

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа. 1680
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза? $6\frac{4}{5}$ раз
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$. (P)
4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

51

Заметим, что $700 = 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$, итого в виду произведений

8-ми цифр оно раскладывается 2-ми способами:

1) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$

2) $7 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$, т.к. 2 при умножении на любое

число ≥ 5 больше 10 $\rightarrow$ больше цифр.

в 1-ом случае: кол-во способов $= C_8^1 \cdot C_{8-1}^2 \cdot C_{8-3}^2 \cdot C_{8-5}^3 =$

$= 8 \cdot \frac{7 \cdot 6}{2} \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} \cdot \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{3!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 40 \cdot 42 = 1680.$

(т.к. одинаковые цифры 1 и 1; 2 и 2; 5 и 5 не должны занимать место) (типа: ...1...1... это то же число, что и ...1...1...)

в 2-ом случае: кол-во способов $= C_8^1 \cdot C_{8-1}^1 \cdot C_{8-2}^2 \cdot C_{8-4}^4 =$

$= 8 \cdot 7 \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2 = 8 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 5 = 40 \cdot 212$

$= 840$ сл.

Итого и в 1-ом и в 2-ом: $1680 + 840 = 2520$ случаев

Ответ: 2520

52

Рассмотрим произвольный фрагмент последовательности:

1-ым будет число с индексом b_{zi+1} $i \in [0; 1000-1]$; $i \in \mathbb{N}_0$

2-ое и третье — следующие за ними пусть $b_{zi+1} = a$,

а x — разность, тогда этот фрагмент будет выглядеть так: $(x > 0$ целое)

$a; ax; 50ax^2$ Заметим, что если общее $\downarrow$ увеличилось

в 10 раз, то это же будет верно для любого выбранного фрагмента

последовательности, т.к. при любом a , получаем по описанию:

$$\frac{a + a + a x^2}{a + a x + a x^2 \cdot 50} = \frac{1 + x + x^2}{1 + x + x^2 \cdot 50} = \text{const}, \text{ и если эта}$$

const отлична от 10 то $\frac{S_{\text{начального}}}{S_{\text{новому}}}$ будет $\neq \text{const}$, что противно от 10. — противоречие, но тогда:

$$10(a + ax + ax^2) = a + ax + 50ax^2 \quad a \neq 0 \text{ по определению.}$$

$$10 + 10x + 10x^2 = 1 + x + 50x^2$$

$$40x^2 + 9x - 9 = 0$$

$$(8x + 3)(5x - 3) = 0$$

$$x = -\frac{3}{8} \quad x = \frac{3}{5}$$

не у д.у. у д.у.

Теперь сделаем то же操作 и со второй частью условия: возьмём произвольное $6j+1 \in (0, 1500-1) \in \mathbb{N}$ и след. за ним: 1-ое: a ; 2-ое: ax — было;

$$\frac{a + ax}{a + 2ax} = \text{const} \Leftrightarrow \frac{S_{\text{старое}}}{S_{\text{новому 2-ому}}} = \text{const} \Rightarrow \text{ложно}$$

$$\text{исходить} \quad \frac{a + ax}{a + 2ax} = \frac{1+x}{1+2x} = \frac{1+\frac{3}{5}}{1+\frac{6}{5}} = \frac{\frac{8}{5}}{\frac{11}{5}} = \frac{8}{11}$$

$$S_{\text{нове}} = \frac{11}{8} S_{\text{старое}}$$

Омлет: $\frac{11}{8}$ раз увеличился.

$$\sqrt[3]{\frac{x}{12} + 3\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 4x + 20} = x^2 + 10x + 24$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 20} = (x+6)(x+4)$$

$$(x+6) \left(\sqrt{\frac{1}{2}x^3 - 2x + 20} - (x+4) \right) = 0$$

$$1) x = -6$$

подкоренное < 0 :

$$-216 + 24 + 20 < 0$$

$$2) \sqrt{\frac{1}{2}x^3 - 2x + 20} = x+4$$

$$\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ x^3 - 4x + 20 = 2x^2 + 16x + 32 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0 \\ x \geq -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-4)(x^2+2x-12) = 0 \\ x \geq -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-4)\left(x - \frac{-2+\sqrt{4+48}}{2}\right)\left(x - \frac{-2-\sqrt{4+48}}{2}\right) = 0 \\ x \geq -4 \end{cases}$$

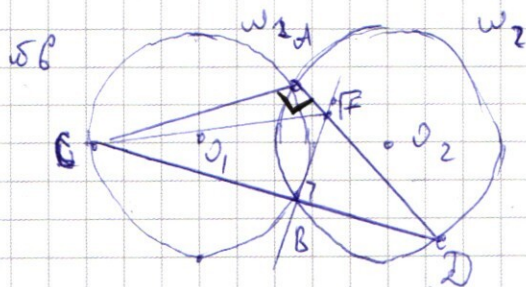
$$\begin{cases} x = 4 & -49 \text{ д.у.} \\ x = -1 + \sqrt{13} & -49 \text{ д.у.} \quad (>0) \\ x = -1 - \sqrt{13} & -\text{не у.у. д.у.} \\ x \geq -4. \end{cases}$$

$$-1 - \sqrt{13} < -4, \text{ т.к.}$$

$$3 - \sqrt{13} < 0, \text{ т.к.}$$

$$\sqrt{9} < \sqrt{13}.$$

Ответ: 4; $-1 + \sqrt{13}$



Дано: w_1, w_2 — окружности: $(O_1; 5); (O_2; 5)$
(центр, радиус). $w_1 \cap w_2 = \{A; B\}$
 $C \in w_1; D \in w_2; B \in CD$;
 $\angle CAD = 90^\circ$

Решение:

1-ая. Заметим, что $R_1 = R_2 = 5$,
но тогда $\angle AB(w_1) = \angle AB(w_2)$,
тогда $\angle ACD \leq \angle ADC = \frac{90}{2} = 45^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow CA = CD$.

