

# МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

## ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

### 10 класс

ВАРИАНТ 12

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб  
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [5 баллов] Бросили 90 правильных игральных костей (кубиков с цифрами от 1 до 6 на гранях; вероятность выпадения каждой из граней одна и та же) и посчитали сумму выпавших цифр. Какая из вероятностей больше: того, что эта сумма не меньше 500, или того, что эта сумма меньше 130?
2. [4 балла] Дана конечная арифметическая прогрессия  $a_1, a_2, \dots, a_n$  с положительной разностью, причём сумма всех её членов равна  $S$ , а  $a_1 > 0$ . Известно, что если разность прогрессии увеличить в 4 раза, а её первый член оставить неизменным, то сумма  $S$  увеличится в 3 раза. А во сколько раз увеличится  $S$ , если разность исходной прогрессии увеличить в 2 раза (оставив первый член неизменным)?
3. [4 балла] Решите неравенство  $(\sqrt{x^3 + x - 90} + 7) |x^3 - 10x^2 + 31x - 28| \leq 0$ .
4. [5 баллов] Решите уравнение  $5x^4 + x^2 + 8x - 6x^2|x + 4| + 16 = 0$ .
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке  $(0; 0)$ . В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках  $M_0(-1; 2\sqrt{2})$  и  $N_0(-2; 4\sqrt{2})$  соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет наибольшим.
6. [5 баллов] а) Две параллельные прямые  $\ell_1$  и  $\ell_2$  касаются окружности  $\omega_1$  с центром  $O_1$  в точках  $A$  и  $B$  соответственно. Окружность  $\omega_2$  с центром  $O_2$  касается прямой  $\ell_1$  в точке  $D$ , пересекает прямую  $\ell_2$  в точках  $B$  и  $E$  и пересекает вторично окружность  $\omega_1$  в точке  $C$  (при этом точка  $O_2$  лежит между прямыми  $\ell_1$  и  $\ell_2$ ). Известно, что отношение площади четырёхугольника  $BO_1CO_2$  к площади треугольника  $O_2BE$  равно  $\frac{4}{3}$ . Найдите отношение радиусов окружностей  $\omega_2$  и  $\omega_1$ .  
б) Найдите эти радиусы, если дополнительно известно, что  $BD = 2$ .
7. [7 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x - a)^2 + y^2 = 64, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = 289 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

Рассмотрим модель случай, когда сумма кубиков  
будет меньше 730:

$$S_1 = a_1 + a_2 + \dots + a_{90} \quad \text{где } S_1 \text{ это сумма исхода } n \text{ кубиков,}$$

$$S_1 < 730 \quad a_i \text{ это число выпавшее на кубике}$$

Теперь рассмотрим вариант

$$S_2 = b_1 + b_2 + \dots + b_{90} \quad \text{где } S_2 \text{ сумма кубиков}$$

$$b_i \text{ это число выпавшее на}$$

$$\text{кубике, так что } b_i = 7 - a_i;$$

(так как  $6 > a_i \geq 1 \Rightarrow b_i \leq 6$ ;  $b_i \geq 1$ )

$$S_2 = 7 - a_1 + \dots + 7 - a_{90} = 7 \cdot 90 - a_1 - a_2 - \dots - a_{90} = 630 - S_1 > 500$$

Так как для любого случая выпадения кубиков  
при  $S < 730$  будет соответствовать ровно один случай  
для  $S > 500$ , и наоборот для любого случая  $S > 500$   
будет соответствовать ровно один случай для  $S < 730 \Rightarrow$   
количество случаев при  $S < 730$  такое же что и  
при  $S > 500$ , так же каждый случай равновероятен  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  вероятности равны

№ 2

Пусть  $k_i$  - это разность, тогда  $a_i = a_1 + k_i(i-1)$

$$S_1 = a_1 + a_2 + \dots + a_n = na_1 + k_1(0+1+2+\dots+n-1) = na_1 + k_1 \frac{n(n-1)}{2}$$

№ 2 продолжение

Пусть  $k_2$  это разность при этом  $k_2 = 4k_1$

$$\begin{aligned} 3 S_1 = S_2 &= b_1 + \dots + b_n = \\ &= n b_1 + k_2 \frac{n(n-1)}{2} = \\ &= n a_1 + 4 k_1 \frac{n(n-1)}{2} \end{aligned}$$

$$b_i = a_1 + k_2(i-1) \quad b_i = k_2(i-1) + a_1$$

при этом это арифметическая последовательность это тоже последовательность то и первая но с увеличенным разностью  $\Rightarrow$  количество элементов то же и  $b_1 = a_1$

$$\begin{cases} S_1 = n a_1 + k_1 \frac{n(n-1)}{2} \\ 3 S_1 = n a_1 + 4 k_1 \frac{n(n-1)}{2} \end{cases}$$

$$2 S_1 = 4 k_1 \frac{n(n-1)}{2} - k_1 \frac{n(n-1)}{2} = 3 k_1 \frac{n(n-1)}{2}$$

$$k_1 \frac{n(n-1)}{2} = \frac{2}{3} S_1$$

Теперь увеличим разность в 2 раза и получим последовательность  $c_1 \dots c_n$   $c_i = c_1 + k_3(i-1)$   
 $k_3 = 2 k_1$  и  $c_1 = a_1$

$$S_3 = c_1 + c_2 + \dots + c_n = n c_1 + k_3 \frac{n(n-1)}{2} = n a_1 + 2 k_1 \frac{n(n-1)}{2} =$$

$$(n a_1 + k_1 \frac{n(n-1)}{2}) + k_1 \frac{n(n-1)}{2} = S + \frac{2}{3} S = \frac{5}{3} S$$

