

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 11

Восьмизначное число абстердэн имеет произведение цифр равное 4900, т.е. $4900 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \Rightarrow$ кол-во

чисел с произведением цифр равным 4900 — $8! + 8!$,

т.к. число имеет либо цифры: 1, 1, 2, 2, 5, 5, 7, 7;

либо: 1, 1, 1, 4, 5, 5, 7, 7. $\Rightarrow$ Решение — $2 \cdot 8! =$

$= 2 \cdot 40320 = 80640$. Ответ: 80640.

Задача 12

Сумма членов с индексом, кратным 3
равняется $S''' = \frac{b_1 q^3 (1 - q^{3n-3})}{1 - q^3}$; Сумма членов с индексом
вида $3n-2$ равняется $S' = \frac{b_1 (1 - q^{3n-3})}{1 - q^3}$;

Сумма членов с индексом вида $3n-1$ равняется
 $S'' = \frac{b_1 q (1 - q^{3n-3})}{1 - q^3} \Rightarrow S' + S'' + 40 S''' = 5 S' + 5 S'' + 5 S'''$, т.к.

$$S' + S'' + S''' = S \Rightarrow 4 S' + 4 S'' = 35 S'''$$

$$\frac{4 b_1 (1 - q^{3n-3})}{1 - q^3} + \frac{4 b_1 q (1 - q^{3n-3})}{1 - q^3} = \frac{35 b_1 q^2 (1 - q^{3n-3})}{1 - q^3} \quad \Bigg/ \frac{1 - q^{3n-3}}{1 - q^3}$$

$$\Rightarrow 4 b_1 + 4 b_1 q = 35 b_1 q^2$$

$$4 + 4 q = 35 q^2 \Rightarrow 35 q^2 - 4 q - 4 = 0 \quad D = 16 + 560 = 576$$

$$q_{1,2} = \frac{4 \pm 24}{70} = \left[\frac{-2}{7} \right] \text{ — не подходит, т.к. все члены положительны.}$$

$$\Rightarrow q = \frac{4}{70}$$

Сумма членов

2) Члены вида $2n$ равняются $S_{II} = \frac{b_1 q (1 - q^{2n-2})}{1 - q^2}$;

Сумма членов вида $2n-1$ равняется $S_I = \frac{b_1 (1 - q^{2n-2})}{1 - q^2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow S = S_I + S_{II} ; \text{ Если } S = \frac{b_1(1-q^{2n-2})}{1-q^2} + \frac{b_1 q(1-q^{2n-2})}{1-q^2} =$$

$$= \frac{b_1(1+q)(1-q^{2n-2})}{1-q^2} \Rightarrow \text{ Если } S_{II} = 3S_I \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_I = S_I + S_{II} = \frac{b_1(1-q^{2n-2})}{1-q^2} + \frac{3b_1 q(1-q^{2n-2})}{1-q^2} =$$

$$= \frac{b_1(1+3q)(1-q^{2n-2})}{1-q^2} \Rightarrow \frac{S_I}{S} = \frac{1+3q}{1+q} = \frac{1+3 \cdot 0,4}{1+0,4} = \frac{2,2}{1,4} = \frac{11}{7} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ сумма увеличится в $1\frac{4}{7}$ раза.

Ответ: сумма увеличится в $1\frac{4}{7}$ раза.

Задача 13.

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} - \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$\left(\frac{76 + 10}{2\sqrt{2}} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4) \Rightarrow x_1 = -10.$$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x - 4$$

$$\sqrt{\frac{x^3 - 64x + 200}{8}} = x - 4 \quad | \wedge 2 |$$

$$\frac{x^3 - 8x + 25}{8} = x^2 - 8x + 16 \quad | \cdot 8 |$$

$$x^3 + 200 = 8x^2 + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0 \quad | x_2 = 6 |$$

$$\sqrt{2} = 1,414$$

$$\begin{array}{c|ccc|c} 1 & 1 & -8 & 0 & 72 \\ \hline 6 & 1 & -2 & -12 & 0 \end{array}$$

$$x^3 - 3x^2 + 72 = (x-6)(x^2 - 2x - 12) = 0$$

$$x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$D = 4 + 48 = 52 = 4 \cdot 13$$