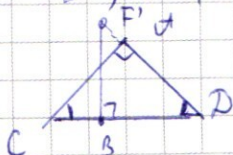
h — перпендикуляр: $h \perp CD; B \in h$.
 $F \in h: FB = DB$.

$$\text{Получим: } CF = \sqrt{CB^2 + BF^2} = \sqrt{CB^2 + BD^2}$$

Найти: $S_{\triangle CAF}$ если: $CB = 6$.

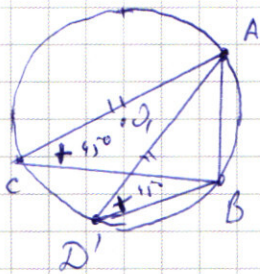
2-ая: т.к. $FB = BD$, то F на одной стороне от CD относительно A, то

$F \in AD$:



$\angle DF'B = 90^\circ - \angle F'DB = 45^\circ \Rightarrow F'B = BD$, где
 F' — пересечение h с $AD \Rightarrow F = F'$.

3-е: Сфера симметрии: ω_2 относительно AB : $D \rightarrow D'$;

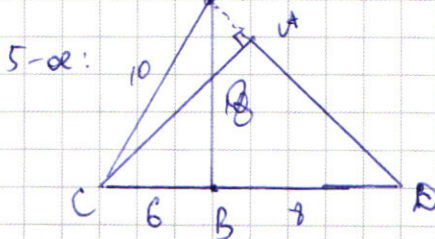
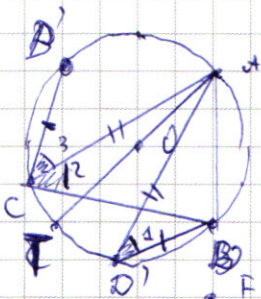


$O_2 \rightarrow O_1$; $\omega_2 \rightarrow \omega_1$ (картинки 2-х окр.
с 2-мя общими точками и общими (одинак.)
радиусами симм. относительно AB).

Заметим, что AC и AD' симметричны относительно AO_1 , т.к.

C и D' — точки пересечения ω_1 и окр. $(A; AC)$ (или так же
если AC совпадает с AD' , то $\angle ABD' \geq \angle ABC \Rightarrow \angle ABD \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle ABD \geq \angle ABC \geq 90^\circ$, но тогда AC — диаметр ω_1 —
симм. относ. AO_1) а значит симм. относительно линии,
соединяющей центры окружностей.

4-е: Отсимметрируем $D'B$ относительно AO_1' : $D' \Rightarrow D''=C$; $B \Rightarrow B'$
 $\angle 1 \geq \angle 2 \geq \angle 3$ из симметрии $\Rightarrow 45^\circ \Rightarrow \angle D'CB = 90^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow BD' \geq \sqrt{CD'^2 + CB^2} = \sqrt{CB^2 + D'B^2} = \sqrt{CB^2 + BD^2} = CF =$
 $\geq$ диаметру ω_1 ($\angle B'CB = 90^\circ$ — опир. на диам.) $=$
 $= 5 \cdot 2 = 10$.



5-е:

- 1) $FB \geq \sqrt{10^2 - 6^2} = 2\sqrt{5^2 - 3^2} = 8 \geq BD$.
- 2) $\angle CAF = 90^\circ$ ($F \in AD$: равен (см 4-е))
- 3) $AC = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot CD = 7\sqrt{2} \cdot 2(6+8) \frac{\sqrt{2}}{2} = 14\sqrt{2}$
- 4) $FA \geq \sqrt{10^2 - (6\sqrt{2})^2} = \sqrt{100 - 72} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$
- 5) $S_{\triangle CAF} = \frac{7\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{7}}{2} = 7$.

Ответ: $CF = 10$; $S_{\triangle CAF} = 7$.

и (на следующем)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

57.

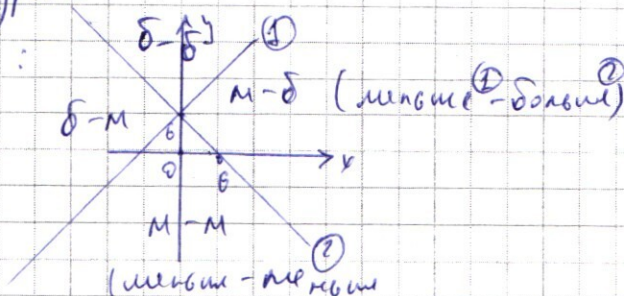
Изобразим г-фики 1-го уравнения:

1) $y - 6 - x = 0$

$y = x + 6$

2) $y - 6 + x = 0$

$y = 6 - x$



I) ① < 0, ② < 0: $-(y - 6 - x) - (y - 6 + x) = 12$;

$-y + 6 + x - y + 6 - x = 12$;

$-2y = 12$; $y = 0$ - уг. условию, пока x уг. условию.

II) ① ≥ 0, ② ≥ 0: $y - 6 - x + y - 6 + x = 12$;

$y = \frac{24}{2} = 12$ - уг. условию, пока x уг. условию

III) ① < 0, ② ≥ 0: $-(y - 6 - x) + (y - 6 + x) = 12$;

$-y + 6 + x + y - 6 + x = 12$;

$2x = 12$; $x = 6$ - уг. условию, пока y уг. условию

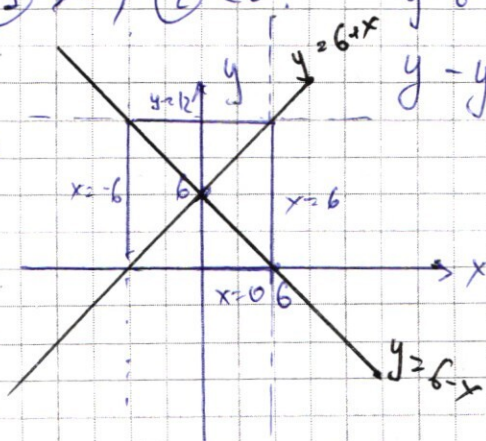
IV) ① ≥ 0, ② < 0: $y - 6 - x + (y - 6 + x) = 12$;

