

# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

## ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФ

Бланк задания должен быть вложен в р.  
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия  $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$ , все члены которой положительны, а их сумма равна  $S$ . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е.  $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$ ), увеличить в 40 раз, сумма  $S$  увеличится в 5 раз. А как изменится  $S$ , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е.  $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$ ), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение  $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$ .
4. [6 баллов] Решите неравенство  $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$ .
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке  $(0; 0)$ . В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках  $M_0(-1; 2\sqrt{2})$  и  $N_0(2; -4\sqrt{2})$  соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба движутся по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . На первой окружности выбрана точка  $C$ , а на второй – точка  $D$ . Оказалось, что точка  $B$  лежит на отрезке  $CD$ , а  $\angle CAD = 90^\circ$ . На перпендикуляре к  $CD$ , проходящем через точку  $B$ , выбрана точка  $F$  так, что  $BF = BD$  (точки  $A$  и  $F$  расположены по одну сторону от прямой  $CD$ ). Найдите длину отрезка  $CF$ . б) Пусть дополнительно известно, что  $BC = 10$ . Найдите площадь треугольника  $ACF$ .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.





## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1.

$$4900 = 7^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2$$

~~2 \cdot 2 = 4 - цифра. Произведение~~

Значит ~~все~~ цифры 8-значного числа - это либо

① 2, 2, 7, 7, 5, 5, 1, 1, либо ② 4, 7, 7, 5, 5, 1, 1.

Число не может быть составленным из других наборов цифр, ~~т.к. произведение любых  $< 10$  простых множителей~~  $4900 > 10$  (не цифра).

~~Каждая~~ т.к. каждая цифра числа может быть либо простым делителем: 4900, либо 1, либо ~~каждый~~ произведением нескольких простых делителей 4900. Но если считать произведение нескольких делителей из набора 2, 2, 5, 5, 7, 7, то цифрой ( $< 10$ ) оно окажется только когда ~~в~~ множителях это 2 и 2 ( $2 \cdot 2 = 4 < 10$ ). Значит возможен еще только один набор, где вместо 2 и 2 стоит 4.

Число возможных чисел из набора цифр ①:

• Кол-во способов выбрать разряды, в которых будут 2 это  $C_8^2 = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$ .

• Кол-во способов <sup>2</sup>выбрать разряды, где будет 7 - это  $C_6^2 = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$  (с из 6 т.к. 2 разряда уже заняты).

• Кол-во способов выбрать разряды, где будет 5 - это  $C_4^2 = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$  (с из 4, т.к. 4 разряда заняты).



- Все оставшиеся 2 разряда идет 1.
- т.к. ~~то~~ места между цифр вводятся в зависимости от мест предыдущих, то кол-во способов будет:  $C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 = 28 \cdot 15 \cdot 6 = 2520$
- Число возможных чисел из кода 2:
- Способов выбрать место для 4:  $C_8^1 = 8$
- Способов выбрать место для 5 и 5:  $C_7^2 = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21$   
одно уже занято
- Способов выбрать место для 7 и 7:  $C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$   
3 уже занято
- Единички идут на оставшиеся места.
- кол-во способов:  $C_8^1 \cdot C_7^2 \cdot C_5^2 = 8 \cdot 21 \cdot 10 = 1680$
- Значит всего 8-значных чисел, удовлетворяющих условию  $2520 + 1680 = 4200$
- Ответ: 4200

N2

Разделим члены прогрессии на 3 группы: (каждая - геом. прогрессия)

номер  $\equiv 1 \pmod 3$  ( $b_1, b_4, b_7, \dots, b_{2998}$ ),  $\equiv 2 \pmod 3$  ( $b_2, b_5, \dots, b_{2999}$ ) и  $\equiv 3 \pmod 3$  ( $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$ ).  
1000 член.

Пусть  $q$  это  $\frac{b_{n+1}}{b_n}$  (число на которое увеличивается предыдущий член ГП, этот получилась следующий).

Тогда для ~~каждой~~ группы выделенных групп  $q' = q^3$ , т.к. интервал между членами каждой из прогрессий - 3.

