МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S. Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0\left(-2;-2\sqrt{7}\right)$ и $N_0\left(5;5\sqrt{7}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y-6-x|+|y-6+x|=12, \\ (|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2

$S_n = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1}$ $S_{3000} = \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1}$

Члены геометрической прогрессии, ~~стоя~~ с номерами, кратными 3 также образуют геометрическую прогрессию, первый член которой равен b_1q^2, а знаменатель прогрессии – q^3. Тогда сумма $S_{1000} = \frac{b_1q^2((q^3)^{1000}-1)}{q^3-1}$

Аналогично для членов, номера которых дают остаток 1 при делении на 3. Первый член равен b_1, знаменатель прогрессии – q^3. $S_{1000} = \frac{b_1((q^3)^{1000}-1)}{q^3-1}$

Для номеров, дающих остаток 2 при делении на 3 первый член равен b_1; знаменатель – q^3.

$S_{1000} = \frac{b_1q((q^3)^{1000}-1)}{q^3-1}$

(Очевидно, что количество таких членов для каждого остатка от деления на 3 равно 1000).

Значит $50 \cdot \frac{b_1q^2(q^{3000}-1)}{q^3-1} + \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q^3-1} + \frac{b_1q(q^{3000}-1)}{q^3-1} = 10 \cdot \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1}$

Поскольку $q \neq 1$ по определению, а также все члены прогрессии положительны, $q \neq -1$. Значит

$50\frac{b_1q^2}{q^3-1} + \frac{b_1}{q^3-1} + \frac{b_1q}{q^3-1} = 10\frac{b_1}{q-1}$ b_1 также не 0, значит

$\cancel{50}\frac{50q^2+1+q}{q^3-1} = 10\frac{1}{q-1}$ $\frac{50q^2+q+1}{(q-1)(q^2+q+1)} = \frac{10}{q-1}$ $\frac{50q^2+q+1}{q^2+q+1} = 10$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

$50q^2+q+1=10q^2+10q+10$

$40q^2-9q-9=0$

$D=81+360\cdot4=1440=12^2\cdot10$

$q_{1,2}=\frac{9\pm12\sqrt{10}}{80}$ Поскольку все члены прогрессии положительны, $q=\frac{9+12\sqrt{10}}{80}$

Сумма членов прогрессии, стоящих на нечётных номерах равна $\frac{b_1((q^2)^{1500}-1)}{q^2-1}$, на чётных: $\frac{b_1q((q^2)^{1500}-1)}{q^2-1}$

Пусть $\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q^2-1}+2\frac{b_1q(q^{3000}-1)}{q^2-1}=A\cdot S=A\cdot\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1}$

$\frac{1}{q^2-1}+\frac{2q}{q^2-1}=\frac{A}{q-1}$

$\frac{1+2q}{q+1}=A \qquad 2-\frac{1}{q+1}=A$

$\cancel{1+\frac{q}{q+1}=A}$

$A=2-\frac{1}{\frac{89+12\sqrt{10}}{80}}=2-\frac{80}{89+12\sqrt{10}}=\frac{\overset{178}{\cancel{89}}+24\sqrt{10}-80}{89+12\sqrt{10}}=\frac{\overset{98+24\sqrt{10}}{\cancel{169+12\sqrt{10}}}}{89+12\sqrt{10}}$

Ответ: увеличится в ~~$\frac{169+12\sqrt{10}}{89+12\sqrt{10}}$ раз~~ ~~$\frac{(98+24\sqrt{10})(89-12\sqrt{10})}{89^2-1440}$ раз~~ $\frac{98+24\sqrt{10}}{89+12\sqrt{10}}$ раз

№4

$2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geq0$

$x^2-4x+4-3x^2|x-2|+2x^4\geq0$

$(x-2)^2-2\cdot\frac{3}{2}x^2|x-2|+\frac{9}{4}x^4-\frac{x^4}{4}\geq0$

$\left(|x-2|-\frac{3}{2}x^2\right)^2-\frac{x^4}{4}\geq0$

$\left(|x-2|-\frac{3}{2}x^2-\frac{x^2}{2}\right)\left(|x-2|-\frac{3}{2}x^2+\frac{x^2}{2}\right)\geq0$

$(|x-2|-2x^2)(|x-2|-x^2)\geq0$

$(2x^2-|x-2|)(x^2-|x-2|)\geq0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Если $x \geq 2$, то

$(2x^2-x+2)(x^2-x+2) \geq 0$

$2x^2-x+2 \neq 0$ $\quad$ $x^2-x+2=0$

$D=1-16<0$ $\quad$ $D=1-8<0$

Значит $2x^2-x+2>0$ $\quad$ Значит $x^2-x+2>0$

Тогда при $x \geq 2$ неравенство выполняется

Если $x<2$, то

$(2x^2+x-2)(x^2+x-2) \geq 0$

$2x^2+x-2=0$

$D=1+16=17$

$x_{1,2}=\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$

Если $x \in \left(\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right)$, то $2x^2+x-2<0$

Если $x \in \left(-\infty; \frac{-1-\sqrt{17}}{4}\right] \cup \left[\frac{-1+\sqrt{17}}{4}; +\infty\right)$, то $2x^2+x-2 \geq 0$

$x^2+x-2=0$

$D=1+8=9$

$x_{1,2}=\frac{-1 \pm 3}{2}=-2; 1$

Если $x \in (-2; 1)$, то $x^2+x-2<0$

Если $x \in (-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$, то $x^2+x-2 \geq 0$

Поскольку $x<2$, если $x \in \left(\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right)$, то ~~нера~~

$(x^2+x-2)(2x^2-x-2) \geq 0$

А также если $x \in (-\infty; -2] \cup [1; 2]$, то произведение ≥ 0.

Значит $x \in (-\infty; -2] \cup \left(\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right) \cup$ ~~[1; 2]~~ $[1; +\infty)$

Ответ: $x \in (-\infty; -2] \cup \left(\frac{-1-\sqrt{17}}{4}; \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right) \cup [1; +\infty)$.