Ответ: в  $\frac{5}{3}$  раз

№ 3

$$(\sqrt{x^3+x-90}+7)|x^3-10x^2+37x-28| \leq 0$$

$$\text{Но } \sqrt{x^3+x-90} \geq 0; \text{ так же } |x^3-10x^2+37x-28| \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 \leq (\sqrt{x^3+x-90}+7)|x^3-10x^2+37x-28| \leq 0 \Rightarrow$$

$$(\sqrt{x^3+x-90}+7) \cdot |x^3-10x^2+37x-28| = 0 \quad \text{Но } \sqrt{x^3+x-90}+7 \geq 7 > 0$$

$$\Rightarrow |x^3-10x^2+37x-28| = 0 \Rightarrow$$

продолжение следует

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

✓ 3 предельные

$$x^3 - 70x^2 + 37x - 28 = 0$$

Предположим что  $x = 4$

$$x^3 - 70x^2 + 37x - 28 = 4^3 - 70 \cdot 4^2 + 37 \cdot 4 - 28 = 64 - 1120 + 148 - 28 = 0$$

$\Rightarrow$  один из корней  $x_1 = 4$

$$x^3 - 70x^2 + 37x - 28 = (x - 4)(x^2 - 6x + 7) = 0$$

Решим  $x^2 - 6x + 7$

$$D = 36 - 4 \cdot 7 = 8$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{8}}{2} = 3 \pm \sqrt{2} \Rightarrow (x^2 - 6x + 7) = (x - 3 - \sqrt{2})(x - 3 + \sqrt{2})$$

$$x^3 - 70x^2 + 37x - 28 = (x - 4)(x - 3 - \sqrt{2})(x - 3 + \sqrt{2}) = 0$$

Так как уравнение 3 степени  $\Rightarrow$  больше 3-х корней не может быть

Но мы не учли  $\sqrt{x^3 + x - 90} \Rightarrow x^3 + x - 90 \geq 0$

Проверим для каждого корня

1)  $x = 4$

$$x^3 + x - 90 = 4^3 + 4 - 90 = 64 + 4 - 90 = 68 - 90 = -22 < 0 \Rightarrow$$

противоречие

2)  $x = 3 - \sqrt{2}$

$$(3 - \sqrt{2})^3 + (3 - \sqrt{2}) - 90 = 27 - 4\sqrt{2} - 3 \cdot 3^2 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot 3 \cdot 2 + 3 - \sqrt{2} - 90 =$$

$$= 45 + 3 - 32\sqrt{2} - 90 = -32\sqrt{2} - 42 < 0 \text{ противоречие}$$

3)  $x = 3 + \sqrt{2}$

$$(3 + \sqrt{2})^3 + (3 + \sqrt{2}) - 90 = 27 + 4\sqrt{2} + 3 \cdot 3^2 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot 3 \cdot 2 + 3 + \sqrt{2} - 90 =$$

$$= 32\sqrt{2} - 42 > 0 \text{ предельное условие}$$

3 продолжение

$$32\sqrt{2} > 42$$

$$16\sqrt{2} > 21 \quad \text{так как оба слагаемых возводим в квадрат}$$

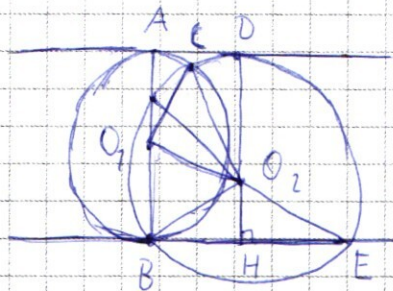
$$256 \cdot 2 > 441$$

$$512 > 441 \quad \text{это правда}$$

Значит у нас есть решение только при  $x = 3 + \sqrt{2}$

$$\text{Ответ: } 3 + \sqrt{2} = x$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



№ 6

Проведем из  $O_2$  перпендикуляр к  $l_2$

$O_2H$ ,  $H$  лежит на  $l_2$

$AD \parallel BH$ ,  $\angle ADO = 90^\circ$ ,  $\angle BHO_2 = 90^\circ \Rightarrow$

$O_2, H$  лежат на одной прямой,

$\angle AO_1 = 90^\circ$ ,  $\angle HBO_1 = 90^\circ \Rightarrow A, O_1, B$  лежат на одной прямой  $\Rightarrow$

$\Rightarrow AB \parallel HD \Rightarrow \triangle ADB$  прямоугольный треугольник

$\$ CO_2 = O_2B$ ,  $O_1C = O_1B$ ,  $O_1O_2$  общая  $\Rightarrow \triangle O_1CO_2 = \triangle O_1BO_2 \Rightarrow$

$S_{BO_1CO_2} = S_{O_1CO_2} + S_{O_1BO_2} = 2 S_{O_1BO_2} = O_1B \cdot h$  где  $h$  расстояние

от  $O_2$  до прямой  $O_1B$ ,  $\Rightarrow h =$  расстояние от  $H$  до пре-

мой  $O_1B$  так как  $(AB \parallel HD)$   $O_1B \parallel O_2H$ ,  $BH \perp BO_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow h = BH \Rightarrow S_{BO_1CO_2} = BH \cdot O_1B$

$S_{O_2BE} = \frac{1}{2} O_2H \cdot BE = O_2H \cdot BH$  так как  $BO_2 = O_2E \Rightarrow BO_2E$

равнобедренный  $\Rightarrow H$  середина  $BE$ .

$$\frac{4}{3} = \frac{S_{BO_1CO_2}}{S_{O_2BE}} = \frac{BH \cdot O_1B}{O_2H \cdot BH} = \frac{O_1B}{O_2H}$$

