-1 - \sqrt{13} < 4$$

$$\text{Ответ: } x = 4; \sqrt{13} - 1$$

№5



$$x_2 = R \cos(\varphi_2 + \omega_2 t)$$

$$y_2 = R \cdot \sin(\varphi_2 + \omega_2 t)$$

$$\omega_{\text{анти}} = \omega_1 - \omega_2$$

$$R\omega_1 = v_1, \quad v_1 = 2v_2$$

$$R\omega_2 = v_2$$

$$\omega_1 = 2\omega_2 \cdot \frac{R}{r}$$

$$\omega_{\text{анти}} = \omega_2 \left( 1 - \frac{2R}{r} \frac{2R}{n} - 1 \right) =$$

$$= \omega_2 \left( \frac{2R - r}{n} \right)$$

Кратчайшее расстояние между  
центрами, когда бодилерка и туже на-  
ходится на одной радиус-векторе.

$$\omega_{\text{анти}} \cdot t = \varphi_0$$

$\varphi_0$  — угол между радиусами в начальный  
момент времени

$$\omega_2 t = \varphi_0 \cdot \frac{n}{2R - r}$$

$$x_2 = R \cdot \cos \left( \varphi_2 + \varphi_0 \frac{n}{2R - r} \right)$$

Заметим, что получаются первоначаль-  
ные углы  $-\frac{\pi}{2\sqrt{7}} = \frac{5}{5\sqrt{7}}$ . Значит они  
составляют на однократе градиенте, то есть  
наиболее северо-запад от центра.  $\varphi_0 = \pi$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$n = 1$

$$700 = 2 \cdot 350 = 2^2 \cdot 175 = 2^2 \cdot 5 \cdot 35 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 1^n, \text{ где } n = 2$$

Тогда есть число:

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_8$

$$\prod_{i=1}^8 \alpha_i = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 1^n$$

$$\alpha < 10$$

Таким образом, какие  $\alpha$  возможны:

$$\alpha = 2, 5, 7, 1, 4$$

$$\alpha \neq 10, 14, 35, \dots \text{т.к. } \alpha < 10$$

Значит в числе присутствуют цифры из двух кружков

$$1) 2, 2, 5, 5, 7, 1, 1, 1$$

$$2) 4, 5, 5, 7, 1, 1, 1, 1$$

$$S = S_1 + S_2$$

~~8/1/2/3/4/5/6/7/8/9/10/11/12/13/14/15/16/17/18/19/20/21/22/23/24/25/26/27/28/29/30/31/32/33/34/35/36/37/38/39/40/41/42/43/44/45/46/47/48/49/50/51/52/53/54/55/56/57/58/59/60/61/62/63/64/65/66/67/68/69/70/71/72/73/74/75/76/77/78/79/80/81/82/83/84/85/86/87/88/89/80/81/82/83/84/85/86/87/88/89/90/91/92/93/94/95/96/97/98/99/100/101/102/103/104/105/106/107/108/109/110/111/112/113/114/115/116/117/118/119/110/111/112/113/114/115/116/117/118/119/120/121/122/123/124/125/126/127/128/129/120/121/122/123/124/125/126/127/128/129/130/131/132/133/134/135/136/137/138/139/130/131/132/133/134/135/136/137/138/139/140/141/142/143/144/145/146/147/148/149/140/141/142/143/144/145/146/147/148/149/150/151/152/153/154/155/156/157/158/159/150/151/152/153/154/155/156/157/158/159/160/161/162/163/164/165/166/167/168/169/160/161/162/163/164/165/166/167/168/169/170/171/172/173/174/175/176/177/178/179/170/171/172/173/174/175/176/177/178/179/180/181/182/183/184/185/186/187/188/189/180/181/182/183/184/185/186/187/188/189/190/191/192/193/194/195/196/197/198/199/190/191/192/193/194/195/196/197/198/199/200/201/202/203/204/205/206/207/208/209/200/201/202/203/204/205/206/207/208/209/210/211/212/213/214/215/216/217/218/219/210/211/212/213/214/215/216/217/218/219/220/221/222/223/224/225/226/227/228/229/220/221/222/223/224/225/226/227/228/229/230/231/232/233/234/235/236/237/238/239/230/231/232/233/234/235/236/237/238/239/240/241/242/243/244/245/246/247/248/249/240/241/242/243/244/245/246/247/248/249/250/251/252/253/254/255/256/257/258/259/250/251/252/253/254/255/256/257/258/259/260/261/262/263/264/265/266/267/268/269/260/261/262/263/264/265/266/267/268/269/270/271/272/273/274/275/276/277/278/279/270/271/272/273/274/275/276/277/278/279/280/281/282/283/284/285/286/287/288/289/280/281/282/283/284/285/286/287/288/289/290/291/292/293/294/295/296/297/298/299/290/291/292/293/294/295/296/297/298/299/300/301/302/303/304/305/306/307/308/309/300/301/302/303/304/305/306/307/308/309/310/311/312/313/314/315/316/317/318/319/310/311/312/313/314/315/316/317/318/319/320/321/322/323/324/325/326/327/328/329/320/321/322/323/324/325/326/327/328/329/330/331/332/333/334/335/336/337/338/339/330/331/332/333/334/335/336/337/338/339/340/341/342/343/344/345/346/347/348/349/340/341/342/343/344/345/346/347/348/349/350/351/352/353/354/355/356/357/358/359/350/351/352/353/354/355/356/357/358/359/360/361/362/363/364/365/366/367/368/369/360/361/362/363/364/365/366/367/368/369/370/371/372/373/374/375/376/377/378/379/370/371/372/373/374/375/376/377/378/379/380/381/382/383/384/385/386/387/388/389/380/381/382/383/384/385/386/387/388/389/390/391/392/393/394/395/396/397/398/399/390/391/392/393/394/395/396/397/398/399/400/401/402/403/404/405/406/407/408/409/400/401/402/403/404/405/406/407/408/409/410/411/412/413/414/415/416/417/418/419/410/411/412/413/414/415/416/417/418/419/420/421/422/423/424/425/426/427/428/429/420/421/422/423/424/425/426/427/428/429/430/431/432/433/434/435/436/437/438/439/430/431/432/433/434/435/436/437/438/439/440/441/442/443/444/445/446/447/448/449/440/441/442/443/444/445/446/447/448/449/450/451/452/453/454/455/456/457/458/459/450/451/452/453/454/455/456/457/458/459/460/461/462/463/464/465/466/467/468/469/460/461/462/463/464/465/466/467/468/469/470/471/472/473/474/475/476/477/478/479/470/471/472/473/474/475/476/477/478/479/480/481/482/483/484/485/486/487/488/489/480/481/482/483/484/485/486/487/488/489/490/491/492/493/494/495/496/497/498/499/490/491/492/493/494/495/496/497/498/499/500/501/502/503/504/505/506/507/508/509/500/501/502/503/504/505/506/507/508/509/510/511/512/513/514/515/516/517/518/519/510/511/512/513/514/515/516/517/518/519/520/521/522/523/524/525/526/527/528/529/520/521/522/523/524/525/526/527/528/529/530/531/532/533/534/535/536/537/538/539/530/531/532/533/534/535/536/537/538/539/540/541/542/543/544/545/546/547/548/549/540/541/542/543/544/545/546/547/548/549/550/551/552/553/554/555/556/557/558/559/550/551/552/553/554/555/556/557/558/559/560/561/562/563/564/565/566/567/568/569/560/561/562/563/564/565/566/567/568/569/570/571/572/573/574/575/576/577/578/579/570/571/572/573/574/575/576/577/578/579/580/581/582/583/584/585/586/587/588/589/580/581/582/583/584/585/586/587/588/589/590/591/592/593/594/595/596/597/598/599/590/591/592/593/594/595/596/597/598/599/600/601/602/603/604/605/606/607/608/609/600/601/602/603/604/605/606/607/608/609/610/611/612/613/614/615/616/617/618/619/610/611/612/613/614/615/616/617/618/619/620/621/622/623/624/625/626/627/628/629/620/621/622/623/624/625/626/627/628/629/630/631/632/633/634/635/636/637/638/639/630/631/632/633/634/635/636/637/638/639/640/641/642/643/644/645/646/647/648/649/640/641/642/643/644/645/646/647/648/649/650/651/652/653/654/655/656/657/658/659/650/651/652/653/654/655/656/657/658/659/660/661/662/663/664/665/666/667/668/669/660/661/662/663/664/665/666/667/668/669/670/671/672/673/674/675/676/677/678/679/670/671/672/673/674/675/676/677/678/679/680/681/682/683/684/685/686/687/688/689/680/681/682/683/684/685/686/687/688/689/690/691/692/693/694/695/696/697/698/699/690/691/692/693/694/695/696/697/698/699/700/701/702/703/704/705/706/707/708/709/700/701/702/703/704/705/706/707/708/709/710/711/712/713/714/715/716/717/718/719/710/711/712/713/714/715/716/717/718/719/720/721/722/723/724/725/726/727/728/729/720/721/722/723/724/725/726/727/728/729/730/731/732/733/734/735/736/737/738/739/730/731/732/733/734/735/736/737/738/739/740/741/742/743/744/745/746/747/748/749/740/741/742/743/744/745/746/747/748/749/750/751/752/753/754/755/756/757/758/759/750/751/752/753/754/755/756/757/758/759/760/761/762/763/764/765/766/767/768/769/760/761/762/763/764/765/766/767/768/769/770/771/772/773/774/775/776/777/778/779/770/771/772/773/774/775/776/777/778/779/780/781/782/783/784/785/786/787/788/789/780/781/782/783/784/785/786/787/788/789/790/791/792/793/794/795/796/797/798/799/790/791/792/793/794/795/796/797/798/799/800/801/802/803/804/805/806/807/808/809/800/801/802/803/804/805/806/807/808/809/810/811/812/813/814/815/816/817/818/819/810/811/812/813/814/815/816/817/818/819/820/821/822/823/824/825/826/827/828/829/820/821/822/823/824/825/826/827/828/829/830/831/832/833/834/835/836/837/838/839/830/831/832/833/834/835/836/837/838/839/840/841/842/843/844/845/846/847/848/849/840/841/842/843/844/845/846/847/848/849/850/851/852/853/854/855/856/857/858/859/850/851/852/853/854/855/856/857/858/859/860/861/862/863/864/865/866/867/868/869/860/861/862/863/864/865/866/867/868/869/870/871/872/873/874/875/876/877/878/879/870/871/872/873/874/875/876/877/878/879/880/881/882/883/884/885/886/887/888/889/880/881/882/883/884/885/886/887/888/889/890/891/892/893/894/895/896/897/898/899/890/891/892/893/894/895/896/897/898/899/900/901/902/903/904/905/906/907/908/909/900/901/902/903/904/905/906/907/908/909/910/911/912/913/914/915/916/917/918/919/910/911/912/913/914/915/916/917/918/919/920/921/922/923/924/925/926/927/928/929/920/921/922/923/924/925/926/927/928/929/930/931/932/933/934/935/936/937/938/939/930/931/932/933/934/935/936/937/938/939/940/941/942/943/944/945/946/947/948/949/940/941/942/943/944/945/946/947/948/949/950/951/952/953/954/955/956/957/958/959/950/951/952/953/954/955/956/957/958/959/960/961/962/963/964/965/966/967/968/969/960/961/962/963/964/965/966/967/968/969/970/971/972/973/974/975/976/977/978/979/970/971/972/973/974/975/976/977/978/979/980/981/982/983/984/985/986/987/988/989/980/981/982/983/984/985/986/987/988/989/990/991/992/993/994/995/996/997/998/999/990/991/992/993/994/995/996/997/998/999/1000/1001/1002/1003/1004/1005/1006/1007/1008/1009/1000/1001/1002/1003/1004/1005/1006/1007/1008/1009/1010/1011/1012/1013/1014/1015/1016/1017/1018/1019/1010/1011/1012/1013/1014/1015/1016/1017/1018/1019/1020/1021/1022/1023/1024/1025/1026/1027/1028/1029/1020/1021/1022/1023/1024/1025/1026/1027/1028/1029/1030/1031/1032/1033/1034/1035/1036/1037/1038/1039/1030/1031/1032/1033/1034/1035/1036/1037/1038/1039/1040/1041/1042/1043/1044/1045/1046/1047/1048/1049/1040/1041/1042/1043/1044/1045/1046/1047/1048/1049/1050/1051/1052/1053/1054/1055/1056/1057/1058/1059/1050/1051/1052/1053/1054/1055/1056/1057/1058/1059/1060/1061/1062/1063/1064/1065/1066/1067/1068/1069/1060/1061/1062/1063/1064/1065/1066/1067/1068/1069/1070/1071/1072/1073/1074/1075/1076/1077/1078/1079/1070/1071/1072/1073/1074/1075/1076/1077/1078/1079/1080/1081/1082/1083/1084/1085/1086/1087/1088/1089/1080/1081/1082/1083/1084/1085/1086/1087/1088/1089/1090/1091/1092/1093/1094/1095/1096/1097/1098/1099/1090/1091/1092/1093/1094/1095/1096/1097/1098/1099/1100/1101/1102/1103/1104/1105/1106/1107/1108/1109/1100/1101/1102/1103/1104/1105/1106/1107/1108/1109/1110/1111/1112/1113/1114/1115/1116/1117/1118/1119/1110/1111/1112/1113/1114/1115/1116/1117/1118/1119/1120/1121/1122/1123/1124/1125/1126/1127/1128/1129/1120/1121/1122/1123/1124/1125/1126/1127/1128/1129/1130/1131/1132/1133/1134/1135/1136/1137/1138/1139/1130/1131/1132/1133/1134/1135/1136/1137/1138/1139/1140/1141/1142/1143/1144/1145/1146/1147/1148/1149/1140/1141/1142/1143/1144/1145/1146/1147/1148/1149/1150/1151/1152/1153/1154/1155/1156/1157/1158/1159/1150/1151/1152/1153/1154/1155/1156/1157/1158/1159/1160/1161/1162/1163/1164/1165/1166/1167/1168/1169/1160/1161/1162/1163/1164/1165/1166/1167/1168/1169/1170/1171/1172/1173/1174/1175/1176/1177/1178/1179/1170/1171/1172/1173/1174/1175/1176/1177/1178/1179/1180/1181/1182/1183/1184/1185/1186/1187/1188/1189/1180/1181/1182/1183/1184/1185/1186/1187/1188/1189/1190/1191/1192/1193/1194/1195/1196/1197/1198/1199/1190/1191/1192/1193/1194/1195/1196/1197/1198/1199/1200/1201/1202/1203/1204/1205/1206/1207/1208/1209/1200/1201/1202/1203/1204/1205/1206/1207/1208/1209/1210/1211/1212/1213/1214/1215/1216/1217/1218/1219/1210/1211/1212/1213/1214/1215/1216/1217/1218/1219/1220/1221/1222/1223/1224/1225/1226/1227/1228/1229/1220/1221/1222/1223/1224/1225/1226/1227/1228/1229/1230/1231/1232/1233/1234/1235/1236/1237/1238/1239/1230/1231/1232/1233/1234/1235/1236/1237/1238/1239/1240/1241/1242/1243/1244/1245/1246/1247/1248/1249/1240/1241/1242/1243/1244/1245/1246/1247/1248/1249/1250/1251/1252/1253/1254/1255/1256/1257/1258/1259/1250/1251/1252/1253/1254/1255/1256/1257/1258/1~~