№7

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ (|x|-8)^2 + (|y-6|)^2 = a \end{cases}$$

Рассмотрим первое уравнение

$|y-6-x| + |y-6+x| = 12$

Если $y-x \geq 6$, $y+x \geq 6$, то

$2y - 12 = 12$ $\quad y = 12$, $\begin{cases} 12-x \geq 6 \\ 12+x \geq 6 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 6 \\ x \geq -6 \end{cases}$

Значит $y = 12$, $x \in [-6; 6]$

Если $y-x \geq 6$, $y+x < 6$, то

$y-6-x-y+6-x = 12$

$x = -6$ Тогда $\begin{cases} y+6 \geq 6 \\ y-6 < 6 \end{cases}$ $\begin{cases} y \geq 0 \\ y < 12 \end{cases}$

Значит $x = -6$, $y \in [0; 12)$

Если $y-x < 6$, $y+x \geq 6$, то

$y-6+x-y+6+x = 12$

$x = 6$ Тогда $\begin{cases} y-6 < 6 \\ y+6 \geq 6 \end{cases}$ $\begin{cases} y < 12 \\ y \geq 0 \end{cases}$ $x = 6$, $y \in [0; 12)$

Если $y-x < 6$, $y+x < 6$, то

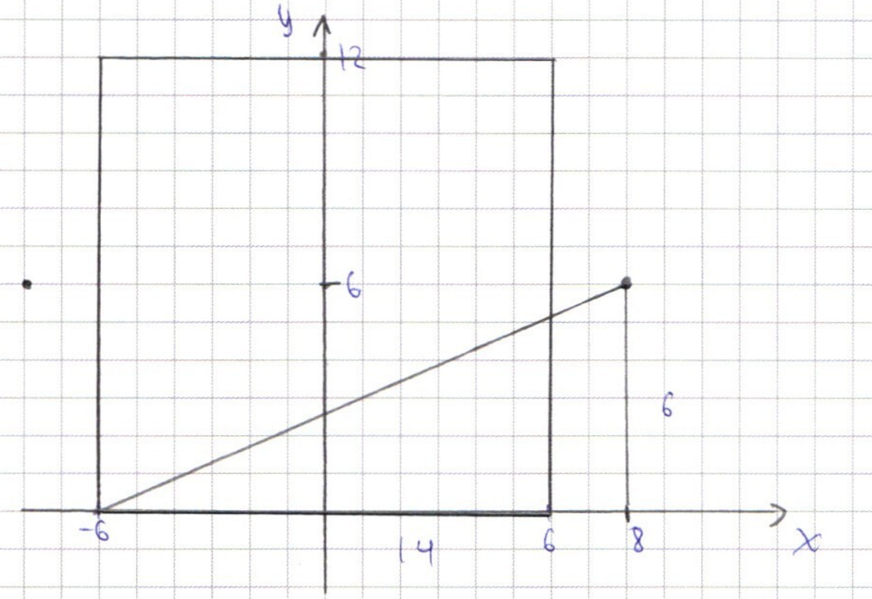
$x+6-y+6-x-y = 12$

$y = 0$, Тогда $x \in (-6; 6)$

Изобразим множество всех точек, удовлетворяющих данному уравнению

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Рассмотрим второе равенство: $(|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a$
На координатной плоскости оно представляет собой окружность с радиусом $\sqrt{a}$. Очевидно что при $a<0$ решений нет.
Чтобы решения у второго уравнения совпадали с первыми, $y \neq 0$.

Пусть $x \geq 0$, тогда ~~окруж~~ центр окружности в точке $(8;6)$, и ~~система имеет 2 решения~~ окружность имеет 2 пересечения с исходным квадратом когда радиус равен от 2 до 14, а также если
$(\sqrt{a})^2 = 14^2+\cancel{3}6^2 = 196+36 = 232$, $a=232$
Тогда $a \in (4;196) \cup \{232\}$

~~Если $x<0$, то~~ Но поскольку рассматривается случай $x \geq 0$, $a \in (4;64]$

Если $x<0$, то ~~окружност~~ центр окружности имеет координаты $(-8;6)$. Очевидно, что такой случай симметричен, $a \in (4;64]$

~~Ответ: $a \in$~~ Тогда при $a \in (4;64]$ каждая окружность имеет по 2 пересечения с исходным квадратом. Поскольку окружности симметричны относительно оси ординат, можно ~~считать~~ утверждать, что система имеет 2 решения только ~~в a~~ при $a=4$. ~~и при $a=$~~

Ответ: $a=4$.

№1

$700=2^2\cdot5^2\cdot7$

Очевидно, что в числе должна быть одна цифра 7, 2 цифры 5, ~~иначе~~, т.к. ни одна из ~~остальных~~ других цифр не делится на 5 или 7, а цифры 0 в числе быть не должно, т.к. тогда произведение цифр равно 0.

Цифр 3, 6, 8 и 9 также быть не может, т.к. они не являются делителями 700.

Значит число состоит из цифр 1, 2, 5, 7 и 4, причём в числе не может быть более 2 цифр 5 или более одной ~~фо~~ цифры 7, т.к. число 700 не делится на 5 и 7 в больших степенях. Значит в числе обязательно есть одна цифра 7 и 2 цифры 5. Далее, чтобы число произведение делилось на 2^2, должна быть одна цифра 4 или 2 цифры 2.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Остальные цифры могут быть только 1.

Тогда есть 2 варианта:

1) В числе 2 цифры 5, одна цифра 7 и 2 цифры 2, остальные цифры 1.

Количество способов ~~выбрать~~ поставить 7 равно 8,

Количество способов поставить 2 цифры 5 на оставшиеся позиции равно $\cancel{\frac{7\cdot 6}{2}}$ $C_7^2 = \frac{7!}{5!2!} = \frac{6\cdot 7}{2} = 3\cdot 7 = 21$

Количество способов поставить 2 цифры 2 на оставшиеся позиции равно $C_5^2 = \frac{5!}{2!3!} = \frac{4\cdot 5}{2} = 2\cdot 5 = 10$

Остальные цифры – 1.

Тогда общее количество таких чисел: $8\cdot 21\cdot 10 = 1680$

2) В числе 2 цифры 5, одна цифра 7 и одна цифра 4, остальные цифры 1.

Аналогично для 7 – 8 вариантов, для 5 – 21 вариант

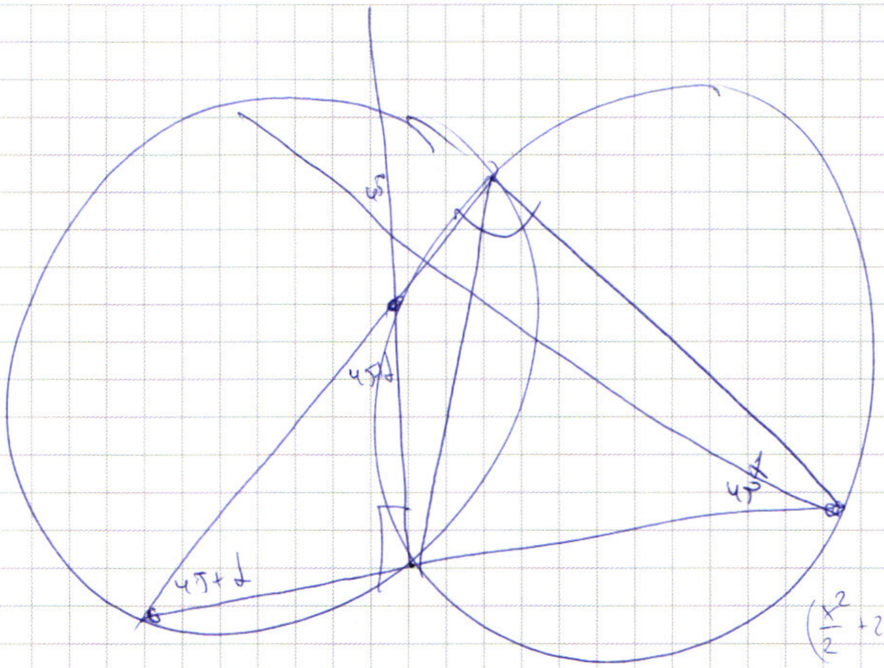
Для 4 – 5 вариантов, т.к. осталось 5 позиций.

