

**МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**  
**ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ**

**10 класс**

ВАРИАНТ 3

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р:  
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия  $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$ , все члены которой положительны, а их сумма равна  $S$ . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е.  $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$ ), увеличить в 50 раз, сумма  $S$  увеличится в 10 раз. А как изменится  $S$ , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е.  $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$ ), увеличить в 2 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение  $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$ .
4. [6 баллов] Решите неравенство  $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$ .
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавок против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке  $(0; 0)$ . Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках  $M_0(-2; -2\sqrt{7})$  и  $N_0(5; 5\sqrt{7})$  соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . На первой окружности выбрана точка  $C$ , а на второй – точка  $D$ . Оказалось, что точка  $B$  лежит на отрезке  $CD$ , а  $\angle CAD = 90^\circ$ . На перпендикуляре к  $CD$ , проходящем через точку  $B$ , выбрана точка  $F$  так, что  $BF = BD$  (точки  $A$  и  $F$  расположены по одну сторону от прямой  $CD$ ). Найдите длину отрезка  $CF$ .  
б) Пусть дополнительно известно, что  $BC = 6$ . Найдите площадь треугольника  $ACF$ .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

пусть  $q = \frac{v_2}{v_1} = \frac{v_3}{v_2} = \dots = \frac{v_{3000}}{v_{2999}}$

пусть  $a_i = v_i$  для  $i$  от 1 до 500  
тогда  $\frac{a_{i+1}}{a_i} = \frac{v_{i+1}}{v_i} = q$

$\Sigma$  обозначение:  $(x, y, z)$  — сум. прогрессия  
первый элемент  $x$ , последний элемент  $y$ , пос-  
редний элемент  $z$ ;  $\Sigma(x, y, z)$  — сумма членов  
исходной прогрессии:  $(v_1, q, v_{3000})$  — эта прогрессия

её можно разбить на 3 прогрессии:

$$(v_1, q^3, v_{2998}), (v_2, q^3, v_{2999}), (v_3, q^3, v_{3000}),$$

$$(v_4, q^6, v_{2998}), (v_5, q^6, v_{2999}), (v_6, q^6, v_{3000})$$

$\forall r \in \mathbb{N}, r \geq 0$   
 $r q \cdot \Sigma(v_{rx}, q^{rz}, v_{ry}) = \Sigma(r v_x, q^r, r v_y)$

Если с каждым шагом  
увеличение суммы в  $r$  раз равносильно  
увеличению каждого слагаемого в  $r$  раз,  
с тем как в сум. прогрессии между  
соседними членами  
отношение одно и то же отношение,  
увеличение основы  $r$  раз увели-

полученная сумма:

$$\sum (b_1, q^0, b_{2955}) + \sum (b_2, q^1,$$

$$\sum (b_1, q^0, b_{2956}) + \sum (b_2, q^1, b_{2957}) + \sum (b_1, q^0, b_{2958}) + \sum (b_2, q^1, b_{2959}) + \sum (50 \cdot b_1, q^2, 50 \cdot b_{3000}) =$$

$$= 10 (q^0 + q^1 + 50 \cdot q^2 + q^3 + q^4 + q^5) = 105 =$$

$$= 10 \cdot 10 \left( \sum_{i=0}^5 q^i \right)$$

$$(50 \cdot q^2 + 50 \cdot q^5 =$$

$$q^0 + q^1 + q^2 \cdot 50 + q^3 + q^4 + q^5 = 10q^0 + 10q^1 + 10q^2 + 10q^3 + 10q^4 + 10q^5$$

$$40(q^2 + q^5) = 9(q^0 + q^1)$$

$$45(q^2 + q^5) = 9 \left( \frac{q^6 - 1}{q - 1} \right)$$

$$45(q - 1)(q^2 + q^5) = 9(q^6 - 1)$$

$$45(q^3 - q^2 + q^6 - q^5) = 9(q^6 - 1)$$

увеличение всех значений программы

в 2 раза, тогда значения программы

$$(b_1, q^0, b_{2956}), (b_4, q^0, b_{2956}), (b_6, q^0, b_{3000}) \text{ и } (2b_1, q^0, b_{2956}), (2b_4, q^0, b_{2956}), (2 \cdot b_6, q^0, b_{3000})$$