Сумма членов первой ~~группы~~ прогрессии:  $S_1 = \frac{b_1 \cdot (q'^{1000} - 1)}{q' - 1} = \frac{b_1 \cdot (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$

Второй:  $S_2 = \frac{b_2 \cdot (q'^{1000} - 1)}{q' - 1} = \frac{b_1 \cdot q \cdot (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = S_1 \cdot q$

Третьей:  $S_3 = \frac{b_3 \cdot (q'^{1000} - 1)}{q' - 1} = \frac{b_1 \cdot q^2 \cdot (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = S_1 \cdot q^2$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(1)  $S = S_1 + S_2 + S_3$  каждый элемент 3 группы увеличился в 10 раз, значит  $S_3$  увеличилась в 10 раз.

(2)  $5S = S_1 + S_2 + 10S_3$ . Вычитаем из (2) (1):

$$39S_3 = 4S \quad S_3 = \frac{4}{39}S$$

$$S_1 = \frac{S_3}{q^2} \quad S_2 = \frac{S_3}{q} \quad S = S_1 + S_2 + S_3 = \frac{4}{39} \frac{S}{q^2} + \frac{4}{39} \frac{S}{q} + \frac{4}{39} S$$

$$1 = \frac{4}{39q^2} + \frac{4}{39q} + \frac{4}{39} \quad \frac{35}{39} = \frac{4}{39} \left( \frac{1}{q^2} - \frac{1}{q} \right)$$

$$\frac{1}{q^2} - \frac{1}{q} = \frac{35}{4}$$

$$4 - 4q = 35q^2 \quad 35q^2 + 4q - 4 = 0 \quad q > 0 \text{ т.к.}$$

все члены прогрессии  $> 0$   $D = 24^2$

$$q_1 = \frac{-4 + 24}{70} = \frac{2}{7} \text{ — подходит} \quad q_2 = \frac{-4 - 24}{70} < 0 \text{ — н.к.}$$

• Разделим все члены прогрессии на 2 другие группы (каждая по отдельности тоже Г.П.)

1) нечетные номера ( $b_1, b_3, \dots, b_{2995}$ )

2) четные номера ( $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$ ).

Для этих групп  $q_2 = q^2$ , т.к. интервал между соседними членами — 2.

$$\text{Сумма членов первой группы } Q_1 = \frac{b_1(q_2^{1500} - 1)}{q_2 - 1} = \frac{b_1(q^3000 - 1)}{q^2 - 1}$$

$$\text{Второй группы: } Q_2 = \frac{b_2(q_2^{1500} - 1)}{q_2 - 1} = \frac{b_1 \cdot q \cdot (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} = \frac{b_1(q^3000 - 1)}{q^2 - 1} \cdot \frac{q}{q^2 - 1}$$

$$(3) S = Q_1 + Q_2$$

Т.к. каждый член второй группы увеличился в 3 раза, то и  $Q_2$  увеличилась в 3 раза. Пусть



$S$  увеличилась в  $x$  раз.

$$(4) \quad xS = Q_1 + 3Q_2$$

Выведем из (4) (3).

$$(x-1)S = 2Q_2$$

$$\frac{Q_2}{S_3} = \frac{b_1 \cdot q \cdot (q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} \cdot \frac{q^3 - 1}{b_1 \cdot q^2 \cdot (q^{3000} - 1)} =$$

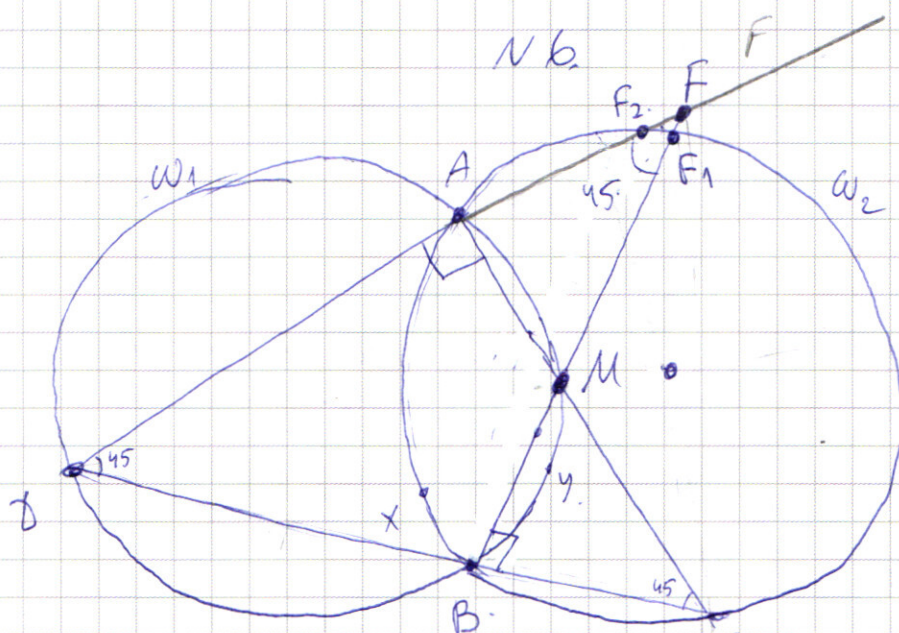
$$= \frac{q^2 + q + 1}{q^2 + q} \quad Q_2 = S_3 \cdot \frac{(q-1)(q+1)}{q^2 + q} \neq$$