Таких чисел $8\cdot 21\cdot 5 = 840$

Тогда всего таких чисел $1680 + 840 = 2520$

Ответ: 2520 чисел.

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)



$\left(\frac{x}{\sqrt2}+3\sqrt2\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24$

$x^3-4x+80\geq0$

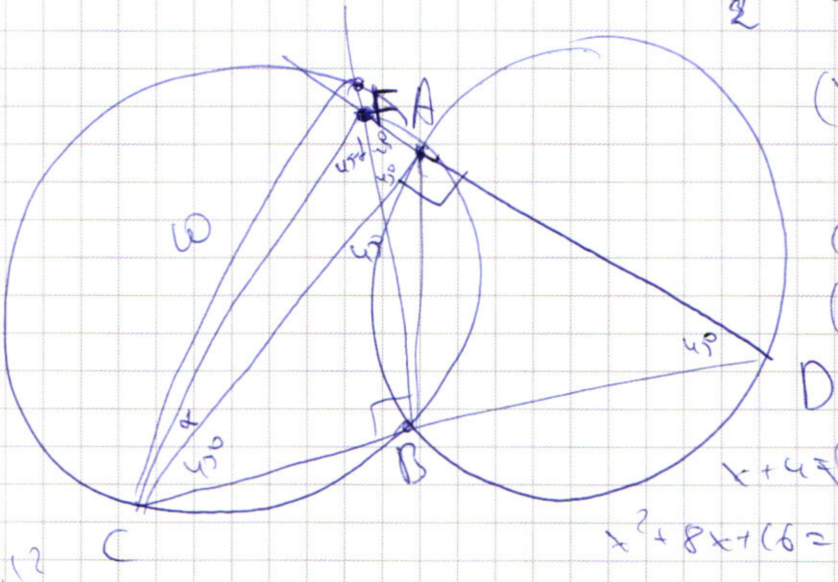
$\frac{x}{\sqrt2}\geq -3\sqrt2$

$x\geq-6$

$\left(\frac{x^2}{2}+6+18\right)(x^3-4x+80)=x^4+100x^2+24^2+$
$+20x^3+48x^2+240x$

$\left(\frac{x^2}{2}+24\right)(x^3-4x+80)=x^4+10x^3+148x^2+240x+24^2$

$\frac{x^5}{2}-2x^3+40x^2+24x^3-24\cdot4x+24\cdot80$



$(x+6)\sqrt{x^3-4x+80}=\sqrt2(x^2+10x+24)$

~~$x^2+10x+25$~~

$(x+5)^2-1$

$(x+4)(x+6)=(x+6)\sqrt{x^3-4x+80}$

$x=-6$ сиш

$x+4=\sqrt{x^3-4x+80}$

$x^2+8x+16=x^3-4x+80$

$\frac{\times{12}\atop{4}}{48}$ $x^3-x^2-12x+64=0$ ~~$(x+4)(x^2+4x+16)-x(x+1)$~~

$64-16-12\cdot4+64$ ~~$x(x^2-2x+1)+x^2-13x+64=0$~~

~~$128-16-48$~~

$x^2-16x+64+x^3+4x-2x^2=0$

$\frac{-{80}\atop{16}}{64}$ $\frac{-{64}\atop{48}}{16}$

$x^3-x^2+16-12(x-4)=0$

$x^3-(x-4)(x+4)-12(x-4)=0$

~~$(x-4)$~~ $x^3-(x-4)(x+16)=0$

$x^3=(x-4)(x+16)$

$(x+6-5)(x+6+5)$

$x^2+8x+16=x^3-4x+80$

$x^3=(x+6)^2-25$

$x^3-x^2-12x+64=0$ ~~$(x+4)^3=$~~ ~~x^2+2~~ $(x^2+8x+16)(x+4)=$

~~x^3-3x^2~~

$=x^3+8x^2+16x+4x^2+12x+64$

$x^3+12x^2+28x+64$

$x^3+12x^2+28x+64-13x^2-40x=0$

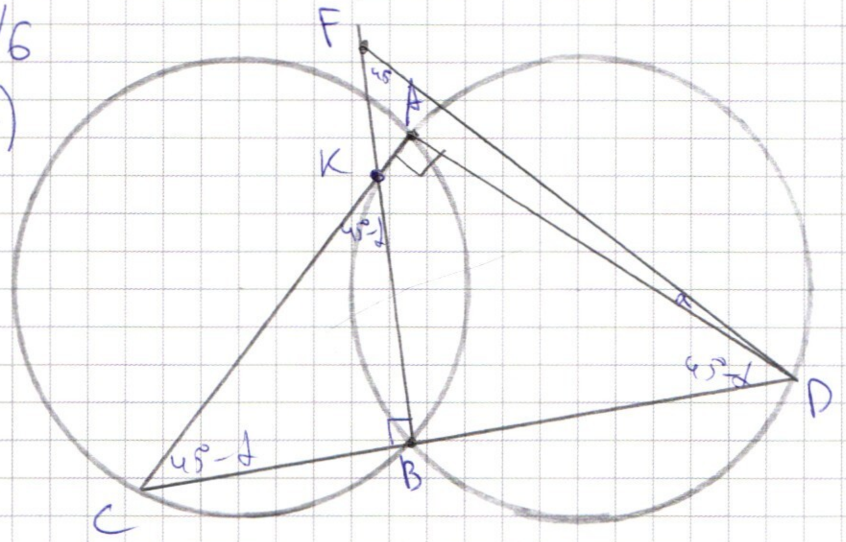
$(x+4)^3=x(13x-40)$

$(x-2)^3=x^3-6x^2+12x-8$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6

а)



$BF = BD$

$\angle CAD = 90°$

$\angle CBF = 90°$

$R = 5$

$CF - ?$

$FB = BD \Rightarrow \triangle FDB$ − равноб. $\Rightarrow \angle FDB = \angle BFD = 45°$

Пусть $\angle FDA = \alpha$, тогда $\angle ADB = 45° - \alpha$

$BKAD$ − вписанный $\Rightarrow \angle CKF = \angle ADB = 45° - \alpha$, K лежит на окружности, описанной вокруг $\triangle ADB$. (Поскольку $\angle KAD + \angle KBD = 90°$)

$K \in AC$, радиусы окружностей равны $\Rightarrow \angle ACB = \angle ADB$ (как вписанные), $\overset{\frown}{AB}$ − общая дуга $\Rightarrow \angle ACD = 45° - \alpha$

$\triangle CKB$: $\angle KCB + \angle CKB = 45° - \alpha + 45° - \alpha = 90° \Rightarrow \alpha = 0$.