$$x_{3,4} = \frac{2 \pm 2\sqrt{13}}{2} = 1 \pm \sqrt{13}$$

Ответ: $x_1 = -10$

$$x_2 = 6$$

$$x_3 = 1 - \sqrt{13}$$

$$x_4 = 1 + \sqrt{13}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 111

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 | x+2 | + 4 \geq 0$$

$$\begin{cases} 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0, & x \geq -2 \\ 4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0, & x < -2 \end{cases}$$

$$1) 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

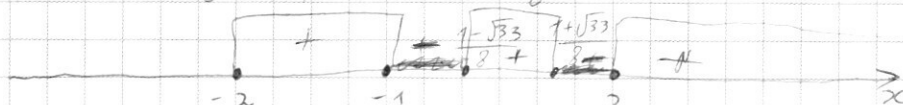
$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 = 0 \quad x_1 = -1, x_2 = -2$$

$$(4x^2 - x - 2)(x+1)(x-2) = 0$$

$$D = 1 + 32 = 33$$

$$x_{3,4} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

$$(x - \frac{1 + \sqrt{33}}{8})(x - \frac{1 - \sqrt{33}}{8})(x+1)(x-2) = 0$$



$$2) 4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(4x^2 + x + 2)(x^2 + x + 2) = 0$$

$$1) D = 1 - 32 = -31$$

нет действительных корней

$$2) D = 1 - 8 = -7$$

нет действительных корней $\Rightarrow x \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow \left[x \in \left[-2, -1 \right] \cup \left[\frac{1 - \sqrt{33}}{8}, \frac{1 + \sqrt{33}}{8} \right] \cup \left[2, +\infty \right) \right] \cup \left[-\infty, -2 \right) \cup \left[-2, -1 \right] \cup \left[\frac{1 - \sqrt{33}}{8}, \frac{1 + \sqrt{33}}{8} \right] \cup \left[2, +\infty \right)$$

$$\text{Ответ: } x \in \left[-2, -1 \right] \cup \left[\frac{1 - \sqrt{33}}{8}, \frac{1 + \sqrt{33}}{8} \right] \cup \left[2, +\infty \right)$$

$$x \in \left(-\infty, -2 \right) \cup \left[-2, -1 \right] \cup \left[\frac{1 - \sqrt{33}}{8}, \frac{1 + \sqrt{33}}{8} \right] \cup \left[2, +\infty \right)$$

Задача №7.

$$\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16 \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

1) $|y+x+8| + |y-x+8| = 16$

$$\begin{cases} y+x+8 + y-x+8 = 16; & \begin{cases} y+x \geq -8 \\ y-x \geq -8 \end{cases} \\ y+x+8 + y+x-8 = 16; & \begin{cases} y+x \geq -8 \\ -y+x \geq -8 \end{cases} \\ -y-x-8 + y-x+8 = 16; & \begin{cases} y+x \leq -8 \\ y-x \leq -8 \end{cases} \\ -y-x-8 - y-x-8 = 16 & \begin{cases} y+x \leq -8 \\ -y-x \leq -8 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=0 & \begin{cases} x \geq -8 \\ y \geq -8 \end{cases} \\ x=8 & \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq -8 \end{cases} \\ x=-8 & \begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq -8 \end{cases} \\ y=-16 & \begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq -8 \end{cases} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ 1) $(\pm 8; 0)$; 2) $(\pm 8; -16)$.

1) $|x| = \pm 8; y = 0$

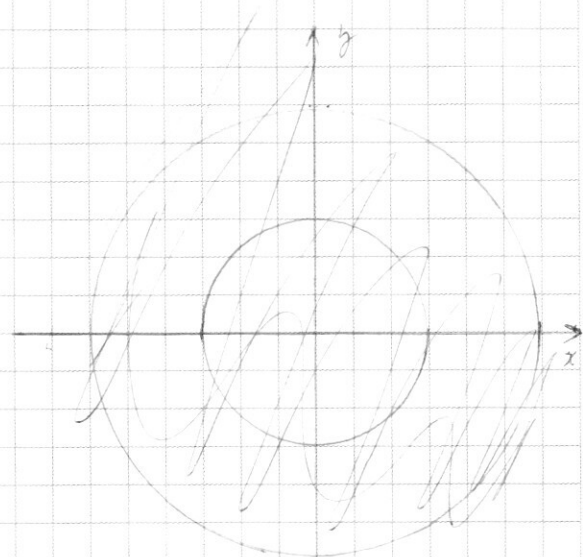
$$(|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = (-7)^2 + (-8)^2 = 49 + 64 = 113$$