$y - y - 6 - x + 6 - x = 12$

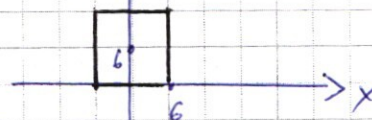
$x = -6$

- уг. условию пока y уг. условию:

Гр-фики:



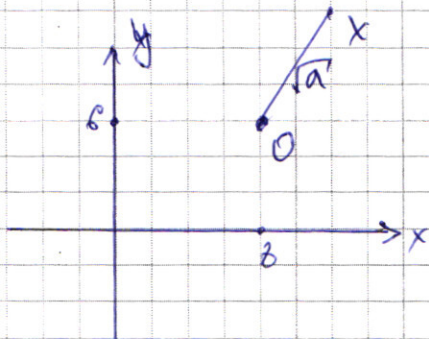
или:



Поймем, что представляет собой график 2-ой функции

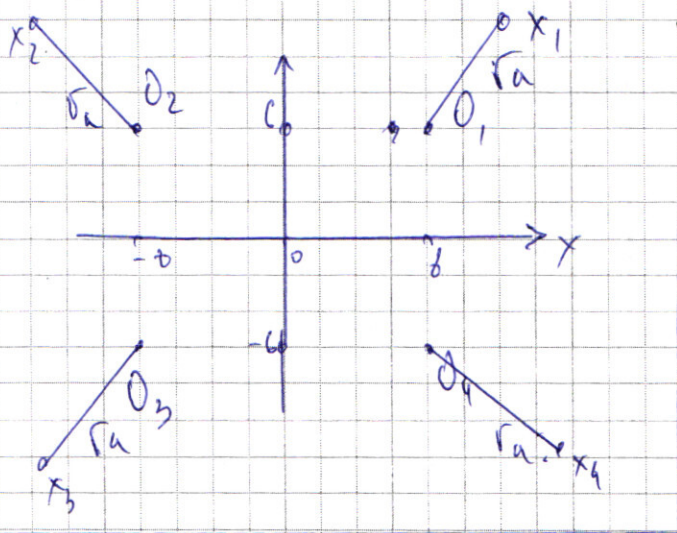
$$(|x| - 3)^2 + (|y| - 6)^2 = a.$$

Заметим, что он будет симм. относительно $y \geq 0$ и $x \geq 0$, тогда есть смысл рассмотреть только 1-ую координатную четверть:

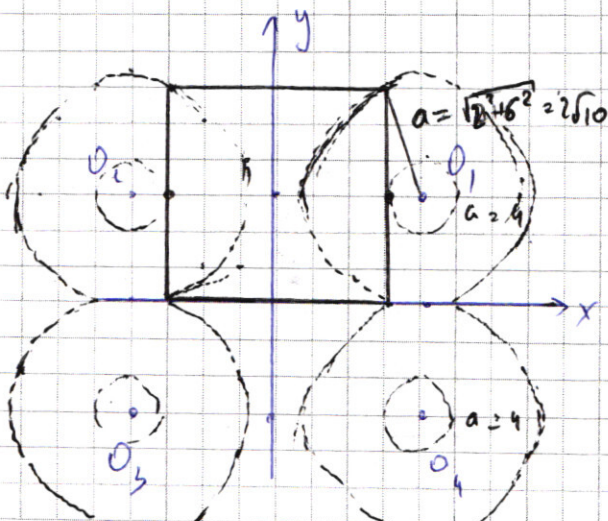
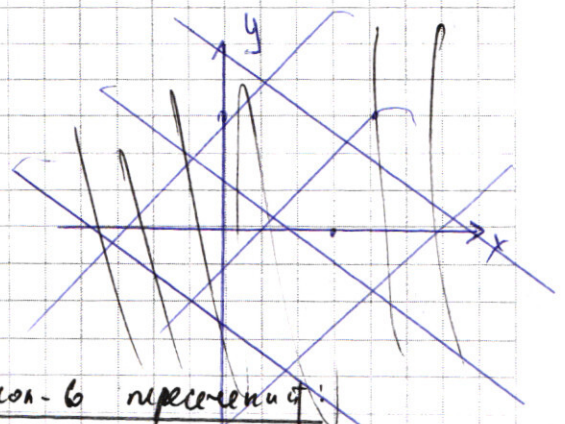


, но т.к. $y \geq 0, x \geq 0$ 1-ой четверти, то $f_1(x): (x-3)^2 + (y-6)^2 = a$.
Окр радиуса $\sqrt{a}$ и с центром в $(3; 6)$,
тогда чтобы решения были: $a \geq 0$,

Теперь вспоминаем, что всё симм относительно $y \geq 0$ и $x \geq 0$.

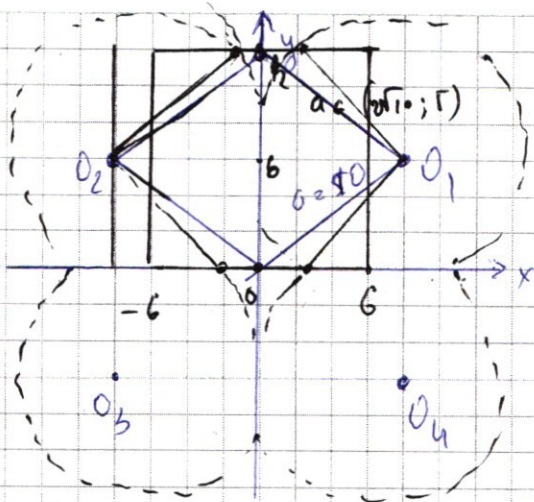


Находим графики:



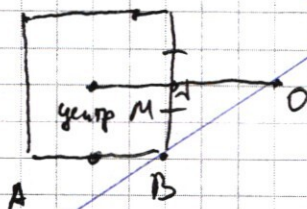
a	кол-во пересечений
$a < 0$	-нет по ОДЗ а
$a \in [0; 4)$	-нет:
$a = 4$	+2 точки
$a \in (4; 2\sqrt{10}]$	: 4 точки:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



a	кол-во пересечений:
$a \in (2.5; 5)$	$2 + 2 = 4 - \text{м.}$
$a = 5$	2
$a > 5$	0