Значит $A \in FD$., $\angle BCA = \angle BFA \Rightarrow CBAF$ − вписанный

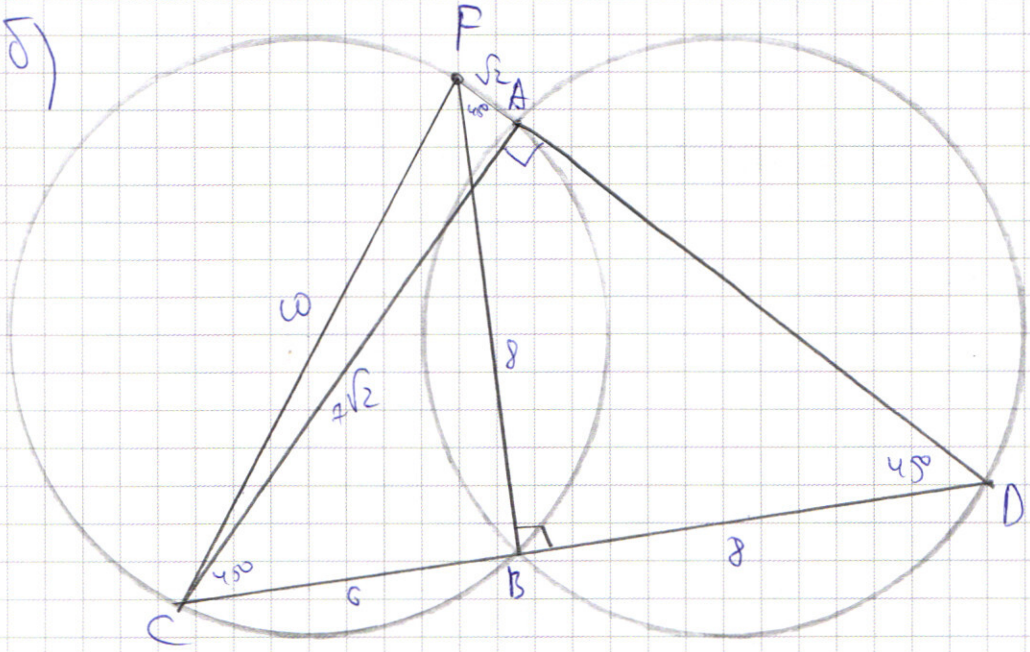
Значит F лежит на окружности, описанной вокруг $\triangle ABC$

$\angle CBF = 90° \Rightarrow CF$ − диаметр $\Rightarrow CF = 2R = 10$.

б)

№6

б)



$\dfrac{BC=6}{S_{\triangle ACF}-?}$

$CF=10,\ BC=6,\ \angle CBF=90^\circ \Rightarrow CF^2=BC^2+FB^2$ (по теореме Пифагора)

$100=36+FB^2 \qquad FB=8$

$BF=BD=8$ ($\triangle FBD$ – равнобедр.)

$\angle ADC=45^\circ \Rightarrow \angle ACD=45^\circ \Rightarrow \triangle CAD$ – равнобедр.

$CA^2+AD^2=CD^2$ (по теореме Пифагора)

$2CA^2=CD^2=(6+8)^2=14^2=196$

$CA^2=98 \qquad CA=7\sqrt2$

$\triangle CFA$ – прямоуг. $\Rightarrow FA^2+CA^2=FC^2$ (по теореме Пифагора)

$FA^2=FC^2-CA^2=100-98=2, \quad FA=\sqrt2$

$S_{ACF}=\frac12\cdot FA\cdot CA=\frac12\cdot\sqrt2\cdot7\sqrt2=\frac12\cdot7\cdot\cancel{2}2=7$

Ответ: $S_{ACF}=7$.

№3 $\left(\frac{x}{\sqrt2}+3\sqrt2\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24=x^2+10x+25-1=(x+5)^2-1=(x+4)(x+6)$

$(x+6)\sqrt{x^3-4x+80}=\sqrt2(x+4)(x+6) \qquad x\geq-6,\ x^3-4x+80\geq0,$

Если $x\neq-6$, то $\sqrt2(x+4)=\sqrt{x^3-4x+80} \qquad 2x^2+16x+32=x^3-4x+80$

$x^3-2x^2-20x+48=0 \quad (x-2)^3+4x^2-32x+56=0 \quad (x-2)(x^2-4x+4)+4(x^2-4x+4)-16x+40=0$

$(x+2)(x^2-4x+4)-16x+40=0 \quad x^3-8-16x+40=0 \quad x^3-16x+32=0$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$S = b_1 + b_1q + b_1q^2 + \ldots + b_1q^{n-1} = b_1(1+q+q^2+\ldots+q^{n-1}) = \frac{b_1(1-q)(1+q+q^2+\ldots+q^{n-1})}{1-q} = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$

$\frac{b_1(1-q^n)}{1-q} = S$

$b_3 \quad b_6 \quad b_9$

$b_1q^2 \quad b_1q^5 \quad b_1q^8$

$S = \frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q} \quad 10 \cdot \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1} = \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q^3-1} + \frac{b_1q(q^{3000}-1)}{q^3-1} + \frac{50b_1q^2(q^{3000}-1)}{q^3-1}$

$b_1 \quad b_1q^3 \quad b_1q^6 \ldots b_1q^{1998}$

$b_1 \quad q = q^3 \quad$ 1000 чисел

$S_2 = \frac{b_1q(1-q^{3000})}{1-q^3}$ $\quad 1+q^2 \quad \frac{89+12\sqrt{10}}{80}$ $\quad S_1 = \frac{b_1(1-q^{3000})}{1-q^3}$

$S_3 = \frac{b_1q^2(1-q^{3000})}{1-q^3}$

$10S = \frac{b_1\cancel{(1-q^{3000})}}{1-q^3} + \frac{b_1q\cancel{(1-q^{3000})}}{1-q^3} + \frac{50b_1q^2\cancel{(1-q^{3000})}}{1-q^3}$