$$(2b_1, q^0, b_{2956}), (2b_4, q^0, b_{2956}), (2 \cdot b_6, q^0, b_{3000})$$

$$40q^2 - 9q^1 - 9q^0 = 0$$

$$q = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 1440}}{80}$$

$$q = \frac{9 \pm 39}{80}$$

$$q = \frac{-3}{8} \vee q = \frac{48}{80}$$

$$q = \frac{b_2}{b_1}$$

$$b_1, 70; b_2, 20$$

$$b_1, b_2 = \frac{b_1^2}{q}$$

$$b_1, b_2 = q^2 - q$$

$$q = \frac{3}{58}$$

$$q > 0$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

взят все в раз.  
из этого следует:

$$q \cdot \sum (v_i, q^3, v_{i+1}) = q \cdot \sum (v_{i+1}, q^3, v_{i+2})$$

$$\sum (v_1, q, v_{1000}) = \sum_{i=1}^{1000} (v_i, q^6, v_{i+1}) = \sum_{i=1}^{1000} (v_i, q^6, v_{i+1})$$

$$= \sum_{i=1}^{1000} \left( \sum (v_i, q^3, v_{i+1}) \right) =$$

$$= \sum_{i=1}^{1000} \left( q \cdot \sum (v_1, q^3, v_{1000}) \cdot q^i \right) =$$

$$= \sum (v_1, q^3, v_{1000}) \cdot \left( \sum_{i=1}^{1000} q^i \right) = S$$

$$= \sum (v_1, q^3, v_{1000})$$

нужно

$$D = \sum (v_1, q^3, v_{1000})$$

$$S = D \cdot \sum_{i=1}^{1000} q^i$$

увеличим все члены, кратные 3, это

значит получаем:  $(v_3, q^3, v_{1000})$

$$(50 \cdot v_3, q^3, 50 \cdot v_{1000}) = (50 \cdot v_3, q^3, 50 \cdot v_{1000})$$

$$\sum (50 \cdot v_3, q^3, 50 \cdot v_{1000}) = 50 \cdot \sum (v_3, q^3, v_{1000}) = 50 \cdot D \cdot q^3$$

$$\sum (50 \cdot v_6, q^6, 50 \cdot v_{2000}) = 50 \cdot \sum (v_6, q^6, v_{2000}) = 50 \cdot D \cdot q^6$$

$$2x^4 + x^3 - 4x^2 - 3x^3 + 6x^2 + 4x - 30$$

$$2x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 4x - 30$$

$$x^4 - x^3 + x^2 + 1x - 15$$

$$q^0 + q^1 + q^2 + 50q^3 = 10q^0 + 10q^1 + 10q^2$$

$$1 + q + 50q^3 = 10 + 10q + 10q^2$$

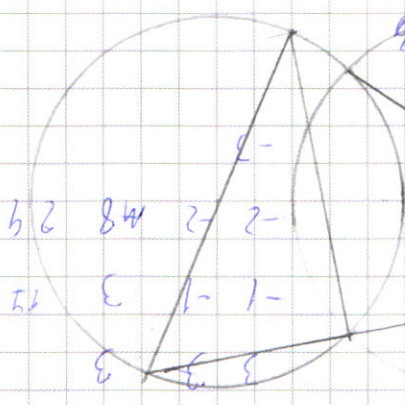
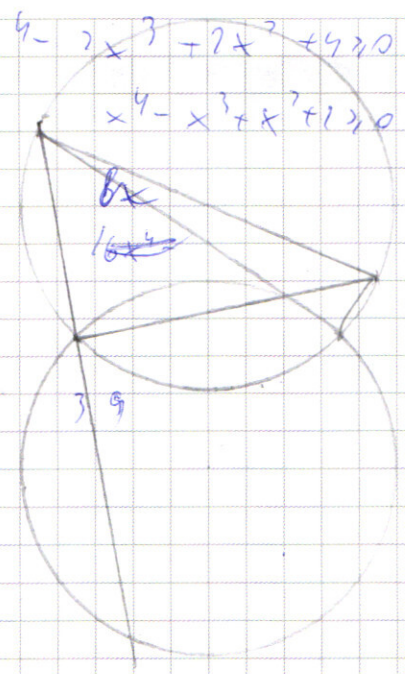
$$40q^3 - 9q - 9 = 0$$