Или же, проще говоря: рассматривая окружности и квадрат можно понять, что у них или 0 общих точек, или 1-на точка касания, или 2 общие точки, если центр окружности вне квадрата, то при больших, меньших расстояниях от центра до середины стороны AB (при такой картинке):



тогда будет 1 точка. Тогда из-за симметрии картины если есть 1-на точка, то

Итого. Ответ: $a \geq 4$; $a = 5$;

5. Пусть $|x-2| \geq t$, тогда:

$$t^2 = (x-2)^2 \geq (x-2)^2 = x^2 - 4x + 4. \Rightarrow$$

$$2x^4 + (x^2 - 4x + 4) - 3x^2(x-2) = 2x^4 - 3x^2t + t^2 =$$

$$= (2x^2 - t)(x^2 + t)$$

Решим: $3x^2 = |x-2|$

~~$4x^4 = (x-2)^2$
 $4x^4 = x^2 - 4x + 4$~~

Решения: $x \geq 1$; $x \geq -2$

~~$(3x^2 = |1-2| = 1)$~~ и

~~$(3x^2 = |-2-2| = 4)$~~

Решим: $2x^2 = |x-2|$

~~$4x^4 = x^2 - 4x + 4$
 $x^2(4x^2 - 1) = 4(1-x)$
 $x^2(2x-1)(2x+1) = 4(1-x)$~~

~~$(2x^2)^2 - (x-2)^2 = 0$~~

~~$(2x^2 - (x-2))(2x^2 + (x-2)) = 0$~~

~~$(2x^2 - x + 2)(2x^2 + x - 2) = 0$~~

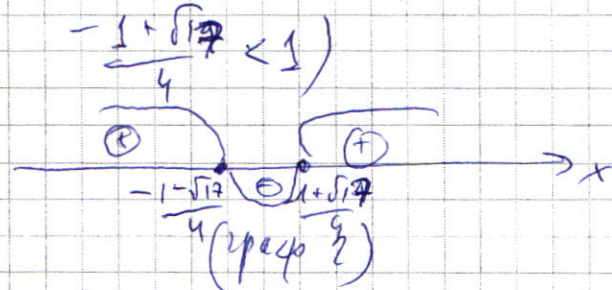
~~$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-44}}{2 \cdot 2}$~~

всегда $\oplus$

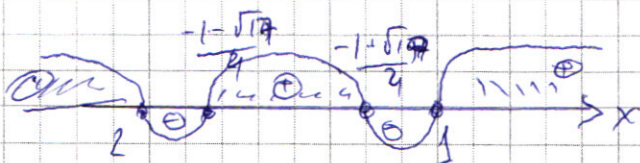
~~$f(0) = 2 > 0$~~

~~$x_{3,4} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{4}$~~

~~$(\text{по графику } \frac{-1-\sqrt{17}}{4} > -2 \text{ и } \frac{-1+\sqrt{17}}{4} < 1)$~~



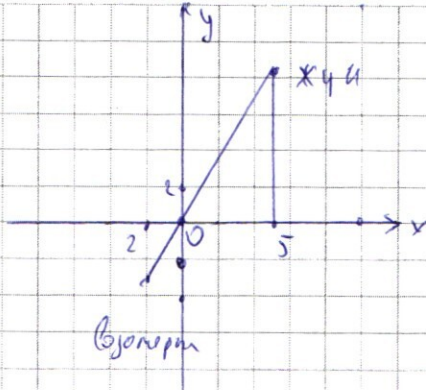
нельзя ждем графиков:



Ответ: $x \in (-\infty, 2] \cup [-\frac{1-\sqrt{17}}{4}, -\frac{1+\sqrt{17}}{4}] \cup [1, \infty)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

55



1) $R_{жун} = \sqrt{5^2 + 5^2} = 10\sqrt{2}$

$R_{взлет} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

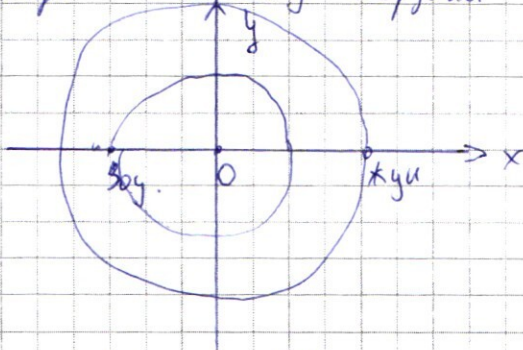
$\frac{R_{жун}}{R_{взлет}} = \frac{R_{окр. жун}}{R_{окр. взлет}} = \frac{10\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{5}{2}$

Т.к. $v_{жун}$ будет меньше $v_{взлет}$, то если

смотреть угловую скорость ω , то $\frac{\omega_{жун}}{\omega_{взлет}} = \frac{R_{взлет}}{R_{жун}} =$

$= \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 5} = \frac{1}{5}$

2) Введём систему координат - 2:

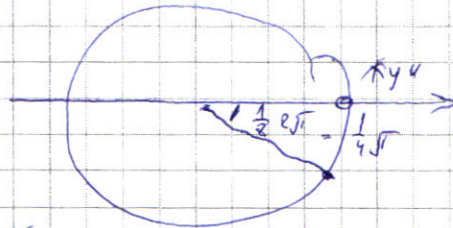


Пусть $\omega_{взлет} = (2\sqrt{2})$ - это угол $\frac{1}{2}$ (наблюдатель), тогда
сейчас $\omega_{жун} = \frac{1}{5}$, а $\omega_{жун} = \frac{1}{5}$, тогда они

на каноническом расстоянии, когда их несколько группов

1) $0 + x^{\text{ор}} = -\frac{1}{2} + 5x^{\text{ор}}$ (вспомогательная $w \Rightarrow$ в 5 раз больше
несколько группов)

$$x^{\text{ор}} = \frac{1}{2}$$



2) когда $В_0$ на $-\frac{1}{2}$ орель $хуи$ на $\frac{1}{5}$ ор $\Rightarrow$

$$\frac{1}{5} + x^{\text{ор}} = -\frac{1}{2} + 1 + 5x^{\text{ор}}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{2} = 4x^{\text{ор}}$$

$$\frac{7}{10} = 4x^{\text{ор}} \quad x = \frac{7}{40}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Handwritten mathematical work on grid paper, including a diagram of a circle with points and various algebraic derivations.