№ 2

$$b_1, b_2, \dots, b_{3000}$$

$$b_i = b_1 \cdot q^{i-1}$$

$$b_1, b_1 \cdot q^1, b_1 \cdot q^2, b_1 \cdot q^3, b_1 \cdot q^4, \dots, b_1 \cdot q^{2999}$$

$$b_1 \sum_{i=0}^{2999} q^i = S$$

$$b_1 \cdot \sum_{i=1}^{1000} 5q^{3i-1} = \$0 S$$

$$b_1 \cdot \sum_{i=1}^{1500} q^{2i-1} = ? - N$$

Рассматриваются три типа:

A - все члены последовательности

B - кратные тройкам

C - кратные девяносто

$$1 + q + q^2 + q^3 + \dots = \underbrace{q + q^2 + q^3}_{N} + \underbrace{\dots + 1 + q^3 + \dots}_{S}$$

$$S = N + \frac{N}{q}$$

$$1 + q + q^2 + q^3 + \dots = \cancel{q + q^2 + q^3 + \dots} + \underbrace{q^4 + q^5 + \dots + q^7 + q^8 + \dots + q^{10}}_{\$0 B} + \underbrace{q^{11} + q^{12} + \dots + q^{19}}_{\$0 S} + \underbrace{q^{20} + q^{21} + \dots + q^{29}}_{\$0 S}$$

$$\cancel{50\$} - 1 \cdot \cancel{\frac{50\$}{q}}$$

$$\frac{S}{5} + \frac{S}{5q} + \frac{S}{5q^2} = S$$

$$S = N + \frac{N}{q}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 4

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 / x - 2 \geq 0$$

$$1) x < 2$$

$$2x^4 + 3x^3 \cancel{+ 6x^2} - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$\text{при } x = 1 \quad \textcircled{O}$$

$$\begin{array}{r} -2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \\ -2x^4 - 2x^3 \\ \hline 5x^3 - 5x^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -5x^3 - 5x^2 \\ \hline 0 - 4x + 4 \end{array}$$

$$\text{график } f(x) = 2x^3 + 5x^2 + 4$$

$$f'(x) = 6x^2 + 10x -$$

$$f'(x) = 0$$

$$x = 0 \quad x = -\frac{5}{3}$$

$$f(0) > 0 \quad f\left(-\frac{5}{3}\right) > 0$$

Значит  $f(x)$  имеет однородное

$x_0$

$$x \in (-\infty; 0] \cup \left[ \cancel{-\frac{5}{3}}, 2 \right)$$

Четвёртой промежутки  $x_0 = -2$

$$x \in (-\infty; -2] \cup [-1; 2]$$

2)  $x \geq 2$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$f(x) = 2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4$$

$$f'(x) = 8x^3 - 9x^2 + 14x - 4$$

Утверждение:  $f(x)$  не имеет решений при  $x \geq 2$ .