$$q = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 1440}}{80}$$

$$q = \frac{9 \pm \sqrt{1521}}{80}$$

$$q = \frac{9 \pm 39}{80}$$

$$q = -\frac{3}{8}, q = \frac{3}{5}$$



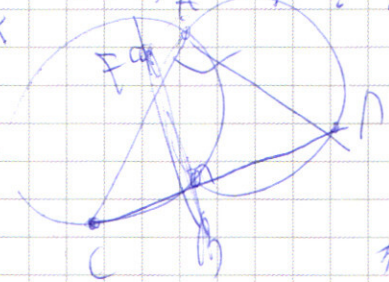
|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| h | 2 | 8 | 4 | 2 | 2 |
| h | 2 | 8 | 4 | 2 | 2 |
| h | 2 | 8 | 4 | 2 | 2 |
| h | 2 | 8 | 4 | 2 | 2 |
| h | 2 | 8 | 4 | 2 | 2 |
| h | 2 | 8 | 4 | 2 | 2 |
| h | 2 | 8 | 4 | 2 | 2 |
| h | 2 | 8 | 4 | 2 | 2 |
| h | 2 | 8 | 4 | 2 | 2 |
| h | 2 | 8 | 4 | 2 | 2 |

$$q^0 + q^1 + q^2 + 50q^3 + q^4 + q^5 + 50q^6 = 10q^0 + 10q^1 + 10q^2 + 10q^3 + 10q^4 + 10q^5$$

$$q^0 + q^1 + q^2 + 50q^3 + q^4 + q^5 + 50q^6 = 10q^0 + 10q^1 + 10q^2 + 10q^3 + 10q^4 + 10q^5$$

$$0 = q + h - 2h - 2h$$

$$0 = q + h - 2h - 2h$$



$$\frac{8!}{2! \cdot 4!} + \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = \frac{2}{0.9 + xh - 4x}$$

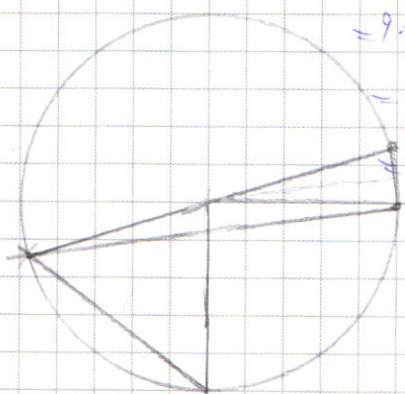
$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{18} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{12 \cdot 2}$$

$$8 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 5 + 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5$$

$$= 9 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 5 =$$

$$= 9 \cdot 7 \cdot 40 =$$

$$= 9 \cdot 280 = 2520$$

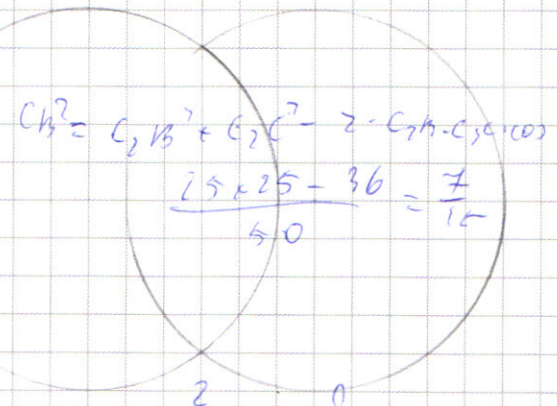


$$h + x =$$

$$= \frac{2}{0.9 + xh - 4x}$$

$$1425 (975)$$

$$\frac{2}{9 \cdot 4}$$



$$C_1B_1^2 = C_1B_1^2 + C_2C_2^2 - 2 \cdot C_1B_1 \cdot C_2C_2 \cdot \cos(100)$$

$$\frac{25 \cdot 25 - 36}{50} = \frac{4}{15}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

полезная ~~последовательность~~

прогрессия  $(b_1, q, b_{2000})$  на последовательности  
 $(b_1, q^2, b_{2999})$  и  $(b_2, q^2, b_{3000})$

и известно, что:

$$q \cdot \sum (b_1, q^2, b_{2999}) = \sum (b_2, q^2, b_{3000})$$

итак как с

$$\begin{aligned} \sum (b_1, q, b_{2000}) &= \sum_{i=1}^{2000} \left( \sum (b_i, q^2, b_{2999} b_i) \right) / = \\ &= \sum (b_i, q^2, b_{2999}) \cdot (1+q) \Rightarrow \sum (b_1, q^2, b_{2999}) = \frac{\sum (b_1, q, b_{2000})}{1+q} = \frac{S}{1+q} \end{aligned}$$

увеличим членов прогрессии с

целыми множителями в 2 раза по  
значениям прогрессии  $(b_2, q^2, b_{3000})$  на  
 $(2b_2, q^2, 2b_{3000})$ .