$$(x-1)S = 2 \cdot \frac{4}{39} \cdot S \cdot \frac{q^2 + q + 1}{q^2 + q}$$

$$x-1 = \frac{8}{39} \left( 1 + \frac{1}{q^2 + q} \right) = \frac{8 \cdot 67}{39 \cdot 18}$$

$$\frac{1}{\frac{4}{49} + \frac{11}{49}} = \frac{49}{18}$$

Ответ:  $x = \frac{619}{351}$



а)  $\angle D = \angle C$ , т.к. они ~~опираются~~ опираются на равные дуги.  
 $(\angle A \cap B = \angle A \cap B \text{ т.к. } \omega_1 = \omega_2)$   
 $\angle A = 30^\circ \Rightarrow$   
 $\angle D = \angle C = 15^\circ$

Если  $BF = BD$ , то  $\angle F = \angle BDF = 45^\circ$  ( $\angle B = 30^\circ$ ).  $\angle BDF = 45^\circ$  только когда  $F \in \text{луча } AD$ .

След.  $BF$  и  $AC$  пересекаются в одной точке  $M$  на  $\omega_1$ . Т.к. углы  $\angle DAM_1$  и  $\angle DBM_2$  - прямые  $\Rightarrow$   $DM_1$  и  $DM_2$  - диаметры  $\omega_1$ , но из  $D$ -можно провести только 1 диаметр  $\Rightarrow M_1$  и  $M_2$  совпадают.

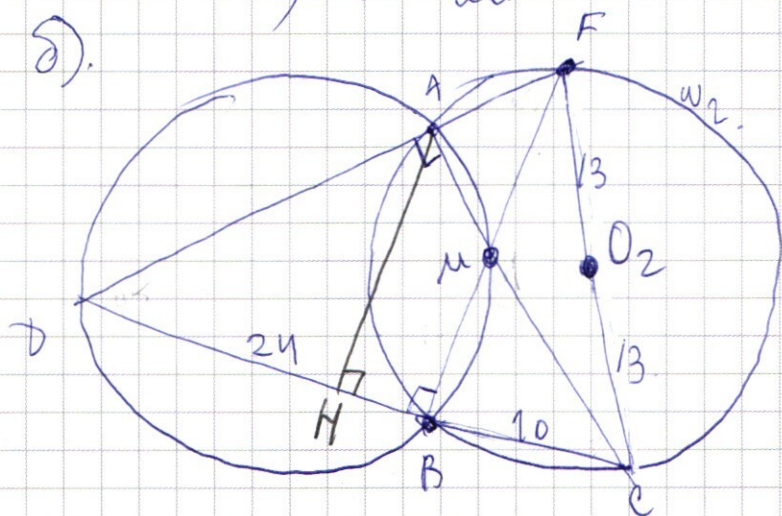


## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\angle CAF_2 = \angle CBF_1 = 30^\circ \Rightarrow CF_2$  и  $CF_1$  — диаметры  $\omega_2$ . Но из  $C$  можно провести только один диаметр  $\Rightarrow F_1$  и  $F_2$  совпадут  $\Rightarrow$  и это будет точка пересечения  $BF$  и  $AD$  — точка  $F$ .  
Значит  $CF$  — диаметр  $\omega_2$   $CF = 2 \cdot 13 = 26$ .

Ответ: а)  $CF = 26$

б).



$$BF = \sqrt{FC^2 - BC^2} = 24.$$

$$= DB$$

$$S_{DFC} = \frac{BF \cdot DC}{2} = \frac{24 \cdot 34}{2}$$

$$AH = \frac{DC}{2} = 17.$$

$$S_{ADC} = \frac{17 \cdot 34}{2}$$

$$S_{AFC} = S_{DFC} - S_{ADC} = \frac{34}{2} \cdot (24 - 17) = 17 \cdot 7 = 119.$$

Ответ: б)  $S_{AFC} = 119$ .