Д-бо:  $f(x)$  не имеет решений, если  $f'(x) \geq 0$  при  ~~$x <$~~   $x \geq 2$  и  $f(2) \geq 0$

$f'(x) \geq 0$ , если  $f'(2) \geq 0$  и  $f''(x) \geq 0$  при  $x \geq 2$

$$f''(x) = 24x^2 - 18x + 14$$

$$24x^2 - 18x + 14 \geq 0$$

$$12x^2 - 9x + 7 \geq 0$$

$$\Delta = 81 - 4 \cdot 7 \cdot 12 = 81 - 256 = -175$$

$f''(x) \geq 0$  при любом  $x$

$$f''(2) = 64 - 36 + 28 - 4 = 52$$

$$f(2) = 32 - 24 + 28 - 8 + 4 = 32$$

т.к.  $f(2) \geq 0$ , то  $f(x)$  не имеет решений при  $x \geq 2$

т.к.  $f(2) \geq 0$ , то  $x \in [2; +\infty)$

Ответ:  $x \in (-\infty; -2] \cup [1; 2] \cup [2; +\infty)$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$q^2 + q + 1 = 5q^2$$

$$4q^2 - q - 1 = 0$$

$$q = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{4}$$

тако деловите  $q > 0$

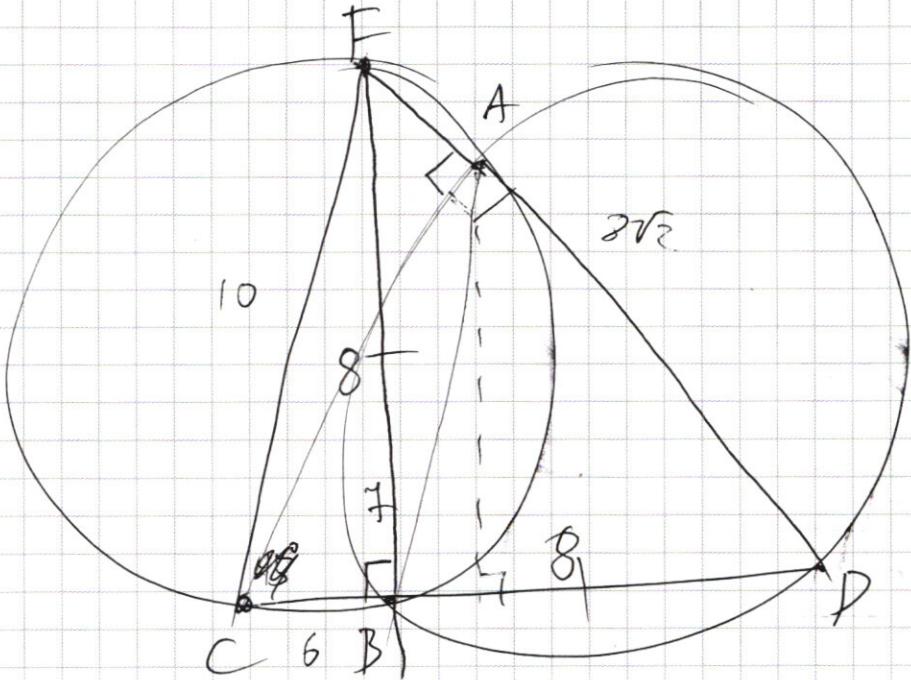
$$q = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}$$

$$N = \frac{S}{1 + \frac{1}{q}} = S \cdot \frac{q}{q+1} = \frac{S \frac{1 + \sqrt{5}}{4}}{\frac{1 + \sqrt{5}}{4} + 1} =$$

$$= S \cdot \frac{1 + \sqrt{5}}{5 + \sqrt{5}} = S \cdot \frac{(1 + \sqrt{5})(5 - \sqrt{5})}{25 - 5} =$$

$$= S \cdot \frac{5 - \sqrt{5} + 5\sqrt{5} - 5}{20} = S \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{S}{\sqrt{5}}$$

Ответ:  $\frac{S}{\sqrt{5}}$



$$\angle FDB = 15^\circ, m\text{-к. } BD = BF$$

$$\frac{BA}{\sin \angle ADB} = 2r$$

$$AB = r\sqrt{2}$$

$$\sin \angle ADB = \frac{1}{r\sqrt{2}}$$

$$\angle ADB = 95^\circ$$

$$S = \frac{1}{2} f_2 \cdot r f_2 = 7$$

$F \in AD$

$$\angle CBF = 90^\circ \Leftrightarrow CF = 2r$$

$$FB = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$CD = 8 + 6 = 14$$

$$AC = \frac{11}{r\sqrt{2}} = 7\sqrt{2}$$

$$FD = 8\sqrt{2}$$

$$AD = \sqrt{10^2 - 7\sqrt{2}^2} = \sqrt{2}$$

$$CA = \sqrt{11^2 - 8^2} = \sqrt{49 - 32} = 7$$

~~$$FA = \sqrt{10^2 - 4 \cdot 17} = 2\sqrt{8} = 4\sqrt{2}$$~~

~~$$S = \frac{1}{2} \cdot 7\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{7} =$$~~

Либет: 10  
7

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x_2 = R \left( \cos \alpha \cos \frac{3\pi n}{2R-r} - \sin \alpha \cdot \sin \frac{3\pi n}{2R-r} \right)$$