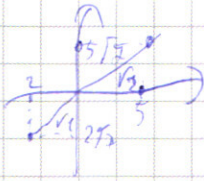
$$\begin{aligned} \sum (2b_2, q^2, 2b_{3000}) &= 2 \sum (b_2, q^2, b_{3000}) = \\ &= 2 \cdot (q \cdot \sum (b_1, q^2, b_{2999})) \end{aligned}$$

получим этого суммы:

$$\begin{aligned} \sum (b_1, q^2, b_{2999}) + 2q \sum (b_1, q^2, b_{2999}) &= \\ &= (2q+1) \cdot \sum (b_1, q^2, b_{2999}) = \frac{(2q+1)S}{q+1} = \frac{\left(\frac{6}{5}+1\right)S}{\frac{6}{5}+1} = \frac{11S}{8} \end{aligned}$$

Ответ:  $\frac{11S}{8}$

условия скорости движения  
 $v = 5^2 + (5\sqrt{3})^2$



$v_2$  - радиус окружности

$$v_2 = 5^2 + (5\sqrt{3})^2 = 5\sqrt{8}$$

$v_1$  - радиус окружности

$$v_1 = 2^2 + (2\sqrt{3})^2 = 2\sqrt{8}$$

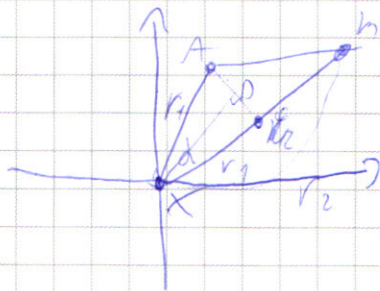
$w \cdot r_2$  - скорость

$2w \cdot r_2$  - скорость

$$\frac{2w \cdot r_2}{r_1} = \frac{2w \cdot 5\sqrt{8}}{2\sqrt{8}} = 5w$$

условия скорости  
 5 (L=) для радиуса окружности

критическое расстояние между объектами, движущимися с разной угловой скоростью это расстояние между ними, когда их проекции на ось совпадают



$$AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{(4AD)^2 + CB^2} = \sqrt{(4 \times A \cdot \sin \frac{\alpha}{2})^2 + CB^2}$$

$CB = (r_2 - r_1) \cdot \sin \alpha$  - макс. величина при  $\alpha = 0$  или  $\alpha = 180^\circ$

зависимость пол. угла от времени:

$$\text{мех: } \alpha_2 = \omega t + \alpha_0$$

$$\text{возмущения: } \alpha_1 = 5\omega t + \alpha_0$$

$$4\omega t = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$4\omega t = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \quad \alpha_0 + \omega t = \arctg \frac{A}{B} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$\omega t = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{4}, k \in \mathbb{Z} \quad 2\pi n + \alpha_0 + 5\omega t = \arctg \frac{A}{B} + \pi = \omega t + \pi + \alpha_0 + 2\pi m$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$d_0 + ut_1 = \arctan\left(\frac{M}{\sqrt{2}}\right) \alpha + 2\pi M, m \in \mathbb{Z}$$

$$d_0 = \arctan\left(\frac{M}{\sqrt{2}}\right) - \frac{\pi}{4} + 2\pi k, \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

или

равенство не выполняется:

$$5\pi t + d_0 - \pi t + d_0 = 2\pi a, a \in \mathbb{Z}$$

$$4\pi t = 2\pi a, a \in \mathbb{Z}$$

$$ut = \frac{\pi a}{2}, a \in \mathbb{Z}$$

иногда угол уменьшается

$$0 \leq \theta \leq 2\pi, \theta \in [0; 2\pi)$$

$$ut \in \left\{0; \frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2}\right\}$$

$$t \in \left\{0; \frac{\pi}{2u}; \frac{\pi}{u}; \frac{3\pi}{2u}\right\}$$

и это время совпадает с периодом

голова го времени одна точка  
этого круга

так в это время:

$$d_0 + ut = \arctan\left(\frac{M}{\sqrt{2}}\right) - \frac{\pi}{4} + \frac{\pi b}{2} + ut =$$

$$= \arctan\left(\frac{M}{\sqrt{2}}\right) - \frac{\pi}{4} + \frac{\pi b}{2} + \frac{\pi c}{2}, c \in \{0, 1, 2, 3\}$$