$O_1B = r_1$  где  $r_1$  радиус  $W_1$

$O_2H = DH - DO_2 = AB - DO_2 = 2r_1 - r_2$   $r_2$  радиус  $W_2$

$$\frac{4}{3} = \frac{O_1B}{O_2H} = \frac{r_1}{2r_1 - r_2}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{5}$$

мы нашли отношение

$$4(2r_1 - r_2) = 3r_1$$

$$8r_1 - 4r_2 = 3r_1$$

$$5r_1 = 4r_2$$

✓ 6 предметные ✓

$$\triangle BHO_2 \text{ прямоугольный} \Rightarrow BO_2^2 - O_2H^2 = BH^2$$

$$\triangle BHO \text{ прямоугольный} \Rightarrow BH^2 = BO^2 - OH^2 = BO^2 - AB^2 = BO^2 - 4r_1^2$$

$$r_2^2 - (2r_1 - r_2)^2 = BH^2 = BO^2 - 4r_1^2$$

$$r_2^2 - 4r_1^2 - r_2^2 + 4r_1r_2 - 4r_1^2 = BO^2$$

$$4r_1r_2 = BO^2 = 2^2 = 4$$

$$r_1r_2 = 1 \quad \text{так же} \quad 5r_1 = 4r_2 =$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r_1 \cdot \frac{4}{5}r_2 = 1 \\ r_2 \cdot \frac{5}{4}r_1 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_1 = \sqrt{\frac{4}{5}} \\ r_2 = \sqrt{\frac{5}{4}} \end{cases}$$

или найдем радиусы при  $BO=2$

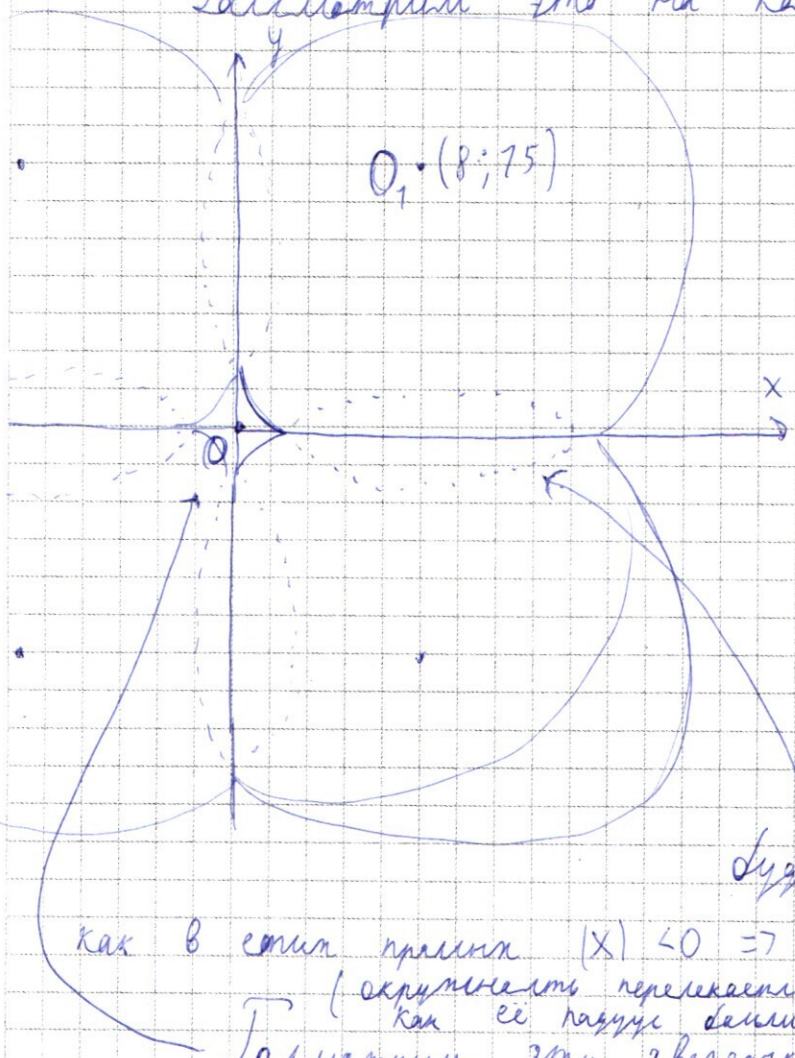
*См. рис.*

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 7

$$\begin{cases} (x-0)^2 + y^2 = 64 = 8^2 \\ ((x-8)^2 + (y-75)^2 = 289 = 17^2 \end{cases}$$

Рассмотрим это на координатной плоскости



Это примерный график  
для  $((x-8)^2 + (y-75)^2 = 289 = 17^2$

Это уравнение окружности  
то так как имеют  
 $|x|$  а не  $x$ , так же с  
 $y \Rightarrow$  этот график сим-  
метричен относительно осей  
 $x$  и оси  $y$   
 $\neq$  и проведение пунктирных  
линий окружности не

будут учитываться так

как в этом графике  $|x| < 0 \Rightarrow$  не мет.