$\frac{80}{}$

$81+$

$\frac{10b_1\cancel{(1-q^{3000})}}{1-q}$

$16 \times 9 = 1440$

$\frac{10b_1}{1-q} = \frac{b_1 + b_1q + 50b_1q^2}{1-q^3} \quad 10b_1 = \frac{b_1}{1+q+q^2}(1+q+50q^2)$

$12\sqrt{10}$

$10b_1 =$

$\frac{80}{89+12\sqrt{10}}$

$10 = \frac{1+q+50q^2}{1+q+q^2} \quad 10+10q+10q^2 = 1+q+50q^2$

$40q^2 - 9q - 9 = 0 \quad D = 81+$

$40 \cdot$

$A = \frac{q^2+1}{q^2+1} \ldots \frac{q}{q+1}$ $\quad 360 \times 4 = 1440$

$12^2 \cdot 10$

$\frac{10}{q+1} = \frac{1}{q^3-1} + \frac{q}{q^3-1} + \frac{50q^2}{q^3-1}$

$\frac{A}{q-1} = \frac{1}{q^2-1} + \frac{2q}{q^2-1}$

$b_1 \quad b_1q^2 \quad b_1q^4 \ldots$

$\frac{b_1(q^{3000}-1)}{q^2-1} + \frac{b_1q(q^{3000}-1)}{q^2-1} =$

$= A \cdot \frac{b_1(q^{3000}-1)}{q-1}$ $\quad 89 \times 2 = 178$

$\frac{1}{q^2-1} + \frac{q}{q^2-1} = \frac{A}{q-1}$

$\frac{1+q}{q+1} = A$

$\frac{89+12\sqrt{10}}{80}$

$\frac{10}{q^2+q+1} = \frac{1+q+50q^2}{q^2+q+1}$

$10q^2+10q+10 = 1+q+50q^2$

$40q^2 - 9q - 9 = 0$

$\frac{178+24\sqrt{10}-80}{89+12\sqrt{10}}$ $\quad \frac{98+24\sqrt{10}}{89+12\sqrt{10}}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geq 0$ $\quad$ $\cancel{x(x^2-4x+4)}+4x$

$\cancel{2+1-4+3+4}$ $\quad$ $\cancel{16\cdot 2+4-8+4}$ $\quad$ $(x+4)(x^2-4x+16)-16x-32$
$-16(x+2)$

$x^2-4x+4+2x^4-3x^2|x-2|$ $\quad$ $x^3+8-16x+24$ $\quad$ 8

$(x-2)^2-3x^2|x-2|+\cancel{\left(\frac{3}{2}x^4\right)}$ $\quad$ $\frac{9}{4}x^4$ $\quad$ $2x^4+\frac{x^4}{4}-\frac{x^4}{4}\geq 0$

$\left(|x-2|-\frac{3}{2}x^2\right)^2-\frac{x^4}{4}\geq 0$

$\left(|x-2|-\frac{3}{2}x^2-\frac{x^2}{2}\right)\left(|x-2|-\frac{3}{2}x^2+\frac{x^2}{2}\right)\geq 0$

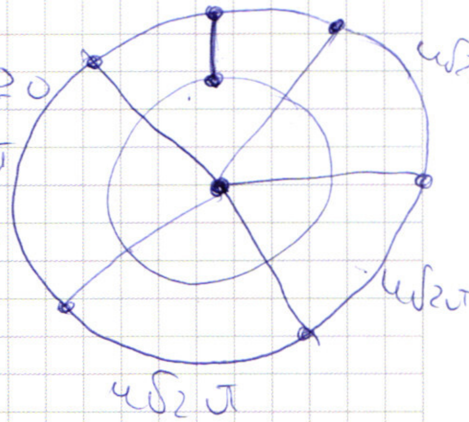
$\left(|x-2|-2x^2\right)\left(|x-2|-x^2\right)\geq 0$

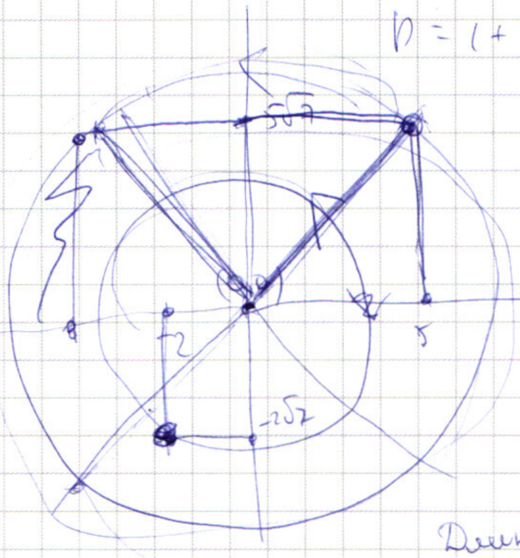
~~Если~~ $\cancel{x<2}$, то $\quad$ $\cancel{(2-x-2x^2)(2-x-x^2)\geq 0}$

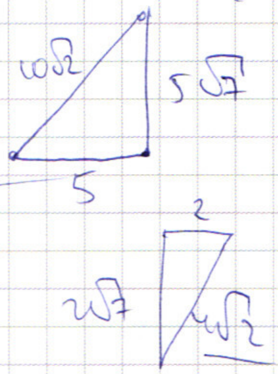
$\left(2x^2-|x-2|\right)\left(x^2-|x-2|\right)\geq 0$

Если $x\geq 2$, то $\quad$ $(2x^2-x+2)(x^2-x+2)\geq 0$
$D=1-16<0$ $\quad$ $D=1-8<0$

Если $x<2$, то $\quad$ $(2x^2+x-2)(x^2+x-2)\geq 0$
$D=1+16=17$ $\quad$ $D=1+8=9$ $\quad$ $x^3+27-16x+6$
$\cancel{(x+3)(x^2-3x+9)-2}$







$25+25\cdot 7=25\cdot 8$

$10\sqrt{2}$

$4+4\cdot 7=4\cdot 8=32$

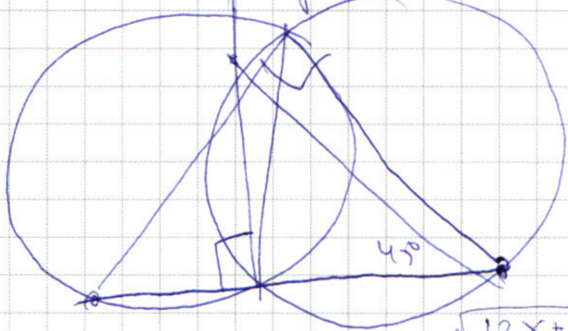
$4\sqrt{2}$

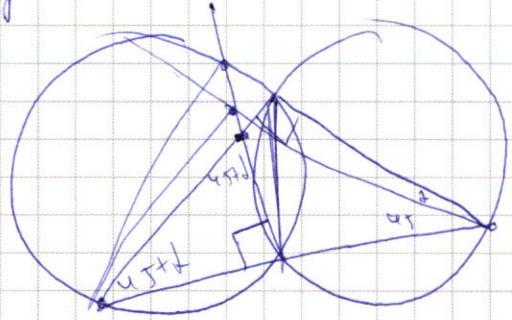
Длина меньшей окр – $2\pi\cdot 4\sqrt{2}=8\sqrt{2}\pi$