Доказательство возможное  $\cos \frac{3\pi n}{2R-r}$

$$r = \sqrt{i^2 + e^2 \cdot f} = 4\sqrt{2}$$

$$R = \sqrt{s^2 + e^2 \cdot f} = 10\sqrt{2}$$

$$\frac{n}{2R-r} = \frac{4}{2 \cdot 10 - 4} = \frac{1}{4}$$

$$\cos \frac{(5\alpha + 2\pi n)}{4}$$

при:

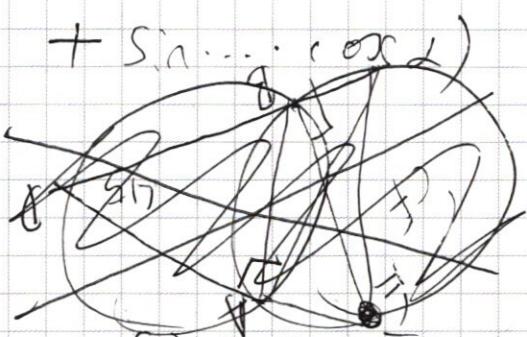
$$n=1 \quad \cos \frac{1}{4}\pi = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$n=2 \quad \cos \frac{3}{4}\pi = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$n=3 \quad \cos \frac{5}{4}\pi = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$n=4 \quad \cos \frac{7}{4}\pi = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$y_2 = R (\sin \alpha \cos \frac{(5\alpha + 2\pi n)}{2R-r} +$$



$$\sin \frac{1}{4}\pi = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin \frac{3}{4}\pi = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin \frac{5}{4}\pi = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin \frac{7}{4}\pi = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Дальше тоже самое.

$$\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}} \quad \sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$$

$$(10\sqrt{2} \left( \pm \frac{1}{4} \pm \frac{\sqrt{7}}{4} \right), 10\sqrt{2} \left( \frac{\sqrt{7}}{4} \pm \frac{1}{4} \right))$$

$$\text{Ответ: } \left( \frac{5}{\sqrt{2}} \left( 1 + \sqrt{7} \right); \frac{5}{\sqrt{2}} \left( 1 - \sqrt{7} \right) \right)$$

$$\left( \frac{5}{\sqrt{2}} \left( 1 - \sqrt{7} \right); \frac{5}{\sqrt{7}} \left( 1 + \sqrt{7} \right) \right)$$

$$\left( \frac{5}{\sqrt{2}} \left( -1 + \sqrt{7} \right); \frac{5}{\sqrt{7}} \left( -1 - \sqrt{7} \right) \right) \left( \frac{5}{\sqrt{2}} \left( -1 - \sqrt{7} \right); \frac{5}{\sqrt{2}} \left( -1 + \sqrt{7} \right) \right)$$

$$2x^4 + x^2 - 4x^3 - 3x + 47 = 0$$

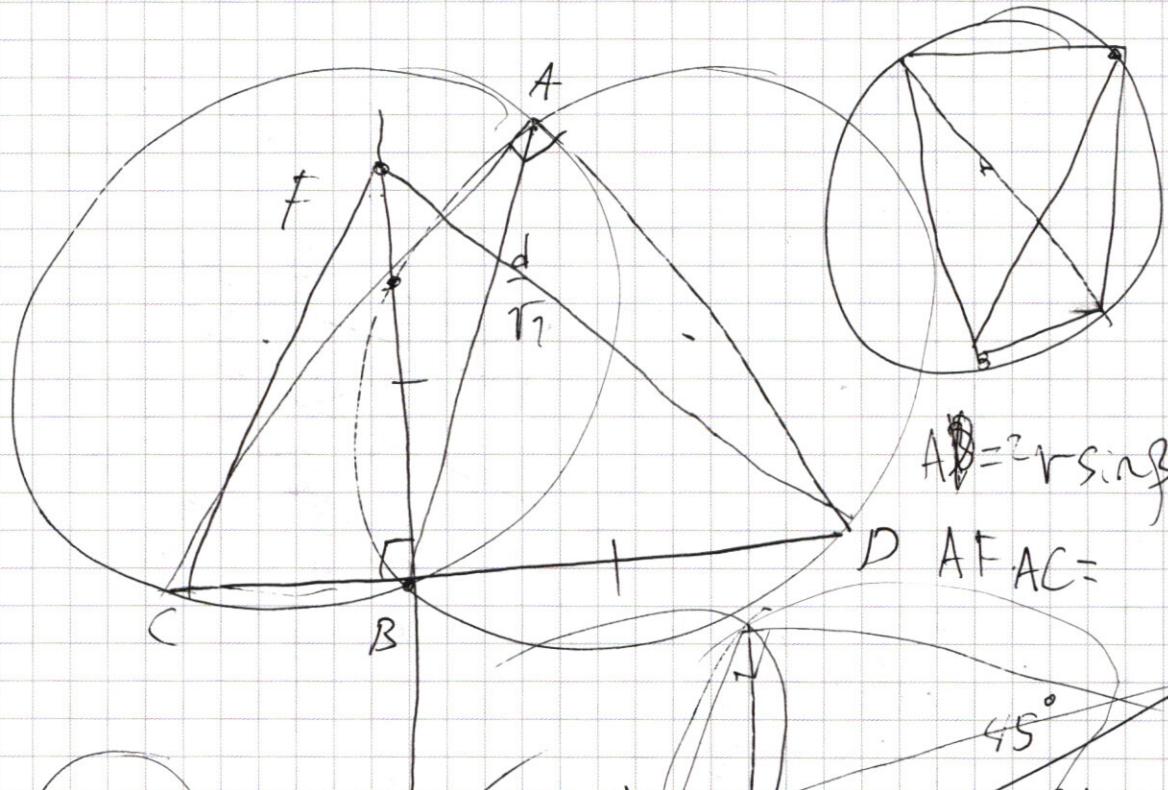
$$2x^4 + x^2 - 4x - 3 > 8x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