или можно записать так:  $\arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi d}{2}, d \in \mathbb{Z}$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~арксин~~

$$\forall z: \operatorname{Arg}(z) = \frac{-1}{\operatorname{Arg}(z + \frac{1}{z})}$$

$$\operatorname{Arg}\left(\frac{x}{y}\right) = \operatorname{Arg}\left(\frac{1+\sqrt{z}}{1-\sqrt{z}}\right) + \frac{1}{z}, \quad z \in \mathbb{C}$$

$$\begin{cases} \operatorname{Arg}\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{1+\sqrt{z}}{1-\sqrt{z}} & (1) \\ \frac{y}{x} = \frac{1+\sqrt{z}}{\sqrt{z}-1} & (2) \end{cases}$$

$$x^2 y^2 = 200$$

(2):

$$y^2 = \frac{8+2\sqrt{z}}{8-2\sqrt{z}} \cdot x^2$$

$$\begin{cases} x^2 = \frac{1+2\sqrt{z}+z}{1-2\sqrt{z}+z} \cdot y^2 \\ y^2 = \frac{1+2\sqrt{z}+z}{1-2\sqrt{z}+z} \end{cases}$$

продолжить  
поиск в  
следующих  
точках

$$x = \pm \frac{5}{\sqrt{2}} (\sqrt{z}-1)$$

$$y = \pm \frac{5}{\sqrt{2}} (\sqrt{z}+1)$$

$$\frac{y}{x} = \frac{\sqrt{z}+1}{\sqrt{z}-1}$$

$$\begin{cases} x = \frac{5}{\sqrt{2}} (\sqrt{z}-1) \\ y = \frac{5}{\sqrt{2}} (\sqrt{z}+1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{5}{\sqrt{2}} (\sqrt{z}-1) \\ y = \frac{5}{\sqrt{2}} (\sqrt{z}+1) \end{cases}$$

Ответ: 4 точки

$$\begin{cases} x = \frac{5}{\sqrt{2}} (\sqrt{z}+1) \\ y = \frac{5}{\sqrt{2}} (\sqrt{z}-1) \\ x = \frac{5}{\sqrt{2}} (\sqrt{z}+1) \\ y = \frac{5}{\sqrt{2}} (\sqrt{z}-1) \end{cases}$$

$$x^2 = \frac{8+2\sqrt{z}}{8-2\sqrt{z}} \cdot y^2$$

$$y^2 \left( \frac{16}{8-2\sqrt{z}} \right) = 200$$

$$y^2 = 200 \cdot \frac{8-2\sqrt{z}}{16} = 25(4-\sqrt{z})$$

$$y = \pm 5 \sqrt{4-\sqrt{z}}$$

$$y = \pm 5 \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 z - 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \left(\frac{\sqrt{z}}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$y = \pm 5 \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \mp \sqrt{\frac{z}{2}} \right)$$

$$y = \frac{5}{\sqrt{2}} (\sqrt{z}-1)$$

$$x^2 = 200 - y^2$$

$$x^2 = 25(4+\sqrt{z})$$

$$x = \pm 5 \sqrt{4+\sqrt{z}}$$

$$x = \pm \frac{5}{\sqrt{2}} (\sqrt{z}+1)$$

$$\frac{x}{y} = \frac{1+\sqrt{z}}{1-\sqrt{z}}$$

$$700 \neq 0$$

в числе нет цифр 0

$$700 : 4$$

из всех цифр на 2 делится только 4  $\Rightarrow$  2 цифры в числе

$$700 : 25 = 28 \quad 700 = 25 \cdot 4 \cdot 7 ; 4 \cdot 4 \cdot 5$$

из всех цифр на 5 делится только 5 и 0, значит, в числе 2 нуля впереди числа 5.

$$700 : 2$$

из всех цифр на 2 делится только 0, 2, 4, 6, 8.

в числе не может быть 6; 8,  $700 : 3$ ; не может быть 0, потому что  $700 : 8$  не делится, в не делится на 4.  $700 = 4 \cdot 25 \cdot 7 ; 25 = 5 \cdot 5$

в числе либо 2 цифры 2 либо одна 4.