2) $|x| = \pm 8; y = -16$

$$(|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = (-7)^2 + (-8)^2 = 113$$

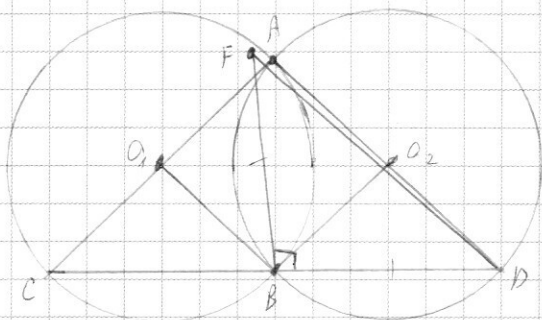
Ответ: $a = 113$.

Задача №5.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

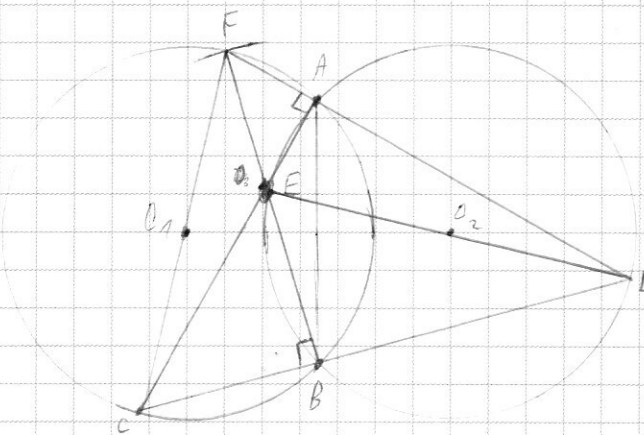
~~Р/МЗ~~ Задача №6



Dato: $w_1(q_1; R)$ $R=13$

$$W_2(C_2, R) : \cancel{A_0} \cancel{R_0} \cancel{A}$$
$$W_1 \cap W_2 = A \cup B$$
$$C \in W_1, D \in W_2,$$
$$B \in CD, BF \perp CD$$
$$B \vdash \vdash BD$$

Найти ACF - ?
 а) если $BC = 10$; $S_{ACF} = 7$

~~BE-BD~~~~OVER 28-28-10~~

Теория

1) Intelligent BE,

$$\text{B. m. k. } u_1 = u_2; BF = BD \Rightarrow$$
$$\Rightarrow F \in W_1; m, k$$

$\triangle BCF$ - прямоугольный; $\angle CBF = 90^\circ \Rightarrow CF$ - гипотенуза $\Rightarrow$

$$\Rightarrow CF = 2R = 2 \cdot 13 = 26$$
$$2A \cdot C_3 \cdot C_3 = FC_3 \cdot C_3 B$$

2) В четырех уг. $ABCF$ $\angle B \parallel \angle C = E$

В $\triangle BCF$: $BC = 10$; $CF = 26 \Rightarrow$ по т. Пифагора $BF = 24 \Rightarrow BD = 24$