13

$$\left( \frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \cdot \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40.$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4). \quad x = -10 \text{ — корень}$$

$$\frac{\sqrt{x^3 - 64x + 200}}{2\sqrt{2}} = x - 4.$$

( $x-4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4$  т.к. пр. часть  
теперь  $> 0$ ).

возведем в квадрат



$$\frac{x^3 - 64x + 200}{8} = x^2 - 8x + 16.$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0.$$

$$x^2(x-8) = -3^2 \cdot 2^3. \quad x = 6^{\frac{3}{2}} - \text{корень}$$

$$x^2 = 3^2 \cdot 2^2 \quad x - 8 = -2. \quad x^2 \cdot (x-8) = -72.$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 8x^2 + 72 \quad | x-6. \\ - x^3 + 6x^2 \quad | x^2 - 2x - 12 \\ \hline -2x^2 + 12x \\ -2x^2 + 12x \\ \hline -12x + 72 \\ -12x + 72 \\ \hline 0. \end{array}$$

$$x^2 - 2x - 12 = 0.$$

$$D = 4 + 48 = 52.$$

$$\text{корни } x_1 = \frac{2 + \sqrt{52}}{2} > \frac{2+7}{2} > 4 - \text{не подходит.} \quad x_2 = \frac{2 - \sqrt{52}}{2} < 4 - \text{не подходит}$$

$$\text{Ответ: корни } x_1 = \frac{2 + \sqrt{52}}{2} \quad x_2 = \frac{2 - \sqrt{52}}{2} \quad x_3 = 6, \quad x_4 = -10.$$

нч.

$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 | x+2 | + 4 \geq 0. \quad x = \pm 2 - \text{корни}$   
уравнения  $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 | x+2 | + 4 = 0$ . Значит  
в этих точках функция меняет свой знак  
и эти точки входят в интервалы.

Если  $x > -2$ .

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0.$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0.$$

$$\begin{array}{r} 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \quad | x^2 - 4. \\ -4x^2 + 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \\ \hline 5x^3 - 13x^2 + 4x + 4 \end{array}$$

$$(x-2)(x+2)(4x^2 - 5x - 1) \geq 0.$$

$$1. 4x^2 - 5x - 1 = 0 \quad 3. x^2 - 4.$$

$$D = 25 + 16 = 41$$

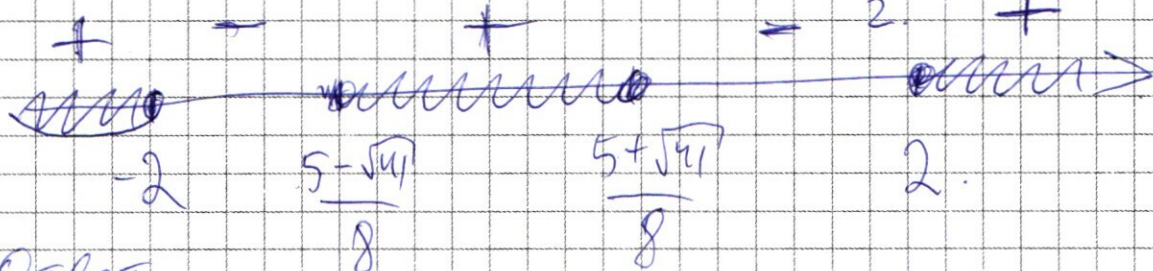
$$\begin{array}{r} 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \quad | x+2 \\ -4x^4 - 8x^3 \quad | 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ \hline 3x^3 - 9x^2 \\ -3x^3 - 6x^2 \\ \hline -3x^2 + 4x \\ -3x^2 + 6x \\ \hline -2x + 4 \\ -2x + 4 \\ \hline 0. \end{array}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 4x^3 + 3x^2 - 3x + 2 \quad | \quad x+2 \\ \underline{4x^3 + 8x^2} \phantom{- 3x + 2} \\ -5x^2 - 3x \phantom{+ 2} \\ \underline{-5x^2 - 10x} \phantom{+ 2} \\ 7x - 2 \end{array}$$

