

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в р:
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба движутся по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 $a b c d e f g k$ — данное число

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot k = 4900$$

Разложим 4900 на простые множители, $4900 = 49 \cdot 100 = 7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1$

Добавим 2 единицы, так как нам нужно восьмизначное число.

Кол-во возможных разных перестановок и есть нам нужное кол-во чисел.

Мы не можем переставлять одинаковые числа, так как если мы это сделаем, то число повторится.

Общее число возможных перестановок: $8! = 50320$

Найдем кол-во перестановок, повторяющих наше число.

$$N = \frac{8!}{6! \cdot 2!} = 4 \cdot \frac{7 \cdot 2}{1 \cdot 2} = 4 \cdot 7 = 28$$

Каждое число мы можем менять местами с 6-й группой $\Rightarrow 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 \cdot 120 = 720$

Таким образом $4 \cdot 2 \Rightarrow$ общее число нужных $720 \cdot 4 \cdot 2$

$$720 \cdot 4 \cdot 2 = 1440 \cdot 4 = 5760$$

Ответ: 5760

№2 $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 | x+2 | + 4 \geq 0$

$$\begin{aligned} x+2 &\geq 0 \\ x &\geq -2 \end{aligned}$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 - 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$(x+1)(4x^2 - 9x^2 + 4) \geq 0$$

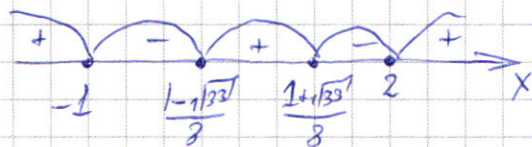
$$(x+1)(x-2)(4x^2 - x - 2) \geq 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 4 \cdot 2 = 33$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

подставим вместо x : $\pm 1; \pm 2; \pm 4$, выберем корни и проверим столбиком

аналогично



$$x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{2}; \frac{1+\sqrt{33}}{2} \right] \cup [2; +\infty)$$

По усл. $x \geq -2 \Rightarrow$

$$x \in [-2; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{2}; \frac{1+\sqrt{33}}{2} \right] \cup [2; +\infty)$$

2) $x < -2$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$$

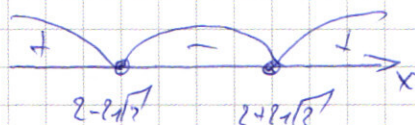
$$x^2(4x^2 + 5x + 11) + 4(x+1) \geq 0$$

$$4x^2 + 5x + 11 > 0; \text{ на найдем мин. знач. } 4x^2 + 5x + 11$$

$$x_0 = -\frac{5}{8}; \quad y_0 = 4 \cdot \frac{25}{64} - \frac{25}{8} + 11 = \frac{25 - 50 + 11 \cdot 16}{16} = \frac{-25 + 176}{16} = \frac{151}{16} > 1$$

$$x^2 - 4x - 4 \geq 0, \quad D = 16 + 16 = (\sqrt{32})^2$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} = 2 \pm 2\sqrt{3}$$



$$x \in (-\infty; 2-2\sqrt{3}) \cup (2+2\sqrt{3}; +\infty)$$

$$-2 < 2-2\sqrt{3} \Rightarrow x - \text{любой}$$

Реш. $4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$ или
Бесконеч. число точек, но по усл. $x < -2$

$$\Rightarrow x \in (-\infty; -2)$$

Ответ: $x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{2}; \frac{1+\sqrt{33}}{2} \right] \cup [2; +\infty)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\textcircled{7} \begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16 \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