В u_2 ~~DE~~ DE - диаметр аналогично $CE \Rightarrow$

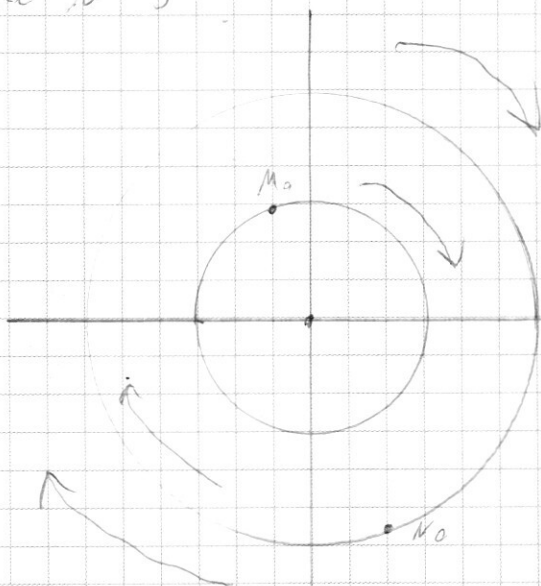
$$\Rightarrow \angle E = 26^\circ; \angle D = 24^\circ \Rightarrow \angle E = 10^\circ \Rightarrow \angle E = 11^\circ \Rightarrow \angle BEC = 46^\circ; \angle FEA \Rightarrow CE \parallel BD$$
$$\Rightarrow AF = EA \Rightarrow AF^2 = AE^2 = 2AF^2 = EF^2 \Rightarrow 2AF^2 = 196 \Rightarrow AE = \sqrt{98} = 7\sqrt{2} = AF$$

$$\cancel{AE} \cdot \cancel{EB} = \cancel{CE} \cdot \cancel{AE} = 21 \quad S_{ACF} = (10\sqrt{2} + 7\sqrt{2}) \cdot 7\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= 17\sqrt{2} \cdot 7\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} = 17 \cdot 7 = 119$$

Ответ: а) $CF = 26$; б) $S_{ACF} = 119$.

Задача № 5



$$1) R = \sqrt{1^2 + (4\sqrt{2})^2} =$$

$$= 6$$

$$r = \sqrt{1^2 + (2\sqrt{2})^2} = 3$$

$$v_k = 2,5 v_n \Rightarrow v_R = \frac{2}{5} v_r$$

$$C_R = 2\pi R = 4\pi$$

$$C_r = 2\pi r$$

$$t_R = \frac{4\pi}{2,5 v_n}$$

$$t_r = \frac{2\pi}{v_n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_R = \frac{1}{2,5} t_r$$

14

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$\begin{cases} 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0, & x \geq -2 \\ 4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0, & x < -2 \end{cases} \Leftrightarrow (x+1)(x-2) \geq 0$$

$$1) 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$x_1 = -1$$

$$\begin{array}{c|ccc|cc} & 4 & -5 & -9 & 4 & 4 \\ -1 & 4 & -9 & 0 & 4 & 0 \end{array}$$

$$(4x^3 - 9x^2 + 4)(x+1) \geq 0$$

$$\begin{array}{c|ccc|cc} & 4 & -5 & -9 & 4 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & -3 & -2 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & -2 & 0 & 0 \end{array}$$

$$32 + 4 - 8 + 4$$

$$x_2 = 2$$

$$\begin{array}{c|ccc|cc} & 4 & -9 & 0 & 4 & \\ 2 & 4 & -1 & -2 & 0 & \end{array}$$

$$(4x^2 - x - 2)(x+1)(x-2) \geq 0$$

$$D = \frac{1 \pm \sqrt{1+32}}{8} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

$$2) 4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$-2 | 4 \cdot 16 + 1 \cdot 40 + 44 - 4$$

$$4 - 5 + 11 - 4 + 4$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(ax^2 + bx + c)(dx^2 + ex + f) = 0$$

$$(ax^2 + bx + c)(dx^2 + ex + f) = 0$$

$$\begin{cases} ad = 4 \\ ac + bd = 5 \\ a + b + c + d = 11 \\ ce + bf = 4 \\ cf = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} ua + d = 11 \\ a = 2, d = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ce + bf = 4 \\ cf = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} ce + 4b = 4 \\ cf = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} e = 4 \\ f = 1 \end{cases}$$