~~Остаточное~~

$$7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 = 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 = 700$$

↓

Остаточные цифры есть и.  
Возможные комбинации цифр:

$$7, 5, 5, 4, 1, 1, 1, 1 ; 7, 5, 5, 2, 2, 2, 1, 1$$

кол-во способов расположить в ряду:

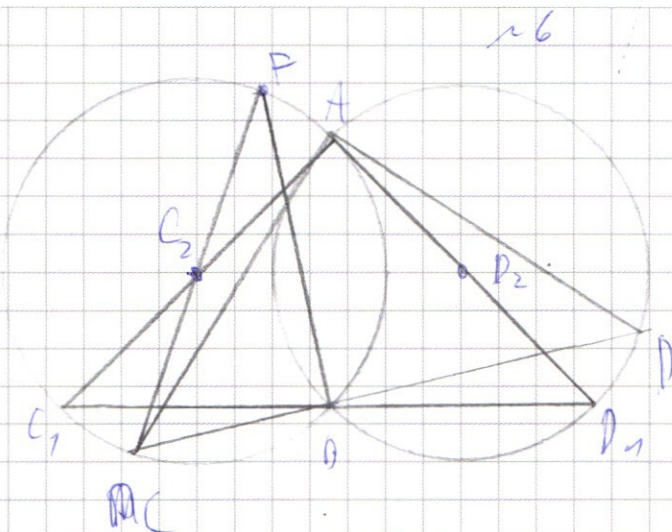
$$\frac{8!}{1! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 4!}$$

$$\frac{8!}{1! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 3!}$$

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{2 \cdot 2} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2} = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \left(\frac{6}{2} + \frac{6}{2}\right) = 8 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 9 = 40 \cdot 7 \cdot 9 = 280 \cdot 9 = 2520$$

Ответ: 2520

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Доп. построения

$$C_1 D_1 \perp AB$$

$$\angle D B D_1 = \angle C_1 B C$$

$$\angle D D_1 = \angle C C_1$$

$$\angle (AD, AD_1) = \angle (BC, BC_1)$$

~~ADD<sub>1</sub> и BCC<sub>1</sub> — впис.~~

Точки A, B, D<sub>1</sub> — на одной окружности.

Точки A, B, C<sub>1</sub> — на одной окружности.

$$\angle (BA, BA_1) = \angle (CA, CA_1)$$

$$\angle (AD, AD_1) = \angle (AC, AC_1)$$

$$\angle (AD, AD_1) + \angle (AD_1, AC_1) = \angle (AD, AC) + \angle (AC, AC_1) = \angle (AD, AC_1)$$

$$\angle (AD, AC) = \angle (AD_1, AC_1)$$

$$AC \perp AD \Rightarrow AC_1 \perp AD_1$$

при этом

Окружности радиусов r<sub>1</sub> и r<sub>2</sub> пересекаются в двух точках, тогда C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> ⊥ AB ⇒ C<sub>1</sub> и D<sub>1</sub> лежат на одной окружности.

Множества B, C<sub>1</sub> и B, D<sub>1</sub> — на одной окружности.

при этом радиусы r<sub>1</sub> и r<sub>2</sub> пересекаются в двух точках, тогда C<sub>1</sub> и D<sub>1</sub> лежат на одной окружности.

Тогда множества точек C<sub>1</sub> и D<sub>1</sub> лежат на одной окружности. ⇒ B, C<sub>1</sub> и B, D<sub>1</sub> — на одной окружности.

$$AB \perp C_1 D_1$$

$$\angle (AB, C_1 D_1) = \angle (AB, C_1 D_1)$$

сущств  $C_2$  - сержута  $C_1 A_1$

$D_2$  - сержута  $D_1 A_1$ .

$AB \perp C_1 D_1 \Rightarrow AC_1$  и  $AD_1$  - диаметры окружностей,  $\Rightarrow C_2$  и  $D_2$  - их центры.

$A$  - точка пересечения,

$$\angle D_2 A C_1 = 90^\circ$$

$\Downarrow$   
Окружности перпендикулярны,

$\Downarrow$   
при касании по  $90^\circ$  или  $-90^\circ$  отрез.

$$\angle C_2 B D_2 = 90^\circ$$

$\Downarrow$

$$\angle (BC_2, BD_2) = \angle (BF, BD)$$

$$\angle (BF, BC_2) + \angle (BC_2, BD_2) = \angle (BD, BD_2) + \angle (BF, BD) = \angle (BF, BD_2)$$