(окружности пересекаются с осью  $x$  и  $y$  если  $x$  и  $y$  так  
как ее радиус больше чем координаты центра)

Рассмотрим эту звездочку поперечное, для  $x \geq 0$

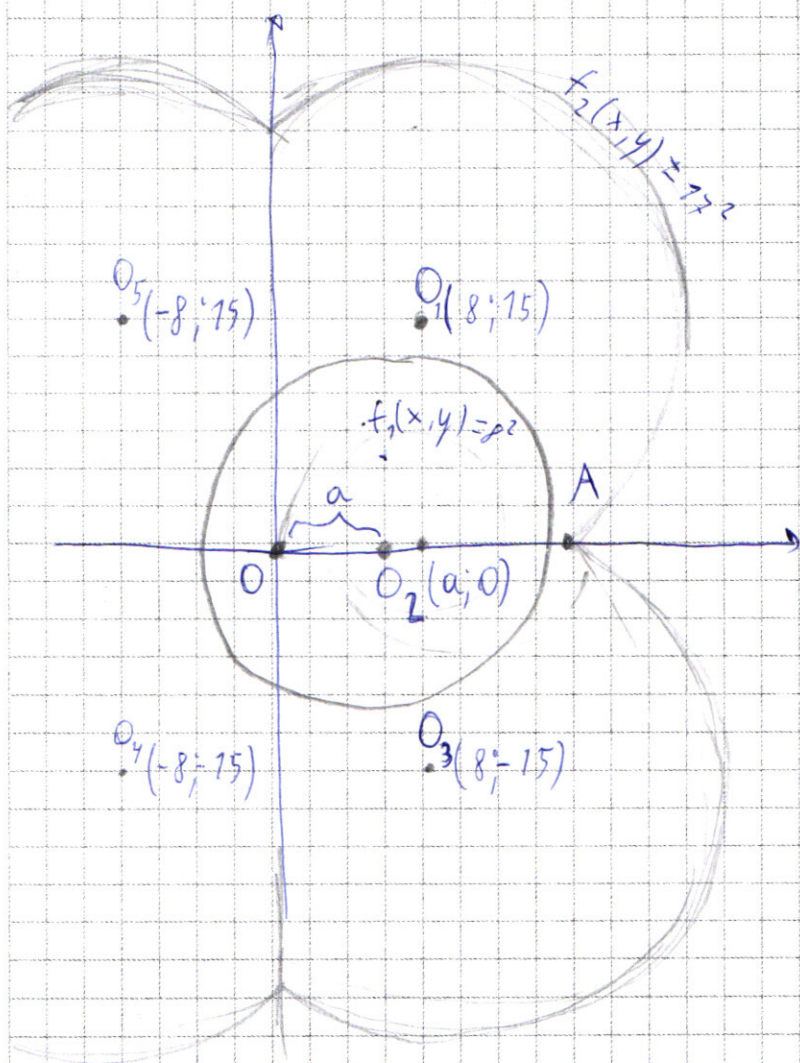
$y \geq 0$ , ~~то~~ ~~только~~ рассмотрим  $O_1, O$  и расстояние

$$8^2 + 75^2 = 64 + 5625 = 5689 = 75.4^2 \Rightarrow \text{только одна точка}$$

принадлежит этой звездочке, аналогично рассматриваем

при  $x \leq 0, y \geq 0$ ;  $x \leq 0, y \leq 0$ ;  $x \geq 0, y \leq 0$ ; и для

Каждого рассмотрев вариант понимаем что звезда-  
ке превратится только точка  $(0,0) \Rightarrow$  звезда  
превратится в точку



Пусть  $f_1(x,y) = (x-a)^2 + y^2$   
 $f_2(x,y) = (x-8)^2 + (y-15)^2$

Поскольку рисунок  
симметричен то  
если есть 2 решения  
для  $a \geq 0$  то и для  $-a$   
также будет решение  
с 2 решениями.

$(f_1(x,y) = 8^2$  также окру-  
жности)

Пусть  $a \geq 0$

$O_1 A = O_3 A$ ,  $O_1 A = O_1 O$ ,  
 $O_3 O = O_3 A$ ,  $\Rightarrow \triangle O_1 O O_3 =$   
 $= \triangle O_1 A O_3$ ,  $O_1 O_3 \perp$

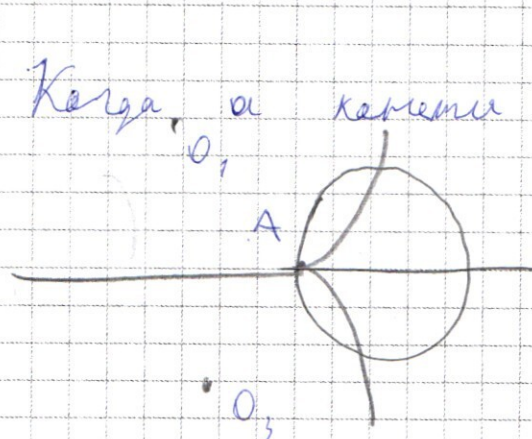
$OA$  так как  $O_1$  симметри-  
на  $O_3$  относительно  $OA \Rightarrow O O_1 \perp O O_3$  по-