$$x^4 + 1,25x^3 + 2,75x^2 + x + 1 = 0$$

$$(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) = 0$$

$$\begin{cases} ad = 4 \\ ac + bd = 5 \\ a + b + c + d = 11 \\ ce + bf = 4 \\ cf = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + c = 1,25 \\ b + d = 2,75 \\ ad - bc = 1 \\ bd = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 2 \\ d = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 4c + 0b = 5 \\ c = 1,25 \end{cases} \quad \begin{cases} b = 1 \\ f = 1 \end{cases}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 2 - 1,25 = -1,25 \quad \begin{cases} 1x^2 + x + 2 \\ 1x^2 + x + 2 \end{cases}$$

$$d = \frac{1}{b}$$

$$c = 1,25 - a \quad 0,75 - 2 - 1,25 = -1,25$$

$$\begin{cases} b = \frac{1}{b} + a(1,25 - a) = 2,75 \\ \frac{a}{b} + b(1,25 - a) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b + \frac{1}{b} + 1,25a - a^2 = 2,75 \\ \frac{a}{b} + 1,25b - ab = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b^2 + 1,25ab - a^2b = 2,75b \\ a + 1,25b^2 - ab^2 = b \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$4900 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$$

$$N_8 = 90000000$$

$$22557711$$

$$41557711$$

$$10000000$$

$$225577$$

$$415577$$

$$8! + 8! = 2 \cdot 8! = 2 \cdot 40320 = 80640$$

№3.

$$\left(\frac{76}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 67x - 40$$

$$\left(\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 67x - 40$$

$$\frac{\sqrt{x^3 - 64x + 200}}{\sqrt{8}} = \frac{x^2 + 67x - 40}{x + 10} = \frac{(x+10)(x-4)}{(x+10)}$$

$$\sqrt{\frac{x^3}{8} - 8x + 25} = x - 4$$

$$\frac{x^3}{8} - 8x + 25 = x^2 - 8x + 16$$

$$x^3 + 200 = 8x^2 + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$\begin{array}{r} -4 \quad -5 \quad -5 \\ -64 \quad -256 \quad +120 \quad -125 = 0 \end{array}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_1 x_3 = 48 \\ x_1 x_2 x_3 = 72 \end{cases}$$

$$(x_1 + x_2 + x_3)^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1 x_2 + 2x_1 x_3 + 2x_2 x_3$$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0 + 2(-8) = -16$$

$$x_2 = 6$$

$$\begin{array}{c|ccc|c} 6 & 1 & -8 & 0 & 72 \\ \hline & 1 & -2 & -12 & 0 \end{array}$$

$$x_1 = -10$$

$$x_2 = 6$$

$$x_3 = 1 + \sqrt{13}$$

$$x_4 = 1 - \sqrt{13}$$

$$x_1 = -10$$

$$x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$D = 4 + 48 = 52$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{52}}{2} = 1 \pm \sqrt{13}$$

$$3x^2 - 8 = 0$$

$$3x^2 = 8$$

$$x^2 = \frac{8}{3}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{8}{3}} = \pm \sqrt{\frac{8}{3}} = \pm \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$\frac{2\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{3} = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$$

$$216 - 288$$

$$64 + 42 = 106$$

$$8 \cdot 16 = 128$$

$$256 - 8 \cdot 36$$

$$8 \cdot 36 = 288$$

$$343 -$$

$$x^2(x-8) + 72$$

$$u \frac{b_1(1-q^{3n})}{1-q^3} + u \frac{b_1 q(1-q^{3n})}{1-q^3} = 35 \frac{b_1 q^2(1-q^{3n})}{1-q^3}$$

$$u b_1 + u b_1 q = 35 b_1 q^2$$

$$35 q^2 - u q - u = 0$$

$$D = 16 + 560 = 576$$

$$q_{1,2} = \frac{u \pm 24}{70} = \left[\frac{2}{7} - \text{не год.} \right]$$

$$q = 0,4$$

$$\frac{b_1(1-q^{2n})}{1-q^2} + \frac{b_1 q(1-q^{2n})}{1-q^2} = 5 \quad \frac{b_1(1+q)(1-q^{2n})}{1-q^2} = 5$$

$$\frac{b_1(1-q^{2n})}{1-q^2} + \frac{3 b_1 q(1-q^{2n})}{1-q^2} = \frac{b_1(1+3q)(1-q^{2n})}{1-q^2} = 5$$

$$\frac{5}{5} = \frac{1+3q}{1+q} = \frac{1+1,2}{1+0,4} = \frac{2,2}{1,4} = \frac{11}{7} \Rightarrow \text{увеличить в } \frac{11}{7} \text{ раз.}$$