$\Downarrow$

$$\angle (BF, BC_2) = \angle (BD, BD_2)$$

$\Downarrow$

$$\angle FBC_2 = \angle B D BD_2$$

$$BC_2 = BD_2$$

$$BF = BD$$

$$\triangle C_2 BF \cong \triangle D_2 BD$$

$\Downarrow$

$$C_2 F = D_2 D$$

$\Downarrow$

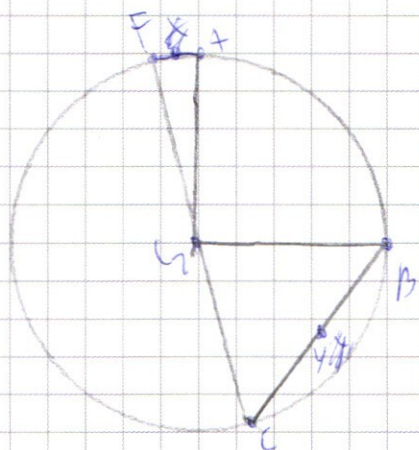
$F$  на окружности  $ABC$

$$FD \perp BC$$

$\Downarrow$

$$FE = 10 \quad (= FC - \text{диаметр})$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$C_2$  - генератор окруж.  $ABC_1$   
 $BF \perp BC$   
 $\parallel$   
 $FC$  - диаметр окруж.  $ABC$   
 $\parallel$   
 $C_2$  середина  $FC$

$\Delta$  - середина  $AB$   
 $\gamma$  - середина  $AC$

У-срезав  
СВ

$$C, C = E, A$$

6) СЗКА - расчеты зрелости

$$C_1 \cap A \subset C_2 \cap A$$
$$\angle FCA = \angle C_1CA$$

$$\cos \angle B_2C_2C = \frac{C_2C^2 + C_2B_2^2 - CB_2^2}{2 \cdot C_2C \cdot C_2B_2} = \frac{25 + 15 - 36}{2 \cdot 5 \cdot 7.5} = \frac{4}{75} \Rightarrow \angle B_2C_2C \approx 90^\circ \Rightarrow \angle C_2A + \angle B_2C_2C + \angle A_2B_2 = 180^\circ$$

$$\angle AFC = 90^\circ - \angle ACF = 90^\circ - 0,5 \angle FCA = 90^\circ - 0,5(160^\circ - \angle ACB)$$

$$\angle B_2C = 45^\circ + \angle B_2C_2Y$$

$$\int_0^{\pi/2} ACF = \frac{A^2 L^2}{2} \cdot \sin(45^\circ) + \cos(45^\circ) =$$

$$= 50 \cdot \left( \sin 132.4^\circ \cdot \frac{1}{12} + \frac{1}{12} \cdot \cos 132.4^\circ \right) \cdot \left( \cos 132.4^\circ \cdot \frac{1}{12} - \sin 132.4^\circ \cdot \frac{1}{12} \right) =$$

$$= \sin^2 \angle ACB, Y - \sin^2 \angle ACB, Y = \sin^2 \angle ACB, Y = \sin^2 \angle ACB$$

$$= 15 \cdot \frac{C_2 C^2 + C_2 B^2 - C B^2}{2 C_2 C \cdot C_2 B} \stackrel{n 6}{=} 15 \cdot \frac{25 + 15 - 36}{2 \cdot 25 \cdot 25} = \frac{11}{50} = \frac{7}{25}$$

$$= 25 \cdot \left( \frac{C_2 C^2}{C_2 B^2} - \frac{C B^2}{C_2 B^2} \right) =$$

$$= 25 \cdot \left( \frac{C_2 C^2}{C_2 B^2} - \frac{C B^2}{C_2 B^2} \right) =$$

$$= 25 \cdot \left( \frac{25}{25} - \frac{36}{25} \right) =$$

$$= 25 \cdot \left( 1 - \frac{36}{25} \right) = 25 \cdot \left( \frac{25 - 36}{25} \right) = 25 \cdot \frac{-11}{25} = -11$$

Ответ:  $\frac{7}{25}$

$$\left( \frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} \right) \sqrt{x^3 - 4x + 60} = x^2 + 60x + 24$$

$$(x + 6) \sqrt{\frac{x^3 - 4x + 60}{2}} = (x + 6)(x + 4)$$

$$(x + 6) \left( \sqrt{\frac{x^3 - 4x + 60}{2}} - x - 4 \right) = 0$$

$$\text{① } x = -6 \quad \text{② } \sqrt{\frac{x^3 - 4x + 60}{2}} - x - 4 = 0$$

$$\text{③ } (x - 4)$$

$$x^3 - 4x^2 + 7x^2 - 8x - \frac{1}{2}x + 48 = 0$$

$$(x - 4)(x^2 + 7x - 12) = 0$$

$$x - 4 = 0 \quad \text{④ } x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 48}}{2}$$

$$x = -6$$

$$x^2 - 4$$

$$x \in \{4; -1 - \sqrt{5}; -1 + \sqrt{5}\}$$

$$\text{⑤ } \begin{cases} x + 4 \geq 0 \\ \frac{x^3 - 4x + 60}{2} = x^2 + 10x + 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 4 \geq 0 \quad \text{⑥} \\ x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0 \quad \text{⑦} \end{cases}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$13 > 9$$