Пусть $y+8 = t$, подст. закону

$$|x+t| + |-x+t| = 16$$

$$\begin{cases} x+t \geq 0 \\ -x+t \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x \geq -t \\ x \leq t \end{cases} \quad -t \leq x \leq t$$

$$\begin{aligned} x+t - x+t &= 16 \\ t &= 8 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x+t \geq 0 \\ -x+t \leq 0 \end{cases} \begin{cases} x \geq -t \\ x \geq -t \end{cases} \quad x \geq -t$$

$$\begin{aligned} x+t + x-t &= 16 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x+t \leq 0 \\ -x+t \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x \leq -t \\ x \leq -t \end{cases} \quad x \leq -t$$

$$\begin{aligned} -x-t - x+t &= 16 \\ -2x &= 16 \\ x &= -8 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x+t \leq 0 \\ -x+t \leq 0 \end{cases} \begin{cases} x \leq -t \\ x \geq t \end{cases} \quad t \leq x \leq -t$$

$$\begin{aligned} -x-t + x-t &= 16 \\ t &= -8 \\ y &= -16 \end{aligned}$$

Подставим полученные значения в 2-ое уравнение,

$$\begin{aligned} & \text{кроме значений} \\ & \text{в этом случае } \downarrow \text{ и } \downarrow, \text{ т.к.} \\ & \text{тогда может быть } \downarrow \text{ и } \downarrow \text{, тогда} \\ & \text{два значения } x \text{ разного знака} \end{aligned}$$

тогда может быть $\downarrow$ и $\downarrow$, т.к. $\downarrow$ и $\downarrow$ будут иметь $\downarrow$ и $\downarrow$ тогда может быть $\downarrow$ и $\downarrow$, тогда два значения x разного знака

$$2. \quad \begin{aligned} 49 + (|y|-8)^2 &= a \\ y=0 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad 49 + 64 = a; \quad a = 113 \Rightarrow a \neq 113$$

3. аналогично 2.

$$1. \quad \begin{aligned} (|x|-15)^2 + 64 &= a \\ x=0 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} 225 + 64 &= a; \quad a = 289 \Rightarrow a \neq 289 \\ 225 + 64 &= a; \quad a = 289 \\ 49 + 64 &= a; \quad a = 113 \end{aligned}$$

Ответ: $a \neq \infty; \quad a \in (113; 289)$

$$\sqrt{3} \quad \left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) - \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

По теор. Виетта имх. корни $x^2 + 6x - 40 = 0$ и раскладываем

$$\left(\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \right) - \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4)$$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2}(x-4)$$

$$\begin{cases} x^3 - 64x + 200 = 4 \cdot 2(x^2 - 8x + 16) \\ x - 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$(x-6)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 12 = 4 + 48 = 52$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{13}}{2} = 1 \pm \sqrt{13}$$

$$x_3 = 6$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 8x^2 + 72 \quad | \quad x-6 \\ x^3 - 6x^2 \quad \quad | \quad x^2 - 2x - 12 \\ \hline -2x^2 + \quad \quad \quad \\ -2x^2 + 12x \quad \quad \\ \hline -12x + 72 \\ -12x + 72 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$3 < 1 + \sqrt{13} \approx 3,6 < 4$$

Ответ: 6; $1 + \sqrt{13}$

$$\sqrt{2} \quad b_1, b_2, \dots, b_{3000}$$

$$S = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$S_2 = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} + \frac{b_1 q(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} + \frac{b_1 q^2(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} \cdot 40$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{b_1(q^{3000} - 1)(1 + q + q^2) \cdot \frac{1}{q-1}}{(q^3 - 1)b_1(q^{3000} - 1)} = \frac{(1 + q + q^2) \cdot \frac{1}{q-1}}{q^3 - 1} = \frac{1}{5} = 5$$

$$5q^3 - 1 - q^2 - q = 0; \quad 5q^3 - q^2 - q - 5 = 0 \quad \frac{40q^2 + q + 1}{q^2 + q + 1} = 5$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №2

$$S_3 = \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q^3-1} + \frac{b_1 q(q^{3000}-1)}{q^3-1} \cdot 3 + \frac{b_1 q^2(q^{3000}-1)}{q^3-1}$$

$$\frac{S_3}{S} = \frac{b_1(q^{3000}-1)}{(q^3-1)b_1(q^{3000}-1)} \cdot (1 + 3q + q^2) \cdot (q-1) = \frac{(1+3q+q^2)(q-1)}{(q-1)(q^2+q+1)}$$

$$\frac{S_3}{S} = \frac{1+3q+q^2}{q^2+q+1}$$

$$40q^2+q+1 = 5q^2+5q+5$$

$$35q^2-4q-4=0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 4 \cdot 35 = 16 + 140 \cdot 4 = 16 + 560 = 576 = (24)^2$$

$$q_{1,2} = \frac{4 \pm 24}{70} = \begin{bmatrix} 0,4 \\ -\frac{2}{7} \end{bmatrix}$$