~~2. fe- 27)~~

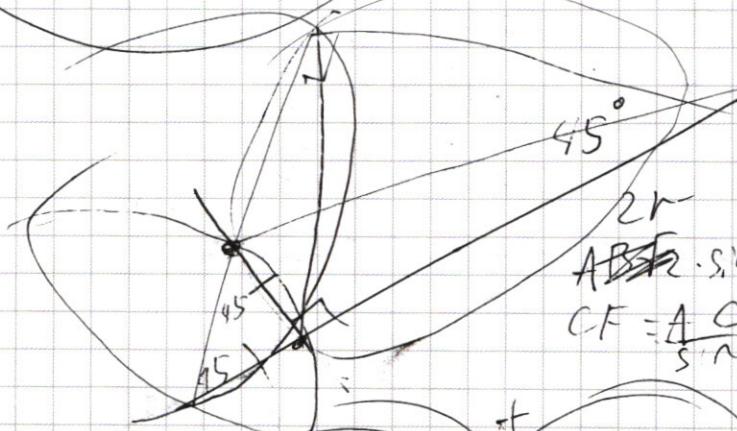
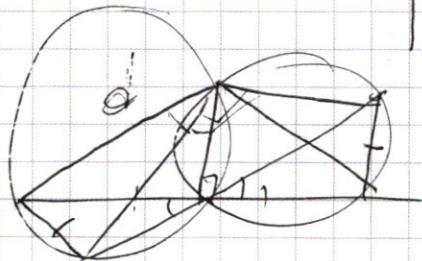
$$\frac{AD}{\sin B} = 2r$$

$$2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 1 \geq 0$$

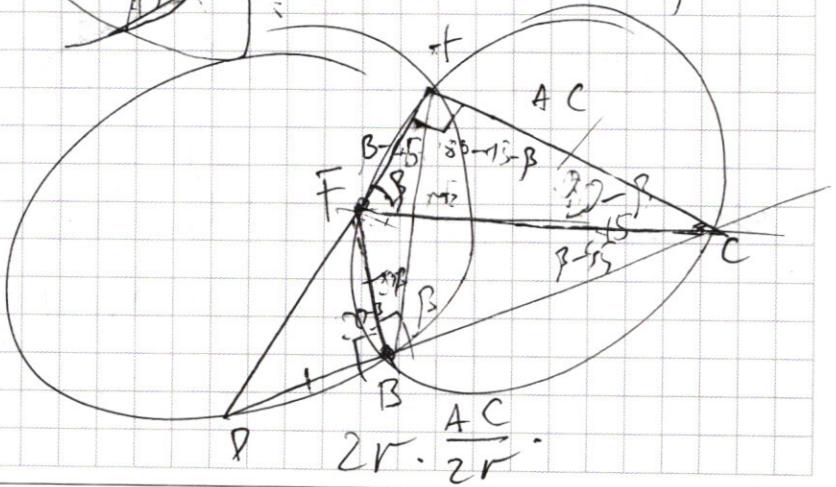
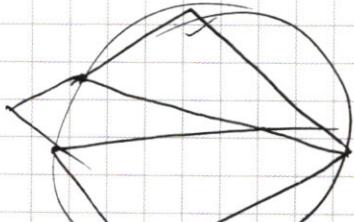


$$AB = r \sin \beta$$

$$D \quad AF \cdot AC =$$

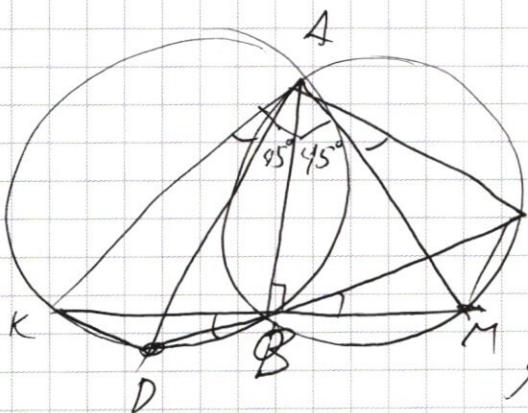
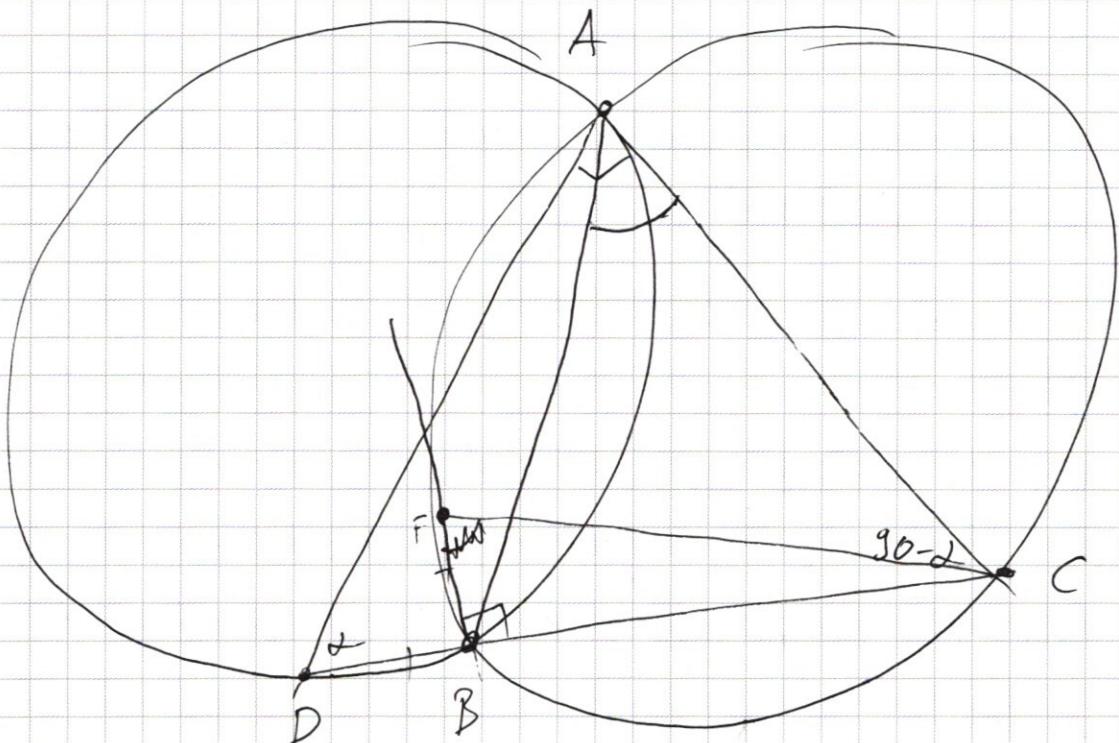


$$\frac{AB}{\sin \beta} = AC$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 6



$\angle KBD = \angle CBM$  как верт.