||

$$\sqrt{13} > 3$$

||

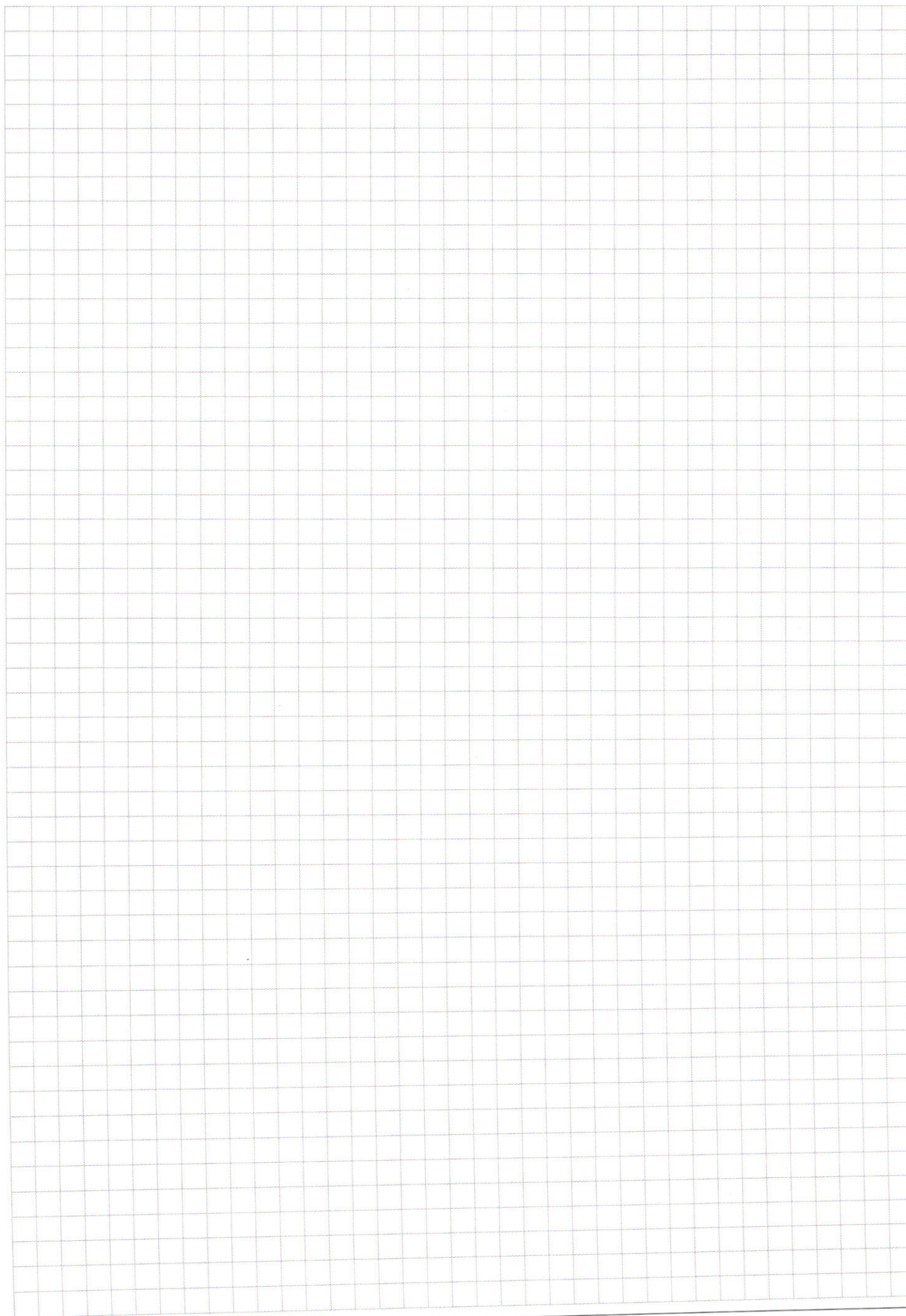
$$-1 - \sqrt{13} < -4$$

$$\left[ \begin{array}{l} x = -6 \\ x \geq 4 \\ x \in \{4; -1 \pm \sqrt{13}\} \end{array} \right.$$

$$x \in \{-6; \sqrt{13} - 1; 4\}$$

Ответ:

$$x \in \{-6; \sqrt{13} - 1; 4\}$$



☐ черновик    ☐ чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)