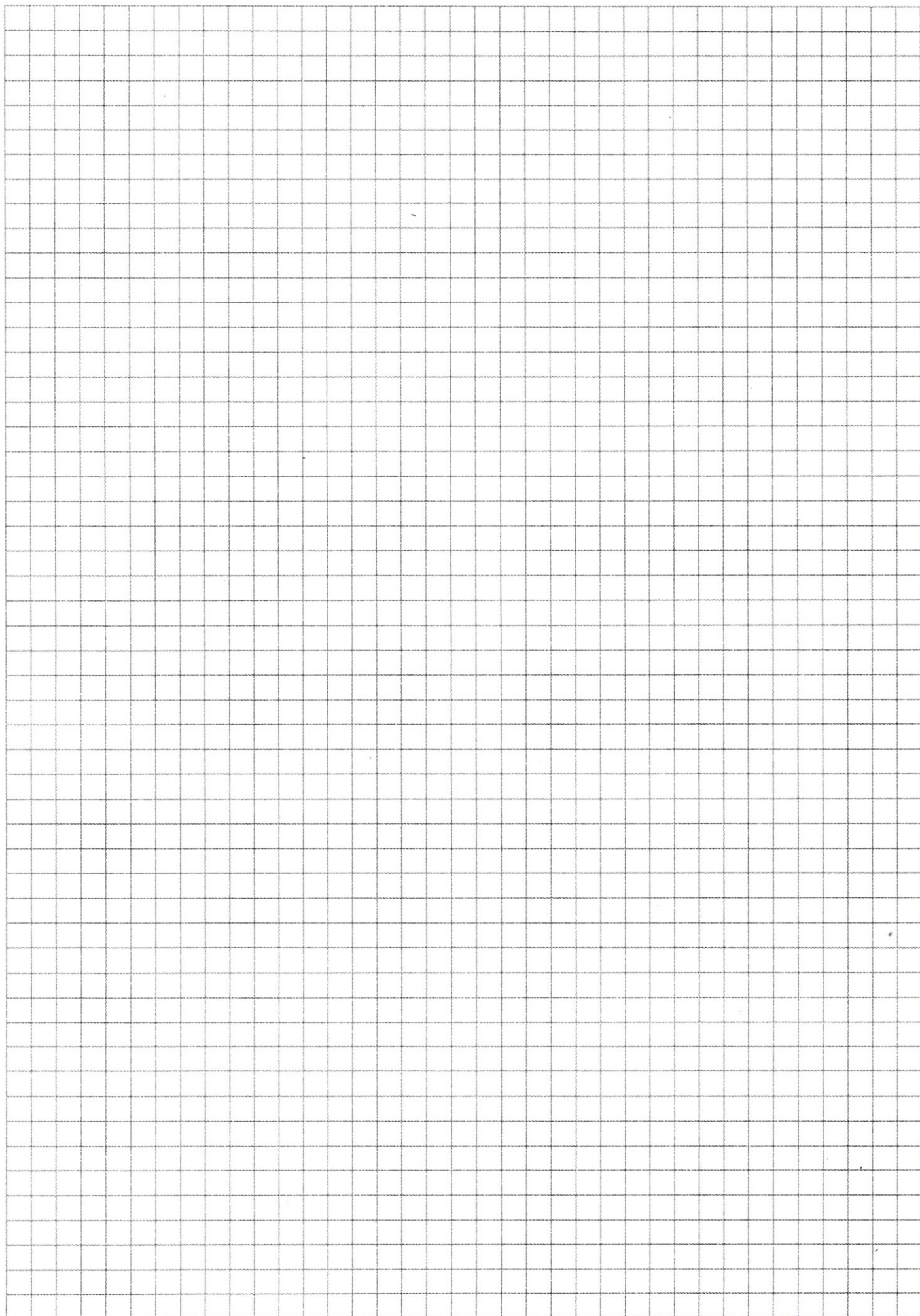
$$(x-2)(x+2)\left(x - \frac{5+\sqrt{41}}{8}\right)\left(x - \frac{5-\sqrt{41}}{8}\right) \geq 0$$



Ответ

$$x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{5-\sqrt{41}}{8}, \frac{5+\sqrt{41}}{8}\right] \cup [2; +\infty)$$







## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left( \frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{x^3 - 61x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$2 \frac{x+5}{2\sqrt{2}}$$

$$\frac{x+5}{2\sqrt{2}}$$

$$\cancel{x(x-60)} + 4(x-50) \quad 36 + 1600$$

$x^3 + x^2 - 20x + 100$

$$67 = 67.4.$$

$$8 + 64 = 72$$

$1000 - 640$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 8 \\ \hline 168 \end{array}$$