Diagram: A circle with center O. Points A, B, C, D, E, F are marked on the circumference. A line segment connects O to a point on the circle. A right angle is indicated at the center O.

Algebraic work:

$$x = -\frac{1}{2} + 5x$$

$$\frac{1}{2} = 4x$$

$$\frac{1}{8} = x$$

$$\frac{1}{5} + x = -\frac{1}{2} + 5x$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{2} = 4x$$

$$\frac{2+5}{40} = x = \frac{7}{40}$$

$$2x^2 = |x-2|$$

$$2x^2 - |x-2| = 0$$

$$x^2 - |x-2| = 0$$

$$x^2 = |x-2|$$

$$x^4 = x - 2$$

$$x > 2$$

Graph of a parabola $y = x^2$ and a line $y = x - 2$ intersecting at $x = 2$.

Long vertical derivation:

$$(x-2)(x^2+2x+4) = (x-2)(x^2+2x+4) = (x-2)(x^2+2x+4) = \dots$$

Other notes:

$$2x^2 = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x^2 = 4x + 4$$

$$x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$(x-2)(x^2+2x+4) = 0$$

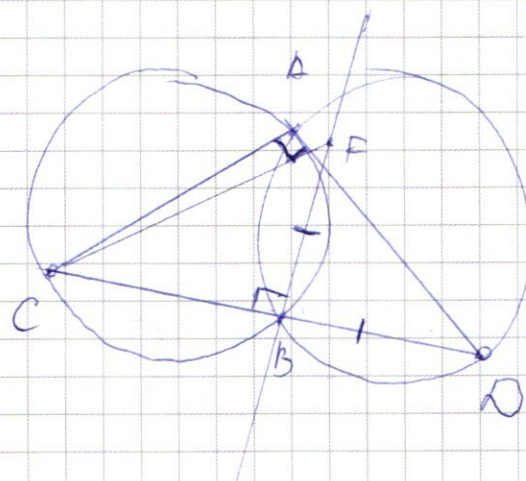
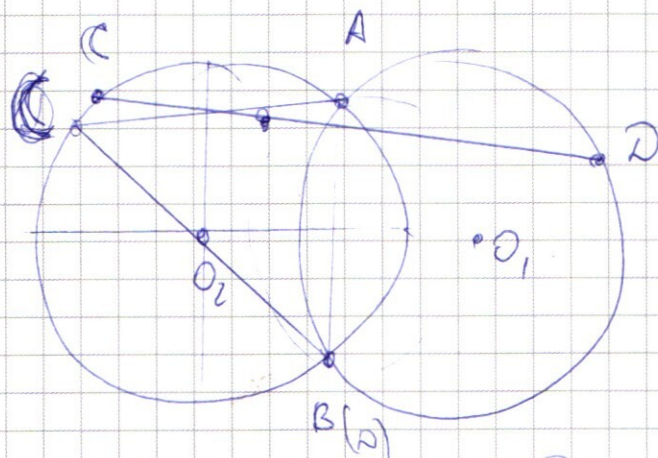
$$(x-2)(x^2+2x+4) = 0$$

18

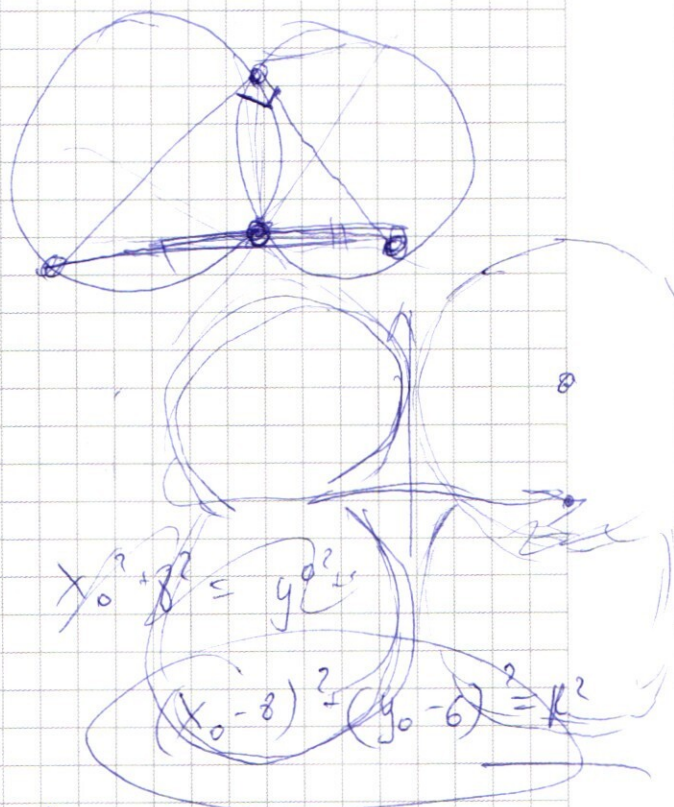
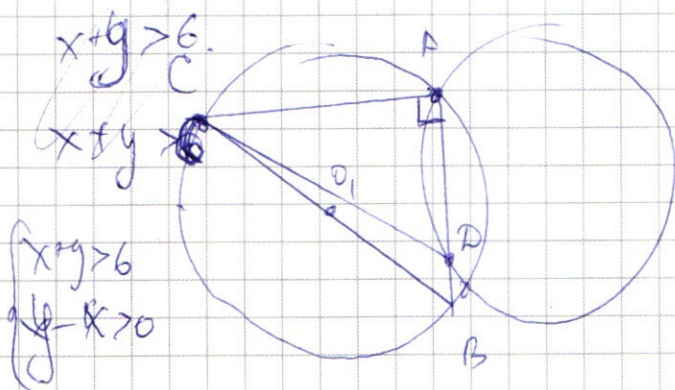
☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