$-\frac{2}{7}$ не подходит из-за того
что все члены больше 0
по условию $\Rightarrow q=0,4$

$$\frac{S_3}{S} = \frac{1+3 \cdot 0,4+(0,4)^2}{(0,4)^2+0,4+1} = \frac{1+1,2+0,16}{0,16+0,4+1} = \frac{2,36}{1,56} = \frac{236}{156} = \frac{118}{78} = \frac{59}{39}$$

Ответ: увеличится в $\frac{59}{39}$ раз.

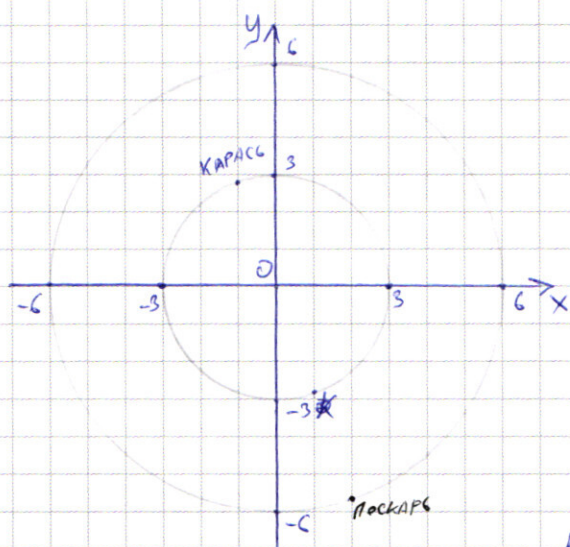
№5

Сразу же по теореме Пифагора найдем радиусы окружностей

$$r = \sqrt{1+2} = 3$$

$$R = \sqrt{4+32} = 6$$

Координаты u_1 и u_2 (0;0)



$$\frac{v_{\text{кар}}}{v_{\text{песк}}} = 2,5$$

Поскольку скорость
песка в 2,5 раза
меньше скорости карася $\Rightarrow$
пока он сделает 1 круг,
карась сделает 2,5 $\Rightarrow$
Карась будет в точке К,

Между карасем и песком

можно провести прямую проходящую через центр,
т.к. $R + r = 6 + 3 = 9$

$9 - (R - r) = 9 - (6 - 3) = 6$, а это диаметр меньшей
окружности. $\Rightarrow$ через один круг песка у
них будет минимальное расстояние = координаты Песка $(2; -4\sqrt{2})$
Кар $(1; -2\sqrt{2})$

Но также эти координаты еще и противоположны,
относительно O, будут искомыми, т.к. существует такое
положение симметричное начальному относительно O $\Rightarrow$

координаты Песка $(-2; 4\sqrt{2})$

координаты Кар $(-1; 2\sqrt{2})$

Ответ:

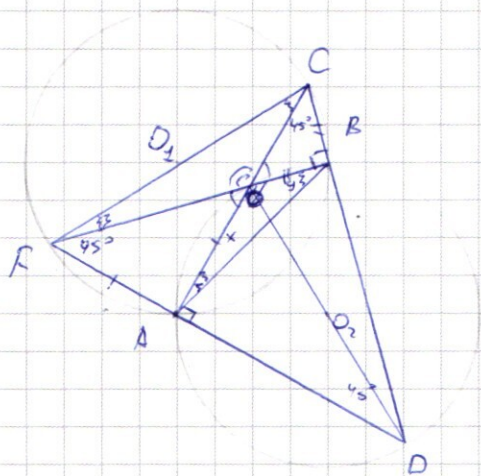
координаты Песка

координаты Кар

$(2; -4\sqrt{2})$	$(-2; 4\sqrt{2})$
$(1; -2\sqrt{2})$	$(-1; 2\sqrt{2})$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6



Решение:

$\triangle FOA \sim \triangle OBC$ (по 1-ому пр.) $\Rightarrow$

$$\frac{FO}{OC} = \frac{FA}{BC} = \frac{AO}{OB}$$

П.к. $\angle FOC = \angle AOB$ (верт.); $\frac{AO}{OB} = \frac{OB}{FO} = OC$

$\Rightarrow \triangle FOC \sim \triangle AOB$

$\angle CFO = \angle OAB$; $\angle FCO = \angle OBA$

~~$\triangle CBF \sim \triangle FAC$ (по 1-ому пр.) $\Rightarrow$~~

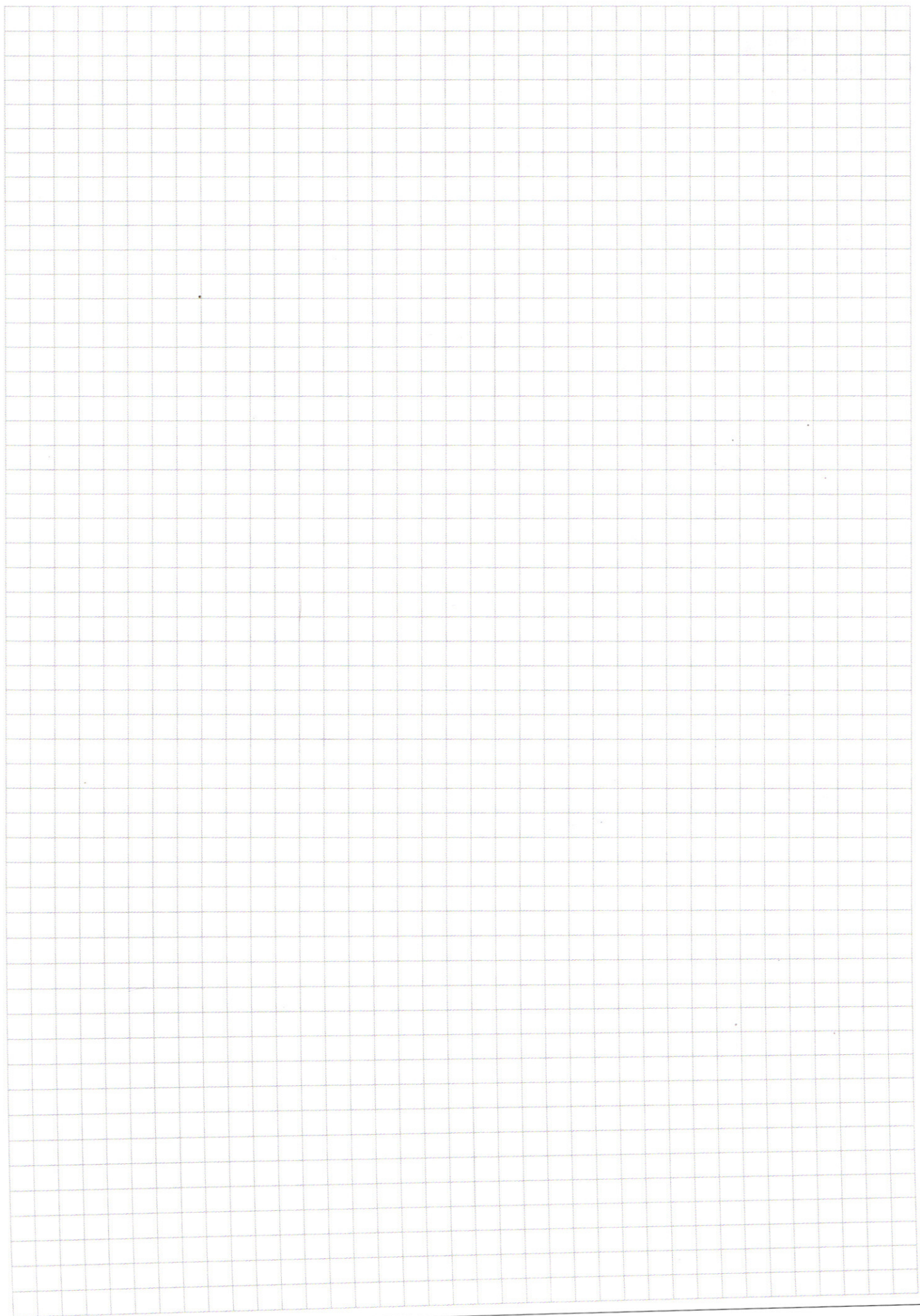
~~$\Rightarrow \frac{CF}{FA} = \frac{CB}{AC}$~~ $AO = x$; $BO = y$