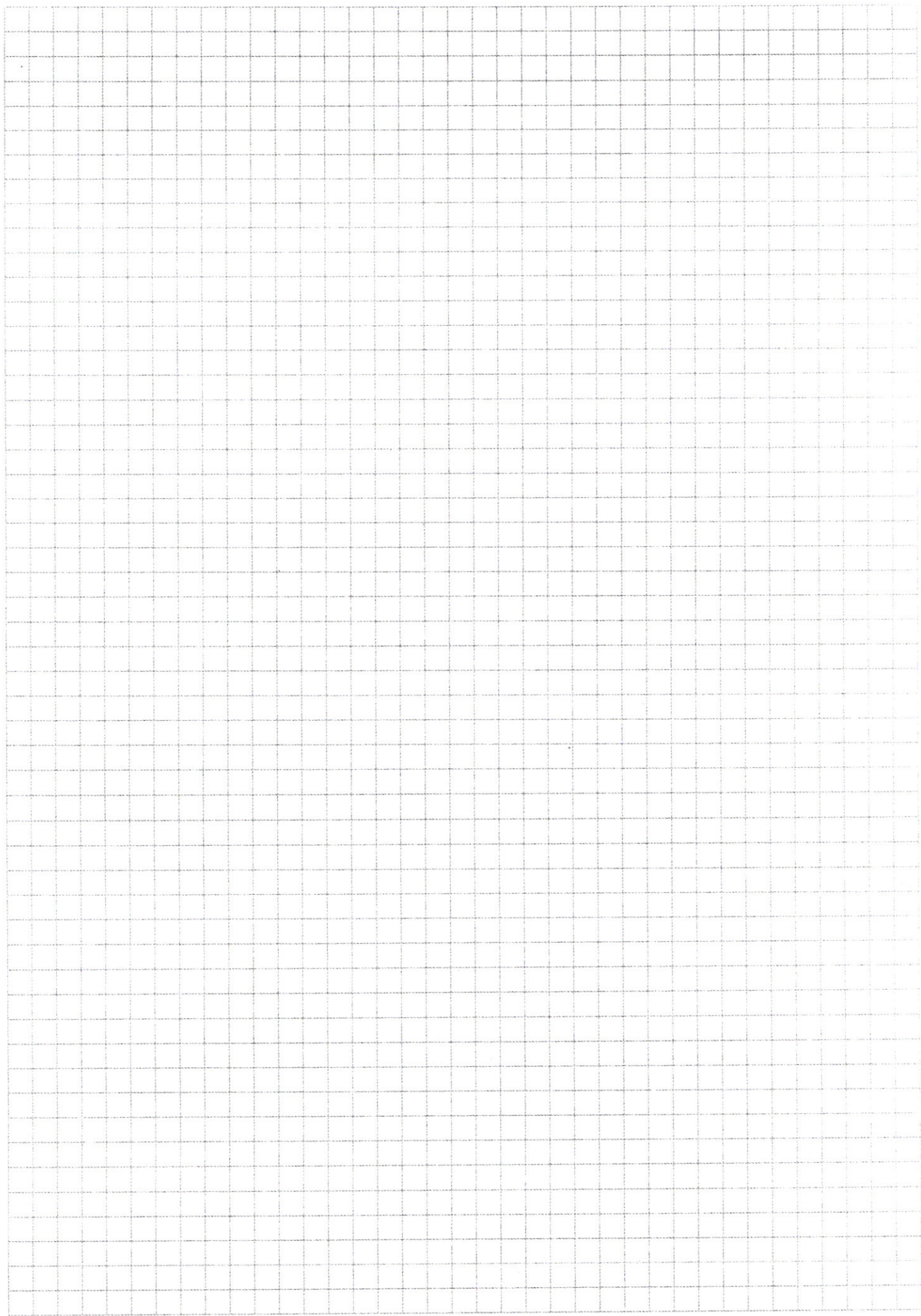
скольку  $O_1 O_3$  делит перпендикуляр  $OA \Rightarrow OA = 16 \Rightarrow$  если  $a = 8$   
то будет два решения

Если мы передвинем  $a$  вперед то точка  $O$  не  
будет пересекаться с точкой  $A$  раз, это ~~два~~ разделится  
на две линии  $\Rightarrow a \geq 8$  также будет два решения.

два точки  $\Rightarrow$  2 решения

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





☐ черновик    ☐ чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$5x^4 + x^2 + 8x - 6x^2 | x+4 | + 16 = 0$ 
 $x < -4$

$5x^4 - x^2 + 8x - 6x^2 - 24x^2 + 16 = 0$ 
 $5x^4 + 6x^3 + 25x^2 + 8x + 16 = 0$

$5x^4 - 6x^3 - 23x^2 + 8x + 16 = 0$ 
 $\Rightarrow 5 \cdot 4^4 + 6 \cdot 4^3 + 25 \cdot 4^2 + 8 \cdot 4 + 16 = 0$

$5 \cdot 7^4 - 6 \cdot 7^3 - 23 \cdot 7^2 + 8 \cdot 7 + 16 = 0$ 
 $5x^4 + 6x^3 > 0$ 
 $25x^2 + 8x > 0$

$5x^4 - 6x^3 - 23x^2 + 8x + 16 = 0$ 
 $5x + 6 < 0$ 
 $25x + 8 < 0$

$x = 1$ 
 $x < -\frac{6}{5}$ 
 $x < -\frac{8}{25}$

$5x^4 - 6x^3 - 23x^2 + 8x + 16 | x-1$ 
 $5x^3 - x^2 - 24x - 16$

$(x-1)(5x^3 - x^2 - 24x - 16) =$ 
 $5x^4 - x^3 - 24x^2 - 16x - 5x^3 + x^2 + 24x + 16$