$20 \times 15$

$300 +$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 420 \\ 6 \\ \hline 252 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 28 \\ 15 \\ \hline 140 \\ + 28 \\ \hline 420 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 420 \\ 6 \\ \hline 2520 \end{array}$$

$$25 + 30 = 55$$

$$X_1 + X_2 = -6$$

$$x_1 \cdot x_2 = 40$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 29 \\ 18 \\ \hline 67 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 576 \overline{) 28812} \\ \underline{288} \phantom{12} \\ 0 \phantom{12} \\ \underline{0} \phantom{12} \\ 0 \phantom{12} \\ \underline{0} \phantom{12} \\ 0 \phantom{12} \end{array}$$

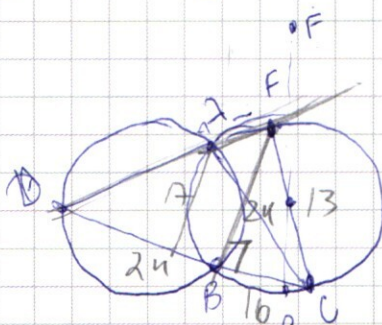
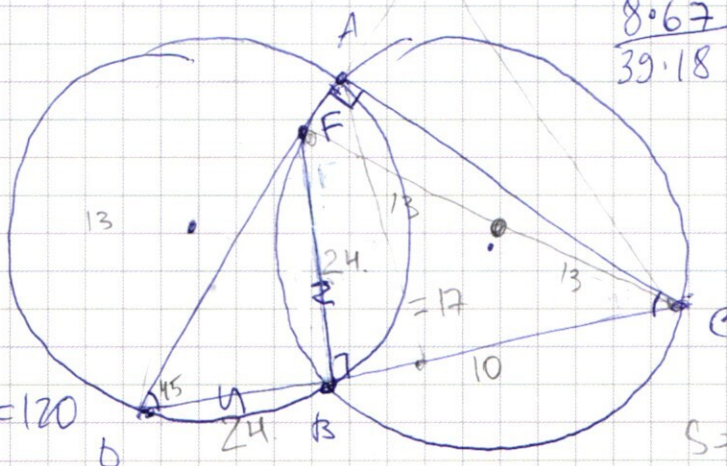
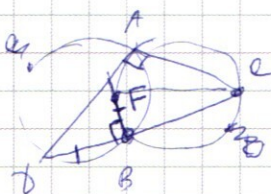
$$3^2 \cdot 2^4$$

~~$34 = 952 \quad a =$~~

$$\begin{array}{r} 24 \quad 17 \cdot 34 = 17^2 \\ \underline{24 \cdot 34} \quad \underline{17 \cdot 34} \\ 2 \quad \quad \quad 2 \end{array}$$

$$\frac{7.34}{2} = 7.17$$

$$\begin{array}{r} \phantom{0}11 \\ + 2520 \\ 1680 \\ \hline 4200 \end{array}$$





8.6

$$\begin{array}{r} 4.67 \\ 39.9 \\ \hline \end{array} + 39.9$$

$$\begin{array}{r} 10 \quad 48 \\ 128. \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 67 \\ 4 \\ \hline 268 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ 39 \\ 9 \\ \hline 351 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 268 \\ 351 \\ \hline 619 \\ 52 \\ \hline 99 \end{array} \quad \begin{array}{r} 113 \\ 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39.9 \\ 9 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 108$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 |x+2| + 4 \geq 0.$$

$$x \geq -2.$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 > 0$$

$$4x^4$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x$$

$$x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2 = |x+2|^2$$

20

16

$$4x^4 + 5x^2$$

200

$$\begin{array}{r} 4 \\ 16 \\ 8 \\ \hline 128 \end{array}$$

80 + 48

$$4x^4 - 5x^2 |x+2|$$

+h = 1

8 \cdot 9 \cdot 9

$$\begin{array}{r} 200 \\ - 128 \\ \hline 72 \end{array}$$

-2

2

128

$$x^2(4x^2 - 5|x+2|)$$

-108.