$KD = BM$ , т.к.  $r_1 = r_2 = r_u$

Позтому  $\angle KAD = \angle CAM$

но условно  $\angle PAC = 90^\circ$

т.к.  $\angle KAD = \angle CAM$   $\angle KAM = 90^\circ$

тогда  $AB = r\sqrt{2}$

( $\triangle KAM$  равнодедральный.)

$$2R = \frac{AB}{\sin(90-\alpha)}$$

$$\cos \alpha = \frac{r\sqrt{2}}{2r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\alpha = 45^\circ \quad AC = AD = \frac{r\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = r$$

Обратим внимание на тупой  $\angle AFB$ .  
м.к.  $\angle DBF = 90^\circ$ ,  $DB = BF$ ,  $\angle FDB = 95^\circ$  (1)

$$\angle FDB = \angle ADB$$

Значит  $FG \parallel AD$

Также заметим, что  $\angle CAD = \angle DBF = 90^\circ$

То есть  $E$  точка пересечения  $BF$  с прямой  $AD$

( $L$  - диаметр и  $CE$  диаметр, м.к.(1))

$$CL = CE$$

Значит  $E$  совпадает с  $L$ .

При этом  $AD$  и  $BF$  пересекаются на прямой ортогональности в точке  $F$ .

~~$\angle ABC = \beta$~~

~~$AC = 2r \sin \beta$~~

~~$CF = 2r = 10$~~

1)  $\triangle DFB \sim \triangle DCA$

$$FB = \sqrt{BC^2 - FC^2} = 8$$

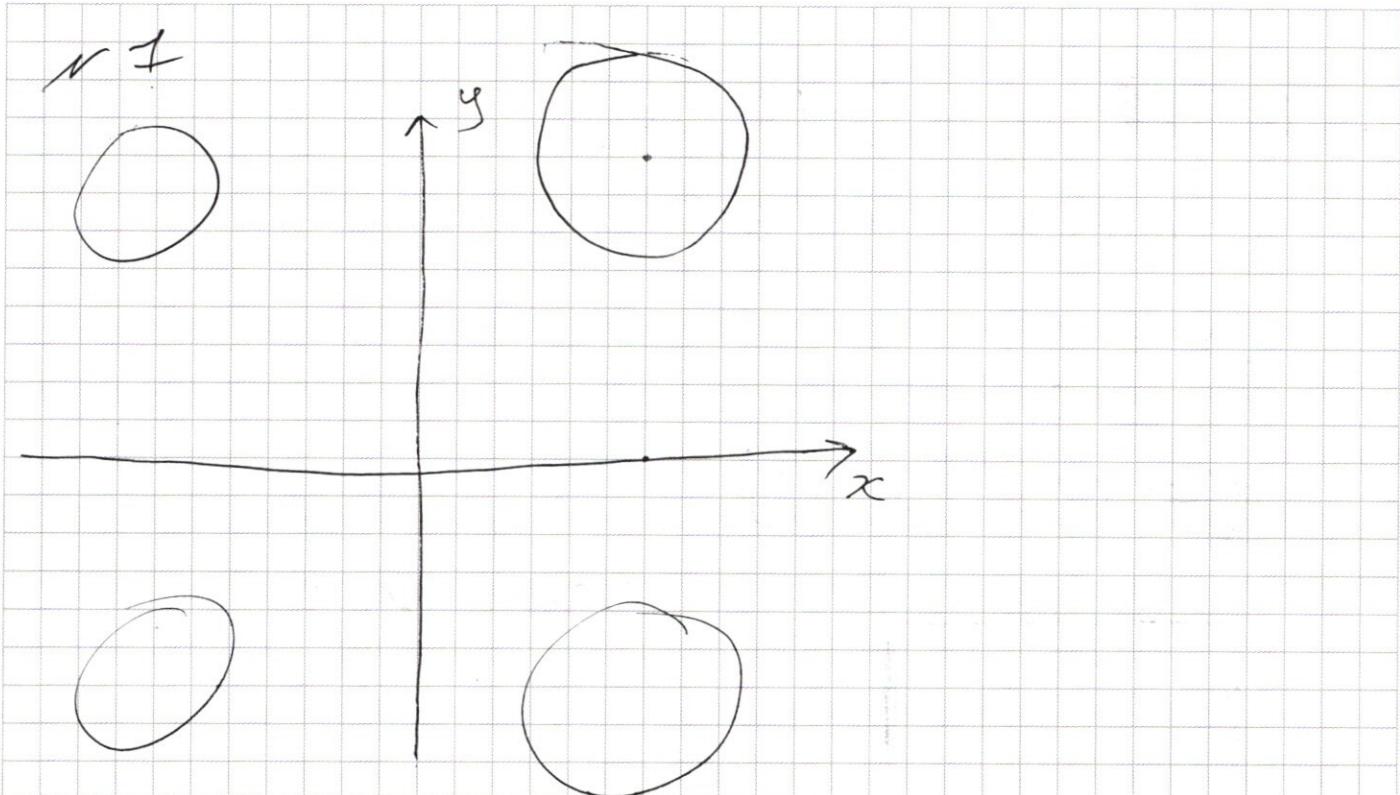
$$DC = 8 + 6 = 14$$

$$AC = \frac{DC}{\sqrt{2}} = \cancel{7}\sqrt{2}$$

$$S = \frac{1}{2} AC \cdot FA = \frac{1}{2} AC \cdot \sqrt{10^2 - AC^2} = \frac{1}{2} 7\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 7$$