Длина большей окр – $2\pi\cdot 10\sqrt{2}=20\sqrt{2}\pi$

паук – $20\sqrt{2}\pi$ $\quad$ водомерка – $40\sqrt{2}\pi$

1 окр $\quad$ 5 окр



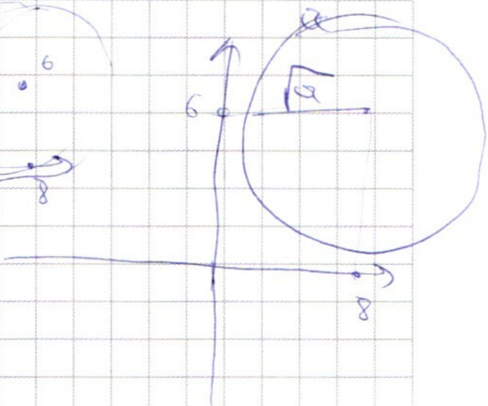


$\sqrt{12x+48}=\sqrt{2}(x+4)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |y-6-x|+|y-6+x|=12 \\ (|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a \end{cases}$$

$(98+24\sqrt{10})(89-12\sqrt{10})$



Если Если $y-x\geq 6$, $y+x\geq 6$

$y\geq 6$

$y-6-x+y-6+x=12$

$2y=24$ $\boxed{y=12}$

$6-x\geq 0$ $6+x\geq 0$

$x\leq 6$ $x\geq -6$

$x\leq 6$

$x\in[-6;6]$
$y=12$

$89 \times 89 = 801$, 712, 7921

$7921-1440=6481$

Если $y-x\geq 6$, $y+x<6$

$y-x>y+x$

$x<0$

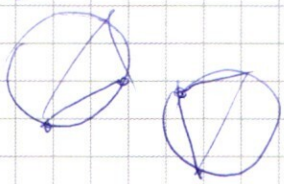
$y-6-x-y+6-x=12$

$-2x=12$

$\boxed{x=-6}$ ~~$y-12\geq 0$~~ $y\geq 0$ $y-12<0$

$y\geq 0$ $y<12$

$y\in[0;12]$
$x=-6$



Если $y-x<6$, $y+x\geq 6$, то

$x+6-y+y-6+x=12$

$x=6$ $y-12<0$ $y\geq 0$

$y\in[0;12)$
$x=6$

$98\times 89 = 882$, 784

$24\times 12 = 48$, 24, 288

Если $y-x<6$, $y+x<6$, то

$x+6-y+6-x-y=12$

$-2y=0$ $y=0$ $-6-x<0$ $x-6<0$

$x>-6$ $x<6$

$y=0$
$x\in(-6;6)$

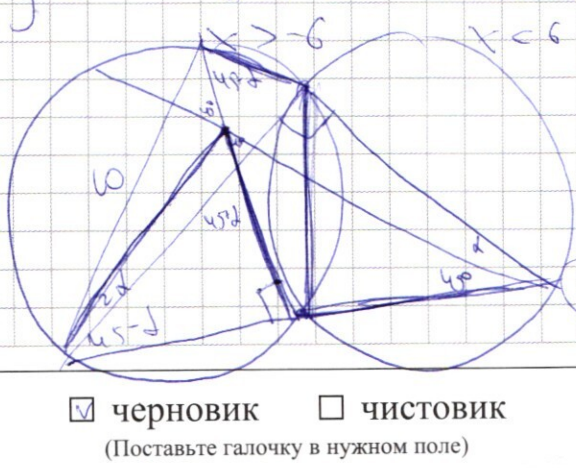
2722, 288

$-98\cdot 12\sqrt{10}+89\cdot 24\sqrt{10}-12\cdot 24\cdot 10$

$\sqrt{10}(89\cdot 24-98\cdot 12$

$a\geq 0$