240

$$|x+2| |x+2| - 5x^2$$

~~6 \cdot 6~~

$$(x-4)^3 = x^3$$

25

$$(x+2)(x-2)$$

$$8 \cdot 8 = (8-x) \cdot x$$

$$64 - 64 \cdot 4 + 200$$

$$x^2 - 4$$

$$x^2 + 6x - 40$$

$$D = 36 + 160 = 196$$

14^2

$$\begin{array}{r} 14 \\ 44 \\ \hline 6 \end{array}$$

140

$$\frac{-6+14}{2} = 4$$

$$\frac{-6-14}{2} = -10$$

$$\frac{(x+10)}{2\sqrt{2}} \sqrt{\quad} = x+10$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 72 \\ \hline 19 \end{array}$$

$$8 \cdot 8 = 8 \cdot 8$$

$$881 - 2t + 19$$

$$8t + 8 - 8$$

$$8t + 91.8 - 19$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$S_3 = \frac{4}{39} S$$

$$Q = S_3 \cdot \frac{(q^2 + q + 1)}{q}$$

$$S = \frac{S_1}{q^2} + \frac{S_2}{q} + S_3$$

$$S = Q_1 + Q_2$$

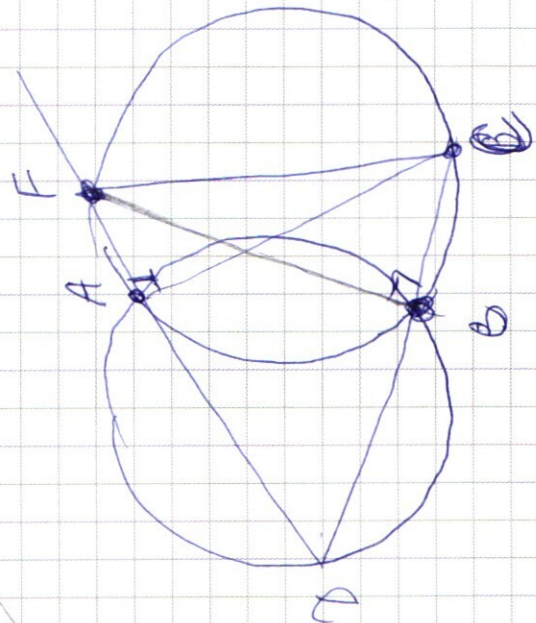
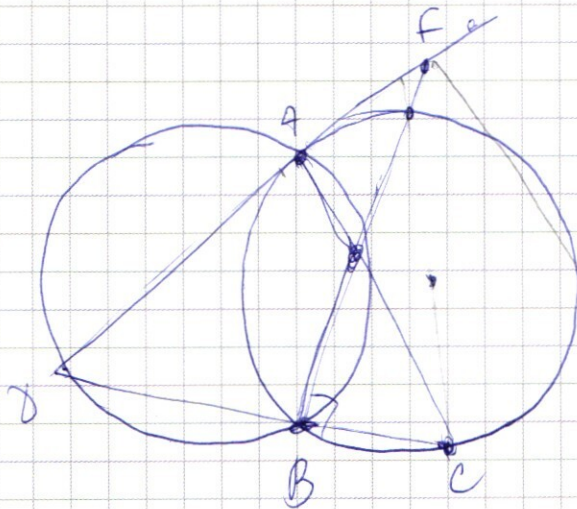
$$xS = Q_1 + 3Q_2$$

$$S =$$

$$(x-1)S = 2Q_2 = \frac{2S_3}{q} (q^2 + q + 1)$$

$$(x-1)S = \frac{8S}{39} \left( \frac{q^2 + q + 1}{q} \right)$$

$$x-1 = \frac{8}{39} \left( \frac{q^2 + q + 1}{q} \right)$$



$$|x + (8+h)| + |x - (8+h)|$$



$$\begin{array}{r}
 4 \mid 0 \mid 6- \mid 5- \mid 4 \mid 24 \\
 \hline
 4 \mid 0 \mid 6- \mid 5- \mid 4 \mid \\
 \hline
 4-2x \mid 4+2x \mid 6-2x \mid 5-2x \mid 4-2x \\
 \hline
 2x+2x \mid 2x+2x \mid 2x+2x \mid 2x+2x \mid 2x+2x
 \end{array}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$1900 = 7^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2$$

$$77 \ 22 \ 55 \cdot 1 \ 1$$

$$77 \ 4 \ 55 \cdot 1 \ 1 \ 1$$

$$C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2 + C_8^1 \cdot C_7^2 \cdot C_5^2 \cdot C_3^3$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ 15 \\ \hline 40 \\ 128 \\ \hline 320 \\ 6 \\ \hline 1920 \end{array}$$