$FO = x\sqrt{2}$ (по теор. Пифагора); ~~$CO = y\sqrt{2}$~~

$\triangle FOC \sim \triangle AOB \Rightarrow \frac{AO}{FO} = \frac{OB}{CO}$

По укл. $FB = BD$

2. ~~$CF = 13$; $BC = 10 \Rightarrow BC = OB = 10 \Rightarrow CO = \sqrt{100 + 100} = 10\sqrt{2}$~~
 ~~$FB = \sqrt{169 - 100} = \sqrt{69}$~~



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 $a b c d e f g k$ — данное число.

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot k = 4900$$

Цифры не могут быть 0.
Разности на множители 4900

$$4900 = 49 \cdot 100 = 7 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 1$$

Нам нужно найти кол-во комбинаций расположения этих 8 чисел, это и будет ответ. По основной формуле комбинаторики $8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 56 \cdot 30 \cdot 24$

$$8! = 56 \cdot 30 \cdot 24 = 50320$$

$$\begin{array}{r} \times 1440 \\ 4 \\ \hline 5760 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \times 24 \\ \hline 224 \\ 112 \\ \hline 1344 \\ 30 \\ \hline 50320 \end{array}$$

Ответ: кол-во чисел 50320

№2 Сумма членов геом. прогрессии
начальным вариантом

$$S_1 = \frac{b(q^n - 1)}{q - 1} \quad b$$

При увеличении членов с коэффициентом 3 сумма изменится и будет находится с помощью соотношения 3-х геом. прогрессий.

$$b_1; b_4; b_7; \dots; b_{1000}$$

$$b_2; b_5; b_8; \dots; b_{1000}$$

$$b_3; b_6; b_9; \dots; b_{1000}$$

$$S_2' = \frac{b(q^{3n'} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S_2'' = \frac{bq(q^{3n'} - 1)}{q^3 - 1}, \text{ где } n' = 1000$$

$$S_2''' = \frac{40bq^2((40q^3)^{n'} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S_2 = S_2' + S_2'' + S_2''' = \frac{b}{q^3 - 1} \left(q^{3n'} - 1 + q(q^{3n'} - 1) + 40q^2((40q^3)^{n'} - 1) \right)$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{6(q^n-1)}{(q-1)6(q^{\frac{2800}{1000}}-1 + q^{\frac{2001}{1000}} - q + \cancel{1000} q^{\frac{1001}{1000}} q^{\frac{2002}{1000}} - 40q^2)}$$

$$N \neq 3 \quad \left(\frac{x}{2+\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{x^2-64x+200} = x^2+6x-40$$

$$\left(\frac{x+10}{2+\sqrt{2}} \right) \sqrt{x^2-64x+200} = x^2+6x-40$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 14 \\ \hline 56 \\ + 14 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^2-64x+200 &\geq 0 \\ x(x^2-64)+200 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\sqrt{4} \quad 4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

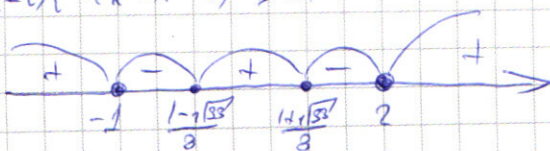
$$\begin{aligned} x+2 &\geq 0 \\ x &\geq -2 \end{aligned}$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$(x+1)(4x^3 - 9x^2 + 4) \geq 0$$

$$(x+1)(x-2)(4x^2x-2) \geq 0$$



Один из корней -1 , найден при попытке подставить вместо x действительное.