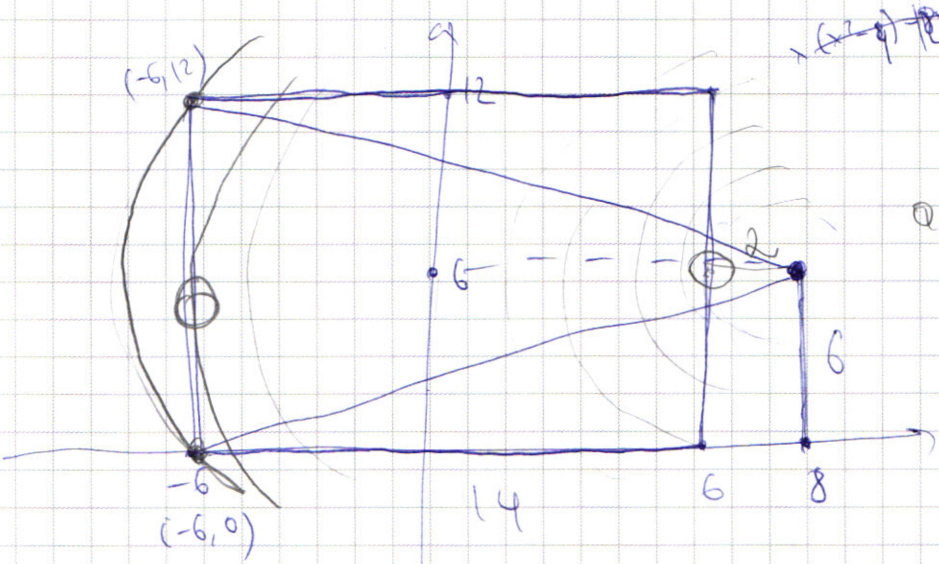
Если



$178\cdot 12-98\cdot 12$

$80\cdot 12$

$\sqrt{10}\cdot 80\cdot 12$



$x(x^2-8)=8x+32$

$\times\frac{21}{8}$ 1680

$a\in(4;196)\cup(196;\sqrt{232})$

$C_4^2=\frac{4!}{2!2!}=2\cdot3\cdot4$

$C_7^2=\frac{7!}{5!2!}$

14^2+36 $196+36$ $200+32$ 232

$\times\frac{21}{40}$ 840

$+\frac{1680}{840}$ 2520

$\left(\frac{x}{\sqrt2}+3\sqrt2\right)\sqrt{x^3+4x+80}=x^2+10x+24$

$\boxed{x^3-4x+80\geq0}$

~~64 128 256 1024~~

$x(x^2-4)\geq-80$

$x(x-2)(x+2)\geq-80$

$(x^2-4x+4)(x+2)-16x+40$

$x^3-8-16x+40$

$x^3-16x+32=0$

700	2
350	2
175	5
35	5
7	7

$2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot7$

Одна цифра 7

2 цифры 2, 2 цифры 5

или

1 цифра 4, 2 цифры 5

~~1 цифра 2, 08~~

$x^3-2x^2-20x+48 \,|\, x^2-6x+9$

x^3-6x^2+9x ; $x+4$

$4x^2-29x+48$

$4x^2-24x+36$

$-5x+12$

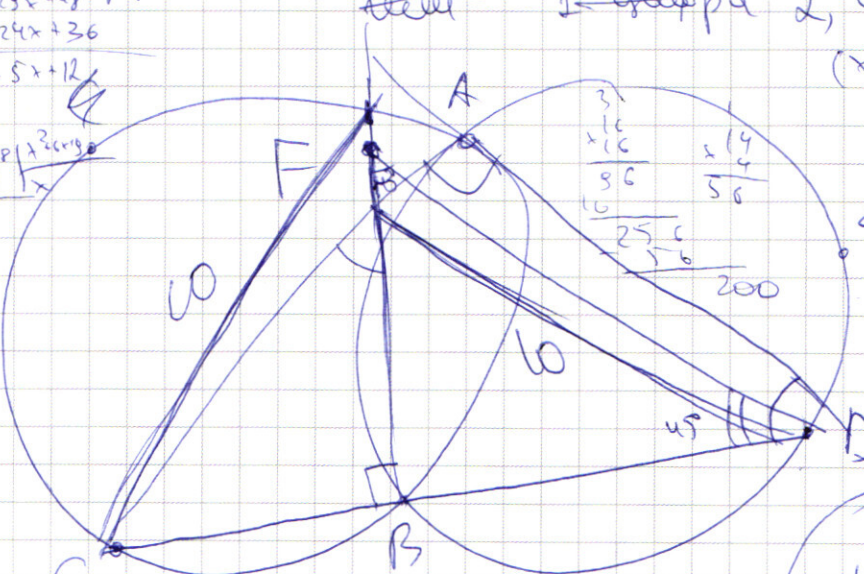
$(x-2)^3=(x-2)(x^2-4x+4)$

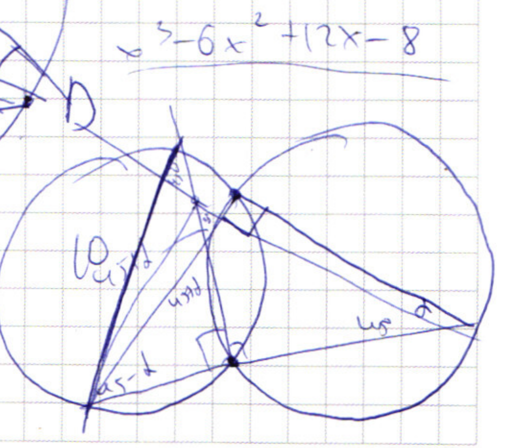
$\times\frac{16}{16}$ 96 16 256 ; $\times\frac{14}{4}$ 56 ; 200

CF - ?

~~$x^3-4x^2+4x-2x^2+8x-8$~~

$x^3-6x^2+12x-8$





$x^3-x^2-12x+64=0$

$(x-2)^3+4x^2-32x+56$

$4(x^2-16x-14)$

x^2-4x+4

$4x^2-8x+56$ ~~$4(x^2-2x+14)$~~ $4(x^2-4x+4)$ $-16x+40$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$x^3-x^2-12x+64=0$