$5x^3 - x^2 - 24x - 16$ 
 $f(x) = 75x^2 - 2x - 24 = 0$

$x = 4 + 4 \cdot 2 \cdot 24 = 4 \cdot 49 = (2 \cdot 7)^2$

$D = \frac{2 \pm 14}{30} =$

$5x^3 - x^2 - 24x - 16$ 
 $5x^3 = 24$

$5 \left(-\frac{2}{5}\right)^3 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 + 24 \frac{2}{5} - 16 = 5 \left(\frac{16}{30}\right)^3 - \left(\frac{16}{30}\right)^2 + 24 \frac{16}{30} - 16$

$$5x^3 - x^2 - 24x - 16$$

$$\frac{5}{2}$$

$$(x-a)(x^2+bx+c)=0$$

$$x^3 - ax^2 + bx - bax + (x-a)c = 0$$

$$x^3 + (b-a)x^2 + x(c-ab) - ac = 0$$

$$x^3 - \frac{1}{5}x^2 - \frac{24}{5}x - \frac{16}{5}$$

$$\frac{1}{5} = a-b$$

$$\frac{24}{5} = ab-c$$

$$\frac{16}{5} = ac$$

$$a - \frac{1}{5}a = b$$

$$\frac{24}{5} = a(a - \frac{1}{5}) - c$$

$$a(a(a - \frac{1}{5}) - \frac{24}{5}) = \frac{16}{5}$$

$$a(a(5a-1)-24) = 16$$

90

$$N_0(2; 4\sqrt{2})$$

$$M_0(27; 2\sqrt{2})$$

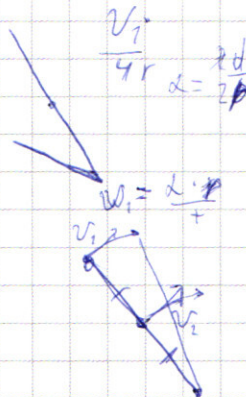
0,0

$$r_m = \sqrt{1+4 \cdot 2} = 3$$

$$r_N = \sqrt{4+16 \cdot 2} = 6$$

32

$$2,5v_1 = v_2$$



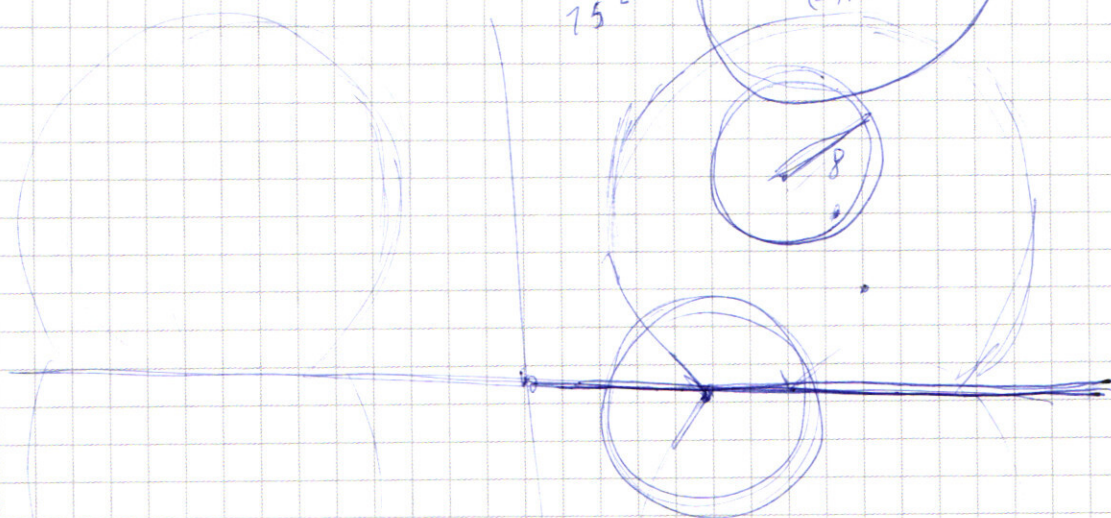
$$w_1 = \frac{v_1}{4r}$$

$$w_2 = \frac{2,5v_1}{2r}$$

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{1}{5}$$

-1

15^2



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(\sqrt{x^3+x-90}+7) \cdot (x^3-10x^2+31x-28) \leq 0$$

$$x^3-10x^2+31x-28=0$$

$$(3+\sqrt{2})^3 + 3+\sqrt{2} - 90 > 0$$

$$28 = 2^2 \cdot 7$$

$$2\sqrt{2} + 3^3 + 3 \cdot 3^2 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot 3 \cdot 2 + 3+\sqrt{2} - 90 > 0$$

$$3\sqrt{2} + 27 + 3 + 18 - 90 > 0$$

$$-90 > 0$$

$$60$$

$$42$$

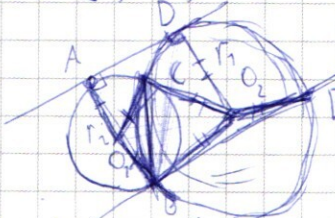
$$30\sqrt{2} > 42$$

$$15\sqrt{2} > 21$$

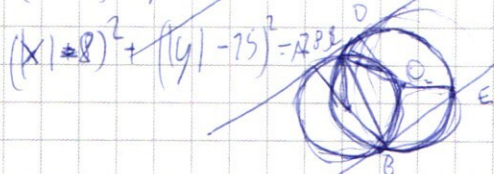
$$2 \cdot 15^2 > 21^2$$

$$5\sqrt{2} > 7$$

$$25 \cdot 2 > 49$$



$$(x-a)^2 + y^2 = 64$$



$$\begin{array}{r} 13 \times \\ \times 13 \\ \hline 39 \\ 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 15 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 \\ - 8x^2 + 31x \\ \hline - 8x^2 + 16x \\ \hline 15x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ 119 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\frac{2}{3} S_1 = k_1 \frac{(n-1)n}{2}$$