Ответ:  $FC = 10$ ;  $S = 7$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$|y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12.$$

~~1)  $y - 6 > x$~~

$$1) y - 6 \geq x, y - 6 + x \geq 0$$

$$\frac{y-6}{4} = 6$$

$$y = 12 \quad \cancel{x \geq 0} \quad x \in [-6; 6]$$

~~2)  $y - 6 \leq x$~~

$$2) y - 6 \leq x, y - 6 + x \leq 0$$

$$y = 0 \quad \cancel{x \geq 0}$$

$$x \in [-6; 6]$$

$$3) y - 6 \geq x \quad y - 6 \leq -x$$

$$y - 6 - x - y + 6 - x = 12$$

$$x = -6$$

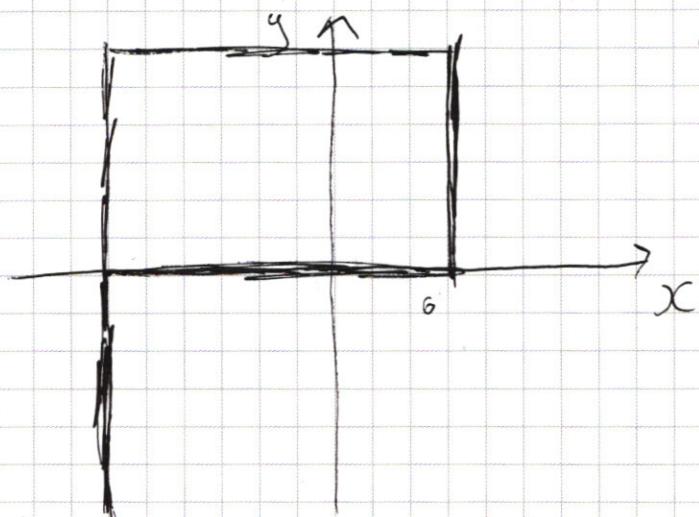
$$\cancel{y=12} \quad y \in [-12; 12]$$

$$4) y - 6 \leq x \quad y - 6 \geq -x$$

$$2x = 12$$

$$x = 6$$

$$\cancel{y=0} \quad y \in [0; 12]$$



$$1) \cancel{y=12} \quad x \in [-6, 6]$$

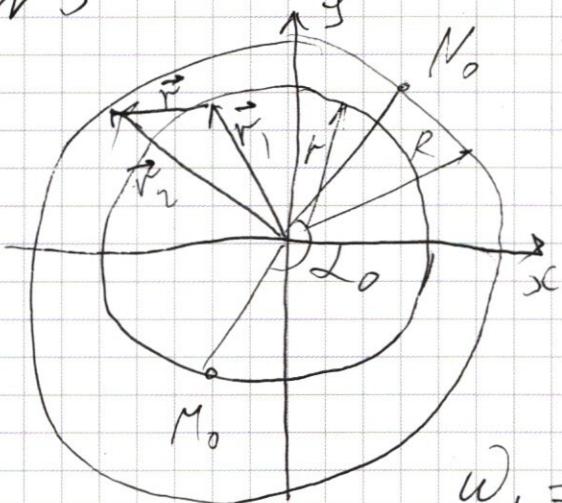
$$\alpha \leq (6-8)^2 + (12-6)^2 = 4 + 36 = 40$$

$$\alpha \geq (0-8)^2 + (12-6)^2 = \cancel{\alpha} 100$$

~~Было написано что-то внизу~~

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 5



$$M_0(-2, -2\sqrt{7}) \quad v_1 = 2v_2$$

$$N_0(5, 5\sqrt{7})$$

$$R = \sqrt{5^2 + 5^2 \cdot 7} = 10\sqrt{2}$$

$$r = \sqrt{2^2 + 2^2 \cdot 7} = 8\sqrt{2}$$

$$\omega_1 = v_1/r$$

$$\omega_2 = v_2/R$$

$$\omega_{\text{отн.}} = \omega_1 - \omega_2 = \frac{v_1}{r} - \frac{v_2}{R} = v_2 \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{R} \right)$$

Кратчайшее расстояние между  
если ~~этих~~ угол между ними  
в полярных координатах рабоче  
получено.

~~$x_2 = R \cos(\varphi_2 + \omega t)$~~

$$\omega_{\text{отн.}} \cdot t = \varphi_0$$

$$x_2 = R \cdot \cos(\varphi_2 + \omega t)$$

$$\varphi_0 = v_2 \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{R} \right) t \quad x_1 = r \cos(\varphi_1, \omega, t)$$

$$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\Delta \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{R} \right) t = \varphi_0 + 2\pi n$$

$$\vec{r}_2 = x_2 \vec{i} + y_2 \vec{j}$$

$$\vec{r}_1 = x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j}$$

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(6x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+6)(x+4)$$

~~$x \neq 0$~~

$$\begin{cases} x = -6 \\ x^3 - 4x + 80 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -6 \\ \cancel{x^3 - 160} \geq 0 \end{cases}$$

$$\cancel{\begin{cases} x = -4 \\ x^3 - 4x + 80 = 0 \end{cases}} \quad \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x + 4 \\ x > -4 \end{cases}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x + 4$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$64 - 32 - 80 + 48 = 0$$

$$x_1 = 4$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 \\ - x^3 - 4x^2 \\ \hline - 2x^2 - 20x \\ - 2x^2 - 8x \\ \hline - 12x + 48 \\ - 12x + 48 \\ \hline 0 \end{array} \quad | \overline{x-4}$$

$$x^2 + 2x - 12 = 0 \quad \cancel{x}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{13}$$

Ответ:  $\boxed{x = 4; -\sqrt{13} - 1}$