$x(x^2-\cancel{10}x+\cancel{25})+9x^2-37x+64=0$

$x^3-16x-x^2+4x+64=0$

$x(x^2-16)-x(x-4)+64=0$

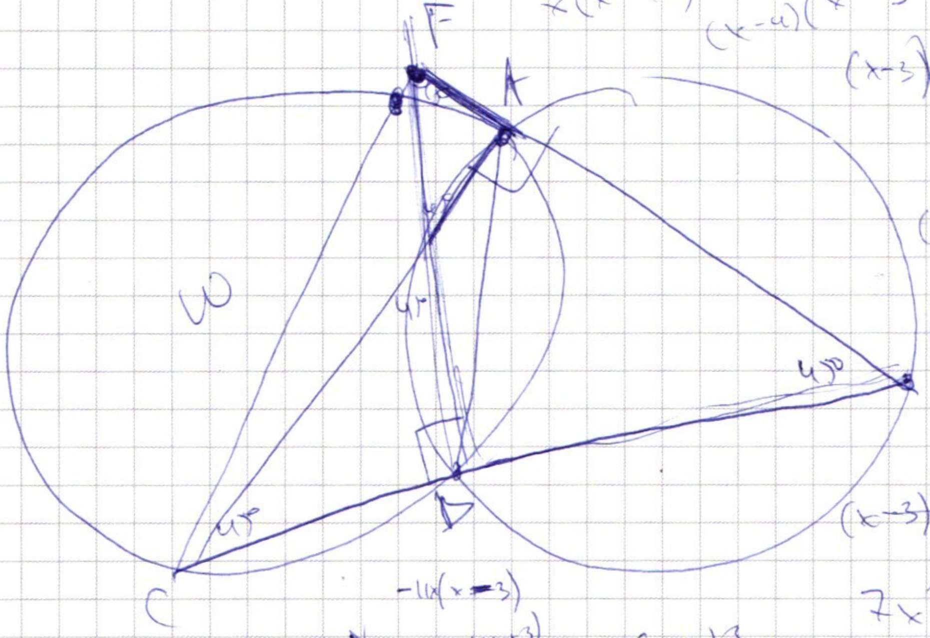
$(x-4)(x^2+3x)+64=0$

$(x-3)^3+7x^2-48x+21=0$

$(x-3)(x^2-6x+9)+7(x^2-6x+9)$

$+5x-42=0$

$(x^2-6x+9)(x+4)+5x-42=0$



$(x-3)(x^2-6x+9)+$

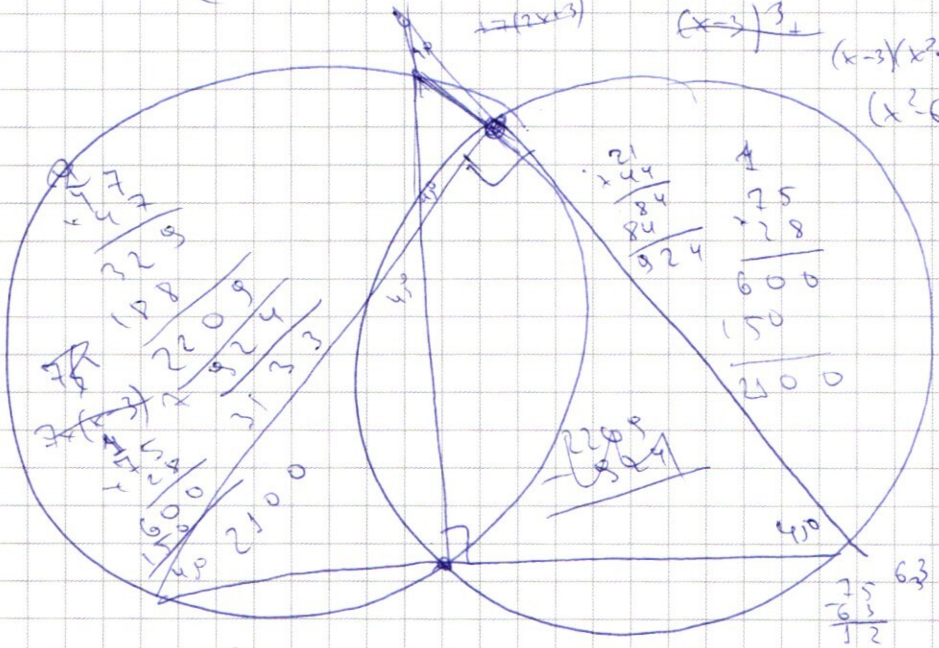
48^2-7

$7x^2$

$-11x(x-3)$

$(x-3)(x^2-6x+9)+7(x^2-6x+9)+-6x+42$

$(x^2-6x+9)(x+4)-6(x-7)=0$



$48 \times 48 = 2304$

$21 \times 28 = 588$

$1716 \mid 3$; $572 \mid 2$; $286 \mid 2$; 143

$(x-3)^3=(x-3)(x^2-6x+9)=x^3-6x^2+9x-3x^2+18x-27$

$x^3-9x^2+27x-27$

$(x-3)^3+7x^2-47x+75$

$7(x^2-6x+9)-5x+12$

$(x+3)^3-11x^2-47x+21=0$

$-11x(x+3)-14x+21$

$-11(x^2+6x+9)$

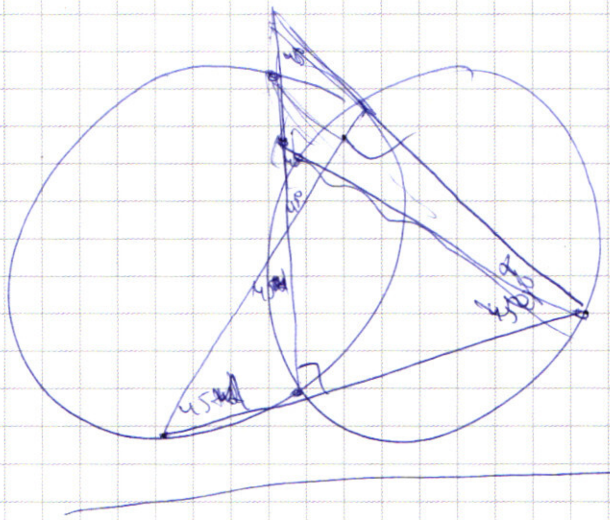
$(x+3)(x^2-6x+9)$

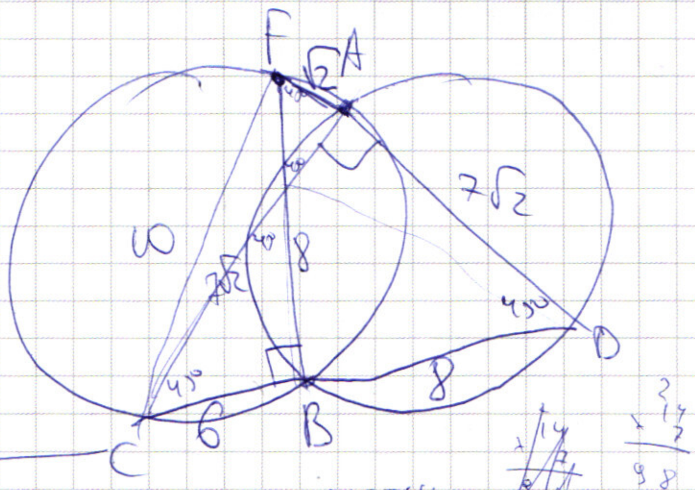
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)





$6+8=14$

$2a^2=196 \quad a^2=98$

$a=7\sqrt{2}$

$\cancel{100-49\cdot 2=100}$

$\sqrt{2}\cdot 7\sqrt{2}\cdot\frac{1}{2}=7$

$x^3-x^2-12x+64=0 \qquad 64-16x+x^2-2x^2+4x+x^3$

$x^2-16x+64+x^3-2x^2+4x=0$

$(x-8)^2+x(x^2-2x+4)=0 \qquad (x-8)^2+x(x-1)^2-3x=0$

$(x-8)^2+x(x^2-4x+4)+2x^2=0$

$(x-8)^2+2x^2+x(x-2)^2=0$

$\cancel{x^2-12x+} \quad -x^2-12x-36+x^3+100=0$

$x^3+100-(x+6)^2=0$

$x^3+(10-x-6)(10+x+6)=0$

$x^3+(x+16)(4-x)=0$

$x^2+10x+24 \qquad D=100-96=4$

$x=\frac{-10\pm2}{2}=-5\pm1=-6/-4$

$\sqrt{2}(x+4)(x+6)=(x+6)\sqrt{x^3+4x+80}$

$2x^2+16x+32=x^3-4x+80$

$x^3-2x^2-20x+48=0$

$\cancel{1-2-20} \qquad \cancel{8-8}$

$\cancel{8-8} \qquad \cancel{-8-8+20} \qquad \cancel{x}$

$\cancel{-2(x^2+10x+25)+x^3+98}$

$x(x^2-2x+1)-21x+48=0 \qquad 27-18-60+48 \quad -21x \quad -2$

$(x-3)^3=x^3-9x^2+27x+27 \qquad (x-3)^3+7x^2-48x+21=0$

$7x(x-3)-27x+21=0$

$(x-3)^3+7x^2-47x+21=0$

$(x-3)7x-3(9x-7)=0$

$(x-3)^3+7(x^2-x+3)=0$

$(x-3)(x^2-6x+9+7x)-3(9x-7)=0 \qquad (x-3)(x^2+x+9)-3(9x-7)=0$