$$\frac{2}{3} S_1$$

$$\frac{5}{3} S_1$$

$$na_1 + (4k_1) \frac{(n-1)n}{2} = S_2 = 3S_1$$

$$2S_1 = 3k_1 \frac{(n-1)n}{2}$$

$$\frac{2}{3} S_1 = k_1 \frac{(n-1)n}{2}$$

90

$$5x^4 + x^2 + 8x + 16$$

$$|x+4$$

$$6 \cdot 90 = 540 \quad 8 \cdot 8$$

1...6

$$5x^4 + 20x^3$$

$$5x^3 - 20x^2 + 81x$$

$$90 - 360$$

$$730\sqrt{8} > 336$$

1

$$+ 20x^3 + x^2$$

$$- 20x^3 - 80x^2$$

$$81x^2 + 8x - 80x^2 - 81x^2 + 81x^2$$

$$S = a_1 + a_2 + \dots + a_{90}$$

$$-4^3 - 10$$

$$4^3$$

$$(7 - a_1) + (7 - a_2) + \dots + (7 - a_{90}) = 7 \cdot 90 - S$$

$$\begin{array}{r} \times 27 \\ 27 \\ + 42 \\ \hline 447 \end{array}$$

$$5x^4 + 12x^2 + 8x - 6x^2(x+4) + 16 = 0$$

$$540 - S$$

$$630 - S = 500$$

$$21$$

$$5x^4 + x^2 + 8x + 16$$

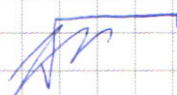
$$5x^2$$

$$64 - 160$$

$$S = 730$$

$$48$$

$$x+4$$



$$x^3 - 10x^2 + 31x - 28 = 0$$

$$8 - 10 \cdot 4 + 31 \cdot 2 = 28$$

$$8 - 40 + 62 = 28$$

$$-8 - 10x^2$$

\*

$$64 - 160 + 124 - 28 =$$

$$6^3 + 8\sqrt{8} + 336\sqrt{8} + 3 \cdot 68 \quad 7 \times 6$$

$$\begin{array}{r} \times 18 \\ 18 \\ \hline 194 \end{array}$$

$$3 \times 36$$

$$\times 3$$

$$108$$

$$236$$

$$8\sqrt{8} + 108\sqrt{8} + 216 + 144$$

$$126\sqrt{8} + 360 + 24 + 4\sqrt{8}$$

$$\begin{array}{l} 5x^4 + x^2 + 8x + 16 - 6x^2(x+4) + 16 = 0 \\ 5x^4 + x^2 + 8x + 16 - 6x^3 - 24x^2 - 24x^2 + 16 = 0 \\ 5x^4 - 6x^3 - 47x^2 + 8x + 32 = 0 \end{array}$$

$$5x^2$$

$$x^2$$

$$8x$$

$$-6x^3$$

$$-24x^2$$

$$+16$$

$$+16$$

$$+16$$

$$+16$$

$$+16$$

$$+16$$

$$+16$$

$$+16$$

$$+16$$

$$+16$$

$$+16$$

$$+16$$

$$x^3 - 10x^2 + 31x - 28 \div x - 4$$

$$- x^3 + 4x^2$$

$$- 6x^2 + 31x$$

$$- 6x^2 + 24x$$

$$7x - 28$$

$$x^2 - 6x + 7 = 0$$

$$D = 6^2 - 4 \cdot 7 = 36 - 28 = 8$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{8}}{2}$$

$$27$$

$$31$$

$$\frac{6 \pm \sqrt{8}}{2} \neq 4$$

$$332 =$$

$$6 \pm \sqrt{8} > 8$$

$$x > 2$$

$$x^3 - 6x^2 + 7x - 4x^2 + 24x - 28$$

$$730\sqrt{8} > 360 - 24$$

$$336$$

$$\left(\frac{6 \pm \sqrt{8}}{2}\right)^3 + \frac{6 \pm \sqrt{8}}{2} > 90 \times 0$$

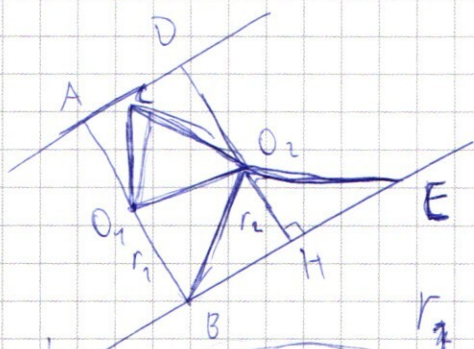
$$6^3 + 8\sqrt{8} + 3 \cdot 6^2\sqrt{8} + 3 \cdot 6\sqrt{8} =$$

$$130\sqrt{8} > 336$$

$$27$$

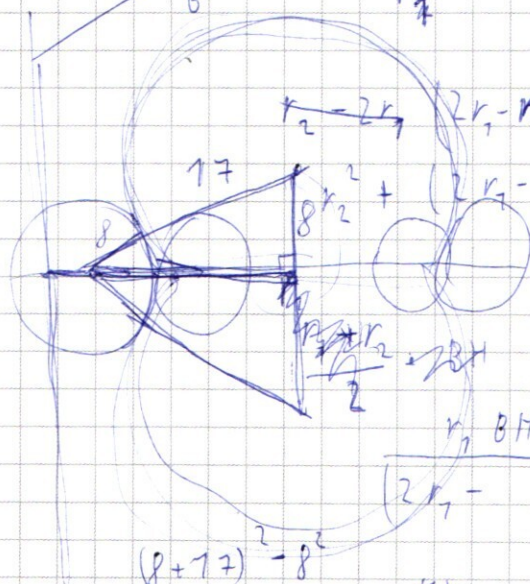
$$31$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$DB^2 + \frac{4}{9} BH^2 = r_2^2 + (2r_1 - r_2)^2$$

$$BD = 2$$



$$r_2 = 2r_1, (2r_1 - r_2)^2$$

$$8r_2^2 + (2r_1 - r_2)^2 = BH^2$$

$$r_1 \cdot BH \neq$$

$$\frac{r_1 \cdot BH}{(2r_1 - r_2) \cdot BH} = \frac{4}{3}$$

$$DB + \frac{4}{9} r_1^2 = r_2^2 + \frac{4}{9} r_1^2 + r_2^2 - \frac{4}{9} r_1 r_2$$

$$DB = 2(r_1 + r_2)^2$$

$$(8 + 17)^2 - 8^2$$

$$25^2 - 8^2 =$$

$$\frac{4r_1}{2r_1 - r_2} = \frac{4}{3}$$

$$5x^4 + x^2 + 8x - 6x^2(x+4) + 16 = 0$$

$$3r_1 = 4(2r_1 - r_2)$$

(\*)