$$b_1 + b_1 q + \dots + b_1 \cdot q^{2999} = S$$

$$S = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 16 & 32 \\ 3 & 3 & 7 & 15 & 31 & 63 \end{array}$$

$$\frac{1 \cdot (2^5 - 1)}{2 - 1} = 31$$

$$S = b_1 + b_1 q + 3b_1 q^2 + \dots + 3b_1 q^{2999} = 58$$

$$\frac{2 \cdot (3^7 - 1)}{3 - 1} = 80$$

3 ГП.

$$b_1 \quad b_1 \cdot q^3 \quad b_1 \cdot q^6 \quad \dots \quad b_1 \cdot q^{2997}$$

$$q_1 = q^3$$

$$S_1 = \frac{b_1(q^3 - 1)}{q^3 - 1}$$

$$\begin{array}{r} 2997 \ 3 \\ 27 \ 1999 \\ \hline 27 \\ 27 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$b_1 \cdot q \quad b_1 \cdot q^4 \quad b_1 \cdot q^7 \quad \dots \quad b_1 \cdot q^{2998}$$

$$b_{12} = b_1 \cdot q \quad q_1 = q^3$$

$$S_2 = \frac{b_1 \cdot q(q^3 - 1)}{q^3 - 1}$$

$$b_1 \cdot q^2 \quad b_1 \cdot q^5 \quad b_1 \cdot q^8 \quad \dots \quad b_1 \cdot q^{2999}$$

$$b_{13} = b_1 \cdot q^2 \quad q_1 = q^3$$

$$S_3 = \frac{b_1 \cdot q^2(q^3 - 1)}{q^3 - 1}$$



$$c \ 3. \quad 3b_1 \cdot q^2 \quad 3b_1 \cdot q^5 \dots 3b_1 \cdot q^{2995}$$

$$S_3' = \frac{10b_1 \cdot q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = 10S_3$$

$$b_1 \cdot q \frac{(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} = S_3 \cdot \frac{(q^2 + q + 1)}{q}$$

$$S_1 + S_2 + S_3 = S$$

$$\cancel{S_1 + S_2} + 3S_3 = S_1 + S_2 + 10S_3 = 5S$$

$$39S_3 = 4S$$

$$\frac{39b_1 \cdot q^2 (q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = 4S = 39 \cdot q \cdot S_2$$

$$S = \frac{39}{4} q \cdot S_2$$

$$b_1 \cdot q \quad b_1 \cdot q^3$$

$$S_2' = \frac{13 \cdot q}{4} = S$$

$$S_1 + S_2 + S_3 = S$$

$$S_1 + S_2 + 10S_3 = 5S$$

$$S_1 + 3 \frac{S_3}{q} + S_3 = X S$$

$$\frac{2S_3}{q} = (X-1)S$$

$$X-1 = \frac{2S_3}{qS} = \frac{2 \cdot b_1 \cdot q^2 \cdot (q^{3000} - 1)}{(q^3 - 1) \cdot q \cdot b_1 \cdot (q^{3000} - 1)}$$

$$= \frac{2 \cdot q \cdot (q-1)}{q^3 - 1} = \frac{2q}{q^2 + q + 1}$$

$$39S_3 = 4S$$

$$S_3 = \frac{4}{39} S$$

$$X-1 = \frac{8S}{39qS} = \frac{8}{39q} = \frac{2q}{q^2 + q + 1}$$

$$X-1 = \frac{8}{39 \cdot 3} = \frac{56}{7}$$

$$\frac{18}{18}$$

$$\frac{4}{39} = \frac{q^2}{q^2 + q + 1} = 1 - \frac{q+1}{q^2 + q + 1}$$

$$\begin{array}{r} 16 + \frac{35}{16} \\ + \frac{210}{35} \\ \hline 580 \end{array}$$

$$D = 576$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 24 \\ 24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 576 \\ 326 \\ 26 \\ \hline 156 \\ + 42 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$q = \frac{4+26}{70} = \frac{3}{7}$$

$$\frac{35}{39} = \frac{q+1}{q^2 + q + 1}$$

$$35q^2 + 35q + 35 = 39q + 39$$

$$35q^2 - 4q - 4 = 0$$

$$D = 16 + 560 = 576$$