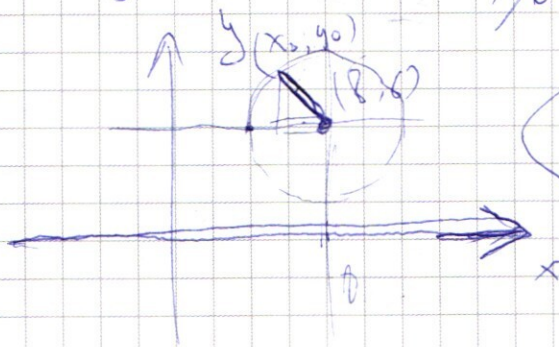
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$|x+y-6| + |x-y-6| = 12$$



$$(x-8)^2 + (y-6)^2 = R^2$$



$$x_0^2 + y_0^2 = R^2$$

$$(x_0-8)^2 + (y_0-6)^2 = R^2$$

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \cdot \sqrt{x^2 - 4x + 80} = x^2 - 10x + 24$$

$$x^2 + 10x + 24$$

6.4.

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^2 - 4x + 80} = (x+6)(x+4) \quad 16 \cdot 4 \leq 64 + 16 + 80$$

$$x^2 = 6 \text{ — корни}$$

$$x+4 \text{ — не ген}$$

$$\left(-\frac{6}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^2 - 4x + 80}$$

$$-4 - 4(-4)$$

$$-3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{x}{2} + 3\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} (x+6)$$

$$x^2 - 4$$

$$(x+4)(x^2 - 5x + 1) \\ x^3 - 4x^2 + 5x + 4x^2 - 16x + 80$$

$$x^3 - 4x + 80 =$$

$$= 16 \cdot 4 - 4 \cdot 4 + 80 =$$

$$= -16(4+1) + 80 =$$

$$(x+6) \left(\sqrt{\frac{1}{2}(x^2 - 4x + 80)} - x + 4 \right)$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}x^2 - 2x + 40} = x+4 \quad \neq -80+80 \quad \neq 0$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 4x + 80 \\ - x^3 + 4x^2 \\ \hline x^2 - 4x \end{array}$$

$$(x+6) \left(\sqrt{\frac{1}{2}x^2 - 2x + 40} - x + 4 \right)$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 4 \\ \frac{1}{2}x^2 - 2x + 40 = x^2 + 16 \\ - 4x^2 - 16x \\ \hline \frac{1}{2}x^3 - x^2 - 10x + 24 = 0 \end{array}$$

$$\sqrt{\frac{1}{2}x^2 - 2x + 40} \sqrt{(x+4)}$$

$$x < -4$$

$$x^3 - 3x^2 - 80x + 72 = 0$$

☐ черновик

☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$|y-x| \rightarrow t$$

$$7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 111$$

$$x \cdot y$$

$$x \cdot y$$

$$x, xy; 50xy^2 \neq x+xy+xy^2$$

$$7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 1$$

$$= \frac{x(1+y+50y^2)}{8x(1+y+y^2)}$$

$$8 \cdot \frac{7 \cdot 6}{2} \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} \cdot \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{3!}$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 3!}$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4}$$

$$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{1} = 40 \cdot 42 =$$

$$= 1680$$

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^2 - 4x + 60} = x^2 + 10x + 14$$

$$40 \cdot 9 \cdot 4$$

$$3000x \cdot 10^2 = 1000x \cdot 50 + 2000x$$

$$30000x =$$

$$52000x$$

$$a \quad ba \quad 50b^2a \quad = 10(a + ba + b^2a)$$

$$1 + b + 50b^2 = 10 + 10b + 10b^2$$

$$40b^2 - 9b - 9 = 0$$

$$\begin{array}{r} 5-8 \\ 2 \cdot 20 \\ 4 \cdot 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1-9 \\ 3 \cdot 3 \end{array}$$

$$(8b + 3) \mid (56 - 3)$$

$$\frac{49 \pm \sqrt{81^2 + 9 \cdot 40 \cdot 4}}{2 \cdot 40} = 6$$

$$-\frac{3}{2} - \text{кр}$$

$$\frac{3}{5} - \text{гу}$$

WZ/

$$a + b \rightarrow a + \frac{3}{5}a \rightarrow a + \frac{6}{5}a$$

$$\frac{\frac{3}{5}a}{\frac{16}{5}a} = \frac{6}{11} \text{ кр } 6$$

$$\frac{11}{8} \text{ гу } a$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{x}{2} + 3 \right) \sqrt{x^2 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$x^2 - 4x + 80 \geq 0 \cdot \left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} \right) \sqrt{x^2 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$$

$$f'(x) = 3x^2 - 4$$

$$x^2 \left(1 - 3 \left| x - 2 \right| \right)$$

$$2x^2 - 4x + 4$$

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{\frac{4}{3}} \quad f(x) = 0 \\ (x &= \sqrt{\frac{4}{3}}) \quad f'(x) = 0 \\ x &\in (-2; 2) \end{aligned}$$

$$x^2 \left(1 - 3 \left| x - 2 \right| + 2x^2 \right) = 4(x-1) \quad f\left(\frac{\sqrt{4}}{3}\right):$$



$$f(-2):$$

$$-8 + 8 + 80 = 80$$

$$f(2): 8 - 8 + 80 = 80$$

$$\frac{4\sqrt{4}}{3\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{4}}{\sqrt{3}} + 80$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}6\right) \sqrt{x^3 - 4x + 20} - 2(x+6)(x+4)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}(x+6) = \sqrt{x^2 - 4x + 80} = (x-6)(x+4)$$