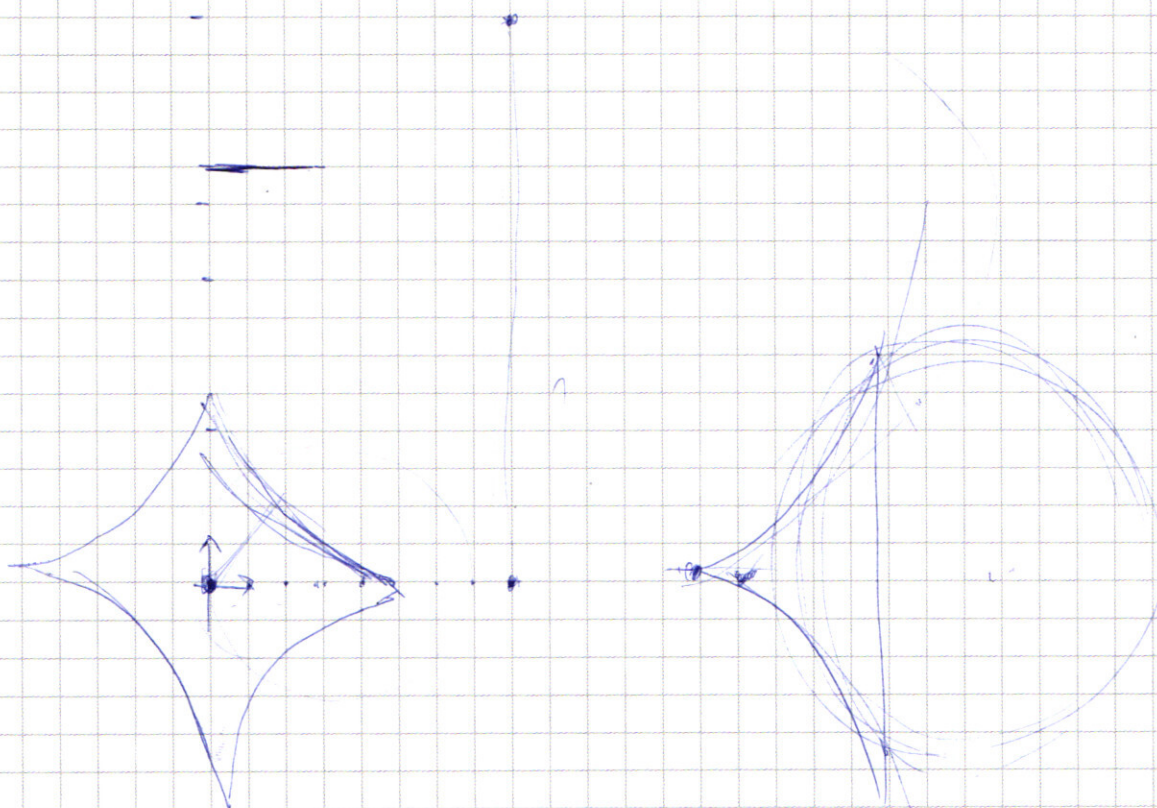
$$3r_1 = 8r_1 - 4r_2$$

$$5x^3 - x^2 - 24x - 16 = ?$$

$$4r_2 = 5r_1$$

$$625 - 64 =$$

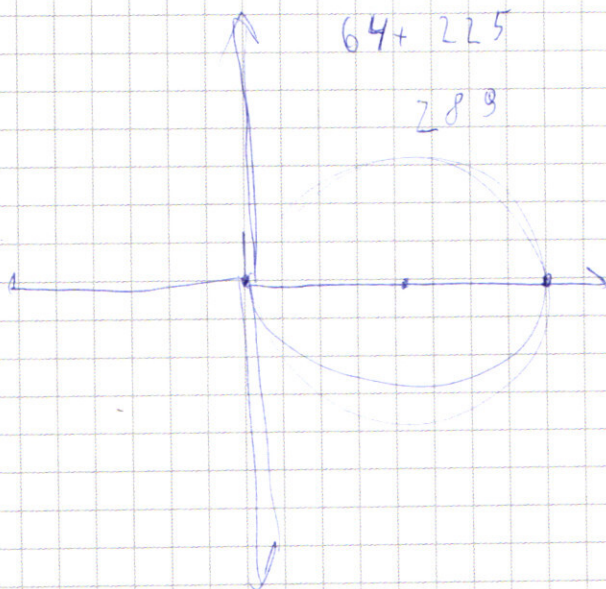
$$\sqrt{561} \approx 23.68$$



$$8^2 + 15^2 = 289$$

$$64 + 225$$

$$289$$



$$(77 + 8)^2 - 15^2 = 0$$

$$25$$

$$625$$

$$25 \cdot 9$$

$$25(25 - 9)$$

$$25 \cdot 16$$

$$5 \cdot 4$$

$$20$$