$$x \in [-2; 1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}, \frac{1+\sqrt{33}}{8} \right] \cup [2; +\infty)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \quad | \quad x+1 \\ \underline{4x^4 + 4x^3} \\ -9x^3 - 9x^2 \\ \underline{-9x^3 - 9x^2} \\ 4x + 4 \\ \underline{4x + 4} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x + 4 \\ \underline{4x + 4} \\ 0 \end{array}$$

$$D = 1 + 4 \cdot 4 \cdot 2 = 1 + 32 = 33$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

$$\begin{array}{r} 4x^3 - 9x^2 + 4 \quad | \quad x-2 \\ \underline{4x^3 - 8x^2} \\ -x^2 \\ \underline{-x^2 + 2x} \\ -2x + 4 \\ \underline{-2x + 4} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2x + 4 \\ \underline{-2x + 4} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 160 \\ + 96 \\ \hline 160 \\ \times 256 \\ \hline 1024 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 160 \\ + 96 \\ \hline 160 \\ \times 256 \\ \hline 1024 \end{array}$$

$$x < -2$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$x^2(4x^2 + 5x + 11) + 4(x+1) \geq 0$$

$$D = 25 - 44 = -19 < 0$$

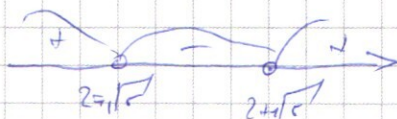
$$4x^2 + 5x + 11 > 0$$

$$x < -2 \Rightarrow x^2$$

$$x^2 - 4x - 1 \geq 0 \quad \text{или}$$

$$D = 16 + 4 = 20$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{20}}{2} = 2 \pm \sqrt{5}$$



$$\Rightarrow 4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

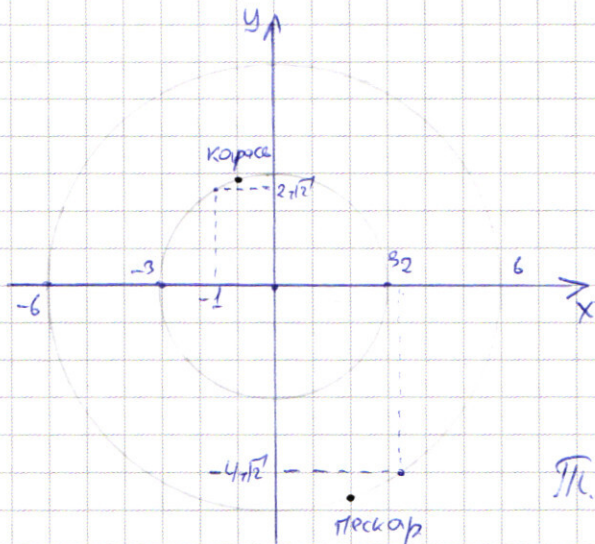
$$\text{при } x \leq -2$$

$$x \in (-\infty; -2]$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{1 - \sqrt{33}}{2}, \frac{1 + \sqrt{33}}{2} \right] \cup [2 + \sqrt{5}; +\infty)$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 11 \\ \hline 160 \\ + 96 \\ \hline 160 \\ \times 256 \\ \hline 1024 \end{array}$$

5.



По теореме Пифагора мы можем найти радиусы окружностей

$$r = \sqrt{1+2} = 3$$

$$R = \sqrt{4+32} = 6$$

Минимальное расстояние будет равно $R - r = 6 - 3 = 3$

П.ч. $\frac{S_{\text{песк}}}{S_{\text{кор}}} = 2,5$

В начальный момент времени, корса и пескор нах. в положении, при котором между ними можно провести линию прохода через центр $\Rightarrow$ их скорости по оси x одинаковы

$$7 \quad |y+x+2| + |y-x+8| = 16$$

Пусть $y \geq x+2$
Пусть $y \geq -x+8$

решим это уравнение относительно

Пусть $y+2=t$

$$|x+t| + |-x+t| = 16$$

$$1) \quad \begin{aligned} x+t - x+t &= 16 \\ 2t &= 16 \\ t &= 8 \Rightarrow y=0. \end{aligned}$$

$$x \geq -t \quad \begin{cases} x+t \geq 0 \\ -x+t \geq 0 \\ -t \leq x \leq t \end{cases}$$