$$(x+6) \left(\sqrt{\frac{1}{2}x^3 - 2x + 40} - (x+4) \right) = 0$$

$$x - 6 \mid \frac{1}{2}x^2 - 2x + 4 \Rightarrow x + 4$$

$$\int \frac{1}{2} x^3 - 2x + 40 - 2(x+4)^2$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 162$$

$$x^3 - 2x^2 - 10x + 48 = 0$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 2 \div 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \quad \leftarrow \text{vorge}$$

$$-21 \quad -8 - 2.4 + 40 + 40 \quad 2 \quad 80$$

$$2: 8 - 8 + 40 + 48 = 88$$

$$4: 64 - 32 = 80 + 48$$

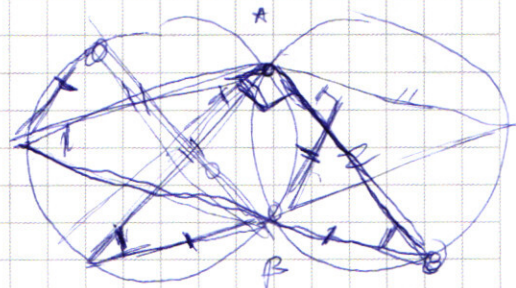
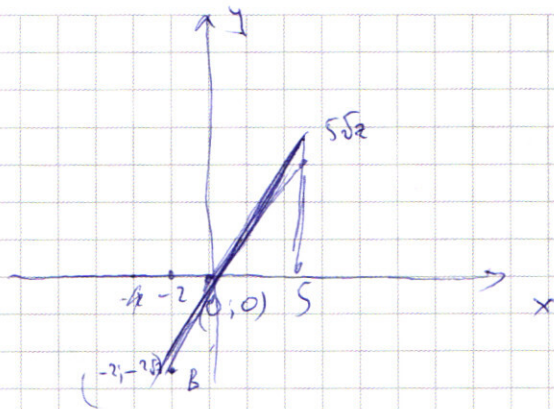
$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \\ & (x-4)(x^2+2x-12) \\ & \frac{-2 \pm \sqrt{4+48}}{2} \\ & x_{1,2} = \end{aligned}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{1 \pm 12}$$

$$\begin{array}{l} -1 + \sqrt{13} - \text{neg} \\ -1 - \sqrt{13} - \text{kein Kopf} \end{array} \quad \begin{array}{l} -1 + \sqrt{13} \\ -1 - \sqrt{13} \quad \checkmark - 4 \\ -\sqrt{13} \quad \checkmark - 3 \\ -\sqrt{13} - \sqrt{9} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 - 20x + 40 \quad | \quad x - 4 \\ - (x^3 - 4x^2) \\ \hline 2x^2 - 20x + 40 \\ - (2x^2 - 8x) \\ \hline -12x + 40 \\ - (-12x + 48) \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\sqrt{13} \times \sqrt{9}$$



$$R = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{4 + 4 \cdot 2} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \quad \text{--- (10)}$$

$$R_2 = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2} \quad \Delta = 6\sqrt{2}$$

$$\frac{P}{R_2} = \frac{4\sqrt{2}}{10\sqrt{2}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