Л7.

$$\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16 \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y+x+8 + y-x+8 = 16 \\ y+x+8 - y+x-8 = 16 \\ -y-x-8 + y-x+8 = 16 \\ -y-x-8 - y+x-8 = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y+x \geq -8 \\ y-x \geq -8 \\ y+x \leq -8 \\ y-x \leq -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1) y=0 : \begin{cases} y \geq -8 \\ x \geq 0 \end{cases} & 2) x=8 : \begin{cases} y \geq -8 \\ x \geq 0 \end{cases} & 3) x=0 \end{cases}$$

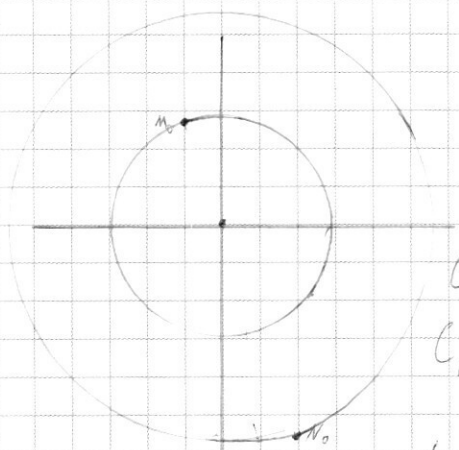
$$\begin{cases} I \quad x=8 \\ \quad y=0 \end{cases} \quad \begin{cases} II \quad x=0 \\ \quad y=8 \end{cases}$$

$$|x-y|=8$$

$$\begin{cases} I \quad (|x|-15)^2 = 4 & 2 \geq 5 \\ (|y|-8)^2 = 16 & 0 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5.



$$R = \sqrt{(-4\sqrt{2})^2 + 2^2} = \sqrt{32+4} = 6$$

$$r = \sqrt{1+8} = 3$$

$$2r = R$$

$$C_R = \pi R^2 = \pi 6^2 = 36\pi$$

$$C_r = \pi r^2 = \pi 3^2 = 9\pi$$

$$L_R = \frac{\pi R^2}{2\pi R} = \frac{R}{2} = 3$$

$$\frac{L_R}{L_r} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$(1) (x_1 + 1)^2 + (y_1 - 2\sqrt{2})^2 = 36$$

$$(2) (x_2 - 2)^2 + (y_2 + 4\sqrt{2})^2 = 9$$

№ 2

$$b_1 + b_2 + b_3 = \frac{b(1+q+q^2)}{1-q^3}$$

$$S_n = \frac{b_1(1-q^{3n})}{1-q^3}$$

$$\frac{b_1(q^{3n} + q^{3n-3} + \dots + q^3 + 1)}{1-q^3}$$

$$b_1 + b_n + b_{n-3} = \frac{b(1+q^3+q^6)}{1-q^3} = b \frac{(1-q^9)(1+q^3+q^6)}{(1-q^3)(1-q^3+q^3-q^9)} = b \frac{1-q^9}{1-q^3}$$

$$\frac{1-q^9}{1-q^3} = 1+q^3+q^6$$

$$(1+q^3+q^6)(1-q^3) = 1-q^3+q^3-q^9+q^6-q^9-q^9+q^9 = 1-q^9$$

$$S_n = \frac{b(1-q^9)}{1-q^3} = b(1+q^3+q^6)$$

$$S' = \frac{b_1 q (1-q^{3n})}{1-q^3} \quad S'' = \frac{b_1 (1-q^{3n})}{1-q^3} \quad S''' = \frac{b_1 (1-q^{3n})}{1-q^3}$$

$$\frac{b_1 q (1-q^{3n})}{1-q^3} + \frac{b_1 (1-q^{3n})}{1-q^3} + \frac{b_1 q^2 (1-q^{3n})}{1-q^3} = S' + S'' + S'''$$

$$S' + S'' + S''' = 3S'' = 3b(1+q^3+q^6)$$