$$2) \quad \begin{aligned} x+t + x-t &= 16 \\ 2x &= 16 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x+t \geq 0 \\ -x+t \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &\geq -t \\ x &\geq t \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x+t \leq 0 \\ -x+t \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &\leq -t \\ x &\geq -t \end{aligned} \Rightarrow x=t$$

$$3) \quad \begin{aligned} -x-t + x-t &= 16 \\ -2t &= 16 \\ t &= -8; x=-8; y=16. \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$N^{\circ 3} \left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$D = 36 + 4 \cdot 40 = 36 + 160 = 196 = 14^2; \quad x_{1,2} = \frac{-6 \pm 14}{2} = \begin{cases} -10 \\ 4 \end{cases}$$

$$\left(\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x-4)(x+10)$$

$$\frac{\sqrt{x^3 - 64x + 200}}{2\sqrt{2}} = \cancel{x-4} \cdot \frac{x-4}{2\sqrt{2}(x-4)}$$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2}x + 20\sqrt{2}$$

$$x^3 - 64x + 200 = 4 \cdot 2 \cdot (x^2 - 8x + 16)$$

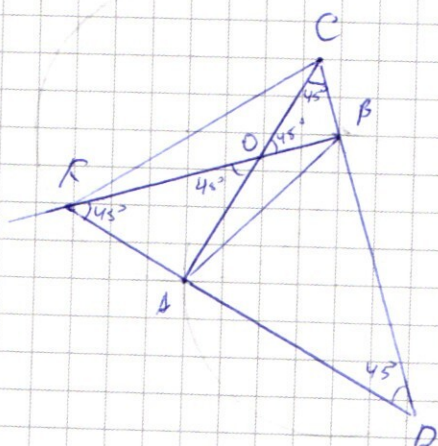
$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$\begin{array}{r} +26 \\ +26 \\ \hline +156 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +24 \\ +24 \\ \hline +96 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$\frac{28}{20} = \frac{14}{10} = \left(\frac{2}{5} \right)$$



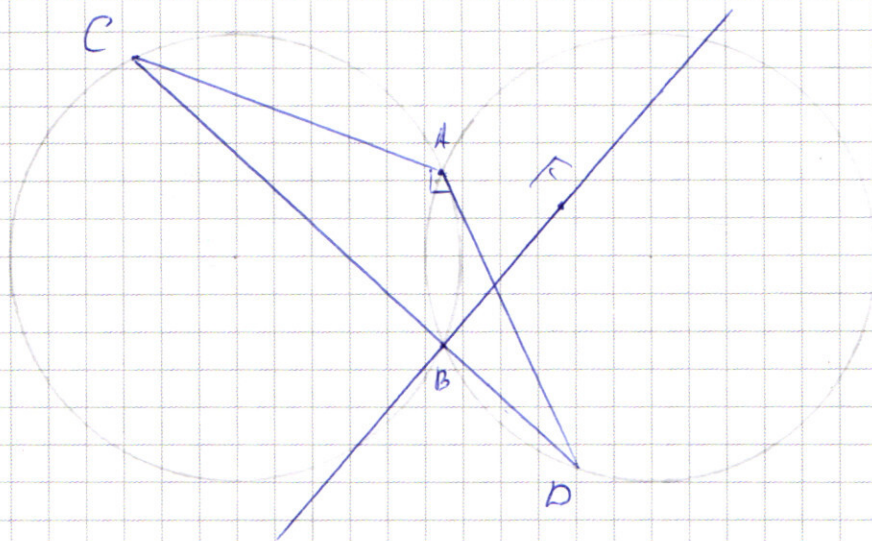
$\triangle AOF \sim \triangle OCB$ (по двум угл.)

$$\frac{FA}{CB} = \frac{FO}{OC} = \frac{AO}{OB}$$

$\triangle FOC \sim \triangle AOB$ (по двум угл.)

$$\Rightarrow FC \parallel AB$$

$N=6$



$$\begin{array}{r} 169 \\ \times 162 \\ \hline 332 \end{array}$$

$$CD = \sqrt{13 \cdot 2}$$

$$\cancel{CF^2} \quad \cancel{FB^2} \quad \cancel{BD^2}$$

$$\angle BFD = \angle BDF = 45^\circ$$