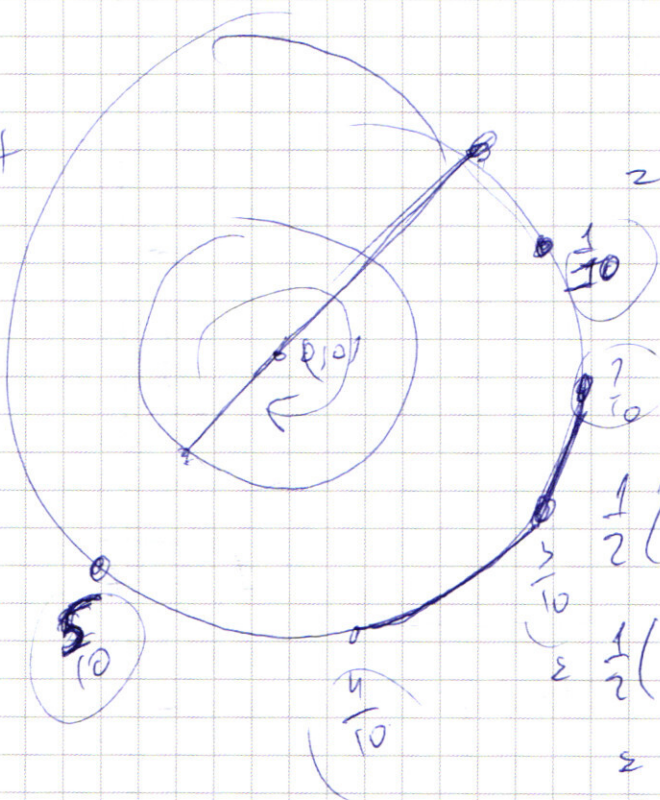
$$\frac{2\pi R}{2\pi R} = \frac{2}{5}$$

6 10
3 5

1-й круг $2 \cdot 2\pi R$

$$\pi R_m =$$

$$= 2 \times \pi R \sin \alpha = \frac{2}{5} \pi R \sin \alpha$$



$$\frac{1}{2} (2\pi R \sin \alpha) =$$

$$= \frac{1}{2} (2\pi R \sin \frac{\pi}{5}) =$$

$$= \frac{2}{5} \pi R \sin \alpha =$$

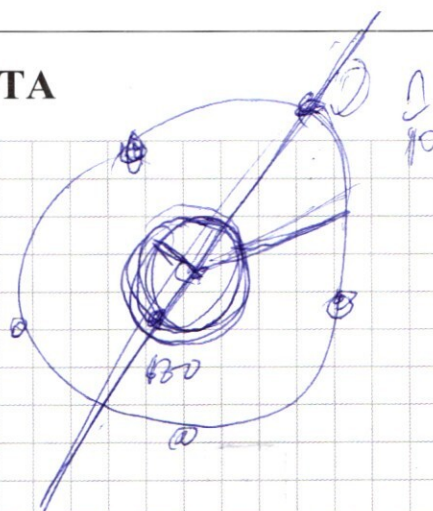
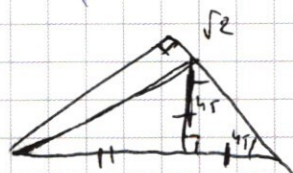
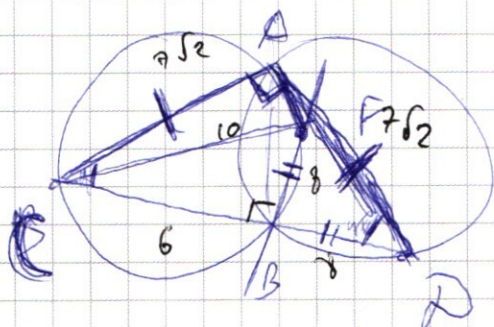
$$= \frac{1}{10} (2\pi R \sin \alpha)$$

$$-6 - 4(-1)10^2$$

$$-236 - 6 + 24 + 10$$

$$-210$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Handwritten notes on a grid background:

- Top center: $1 \quad 4$
- Left side: $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{10}$ (circled)
- Bottom left: $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{10}$
- Bottom center: $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{10}$
- Bottom right: $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{10}$

$10 \rightarrow 7\sqrt{2}$

$\frac{10}{1}$ ~~2~~ 1

$$\frac{100}{49} \sqrt{2}$$

$$\frac{100}{49} > 2.$$

$$100 - 49.222$$

$$\frac{2\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} = 7$$

$$0 + x^k = 10 + 5x^k$$

$$x \cdot 2 + 10 + 5x$$

$$120/2 = 60$$

$$\frac{1}{2} \times$$

$$\sqrt{25+25-7} = 5\sqrt{8} = 10\sqrt{2}$$

$$\sqrt{4+4 \cdot 7} = 2\sqrt{18} = 4\sqrt{2}$$

$$\frac{R_S}{R_m} \approx \left(\frac{5}{2} \right) \approx \frac{10}{4m}$$

$$R_{\text{eff}} \approx \frac{2}{3} R_0$$

Нормы: $I_{нгр}(R_m)$ и $1/2 \text{ крыз}(R_m) =$

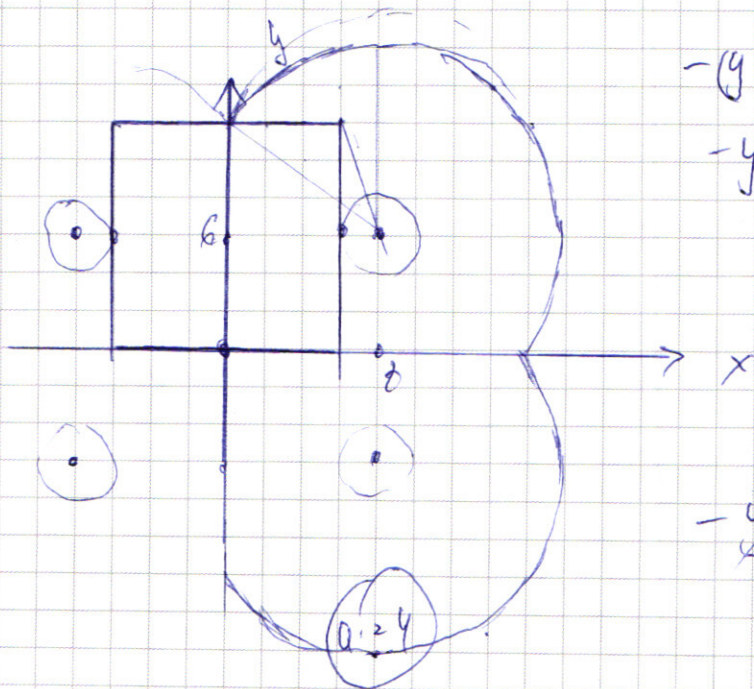
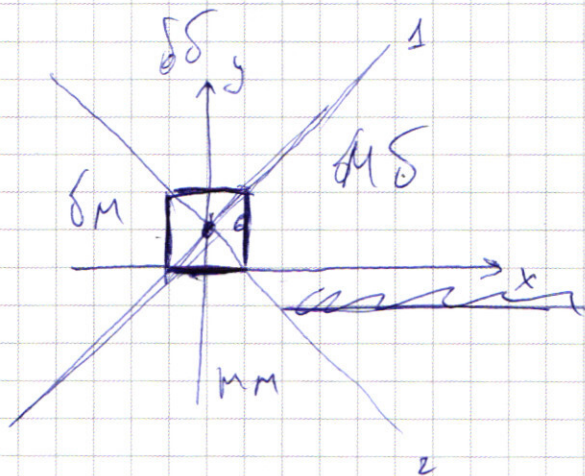
$$\geq \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} R\delta = \frac{1}{5} R\delta.$$

$$2\pi R_m \rightarrow \pi R_m \rightarrow \frac{2}{3}\pi R_0 = \frac{1}{3}(2\pi R_0)$$

$$|y-6-x| + |y+6+x| = 12$$

$$|y-x-6| + |y+x+6| = 12$$

$$y \geq x+6 \quad y = x+6 \quad y = 6-x$$



$$2\sqrt{1+9} = 2\sqrt{10}$$

$$y-x-6 + y+x+6 = 12$$

$$2y-12 = 12$$

$$y = \frac{24}{2} = 12$$

$$y-x-6 + (y+x+6) = 12$$

$$-2x - 0 = 12$$

$$x = -6 \quad \text{--- keep}$$

$$-(y-x-6) - (y+x+6) = 12$$

$$-y+x+6 - y-x+6 = 12$$

$$-2y = 0$$

$$y = 0$$

$$-y+x+6 + y+x-6 = 12$$

$$2x = 12$$

$$x = 6 \quad \text{--- keep}$$