

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

данное выражение

N1

$a = 4900 = 7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1$ - естественный способ разложения
данного выражения на простые
числа, не превосходящих 9.
(т.е. из цифровой состав чисел)
использованных

b

$$b = 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 576$$

каждое число,
которое можно
построить из
данного набора

Ответ: 576.

N3

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \cdot \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40.$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x-4) \cdot (x+10)$$

$$(x+10) \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x^3 - 64x + 200} - (x-4) \right) = 0.$$

$$x+10=0 \text{ или } \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x^3 - 64x + 200} - x + 4 = 0.$$

$$x = -10$$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x-4) \cdot 2\sqrt{2} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} (x-4) \cdot 2\sqrt{2} \geq 0 \\ x^3 - 64x + 200 = (x-4)^2 \cdot 8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4. \\ x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128 \quad (*)$$

$$(*) \quad x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0.$$

$$x = 6$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = (x-6)(x^2 - 2x - 12) = 0$$

$$x - 6 = 0 \text{ или } x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 8x^2 + 72 \quad | \quad x-6 \\ \underline{x^3 - 6x^2} \\ -2x^2 + 0x + 72 \\ \underline{-2x^2 + 12x} \\ -12x + 72 \\ \underline{-12x + 72} \\ 0 \end{array}$$

$$x = 6$$

$$\begin{cases} x = 1 + \sqrt{13} \\ x = 1 - \sqrt{13} \end{cases}$$

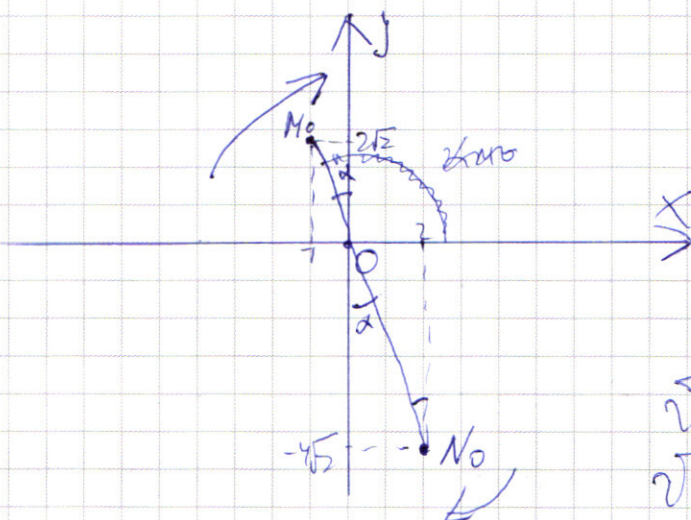
⊖

$$\begin{cases} x \geq 4 \\ x = 6 \\ x = 1 + \sqrt{13} \\ x = 1 - \sqrt{13} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = 1 + \sqrt{13} \end{cases}$$

$$T. \text{ об. } x \in \{1 + \sqrt{13}; 6; -10\}$$

$$\text{Ответ: } -10; 6; 1 + \sqrt{13}.$$

$$\sqrt{5}$$



R_M - радиус, окр-ти, по кото-
рой движется карася

R_N - лещкарь

$$R_M = \sqrt{8+1} = 3$$

$$R_N = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$\vec{v}_M$ - скорость карася.

$\vec{v}_N$ - скорость лещкаря.

$$v_M - \text{угловая скорость } \vec{v}_M = 25 \vec{v}_N \quad v_M = \frac{v_M}{R_M} = \frac{v_N}{3}$$

v_N - лещкарь

$$v_N = \frac{v_N}{R_N} = \frac{v_N}{5}$$

$$v_M = \frac{25 v_N}{3} = \frac{25}{6} \cdot v_N \cdot 6 = 5 v_N$$

угловые скорости рыб сходятся в 5 раз.

т.к. изначально "попки" рыб летят на одной
прямой, проходящей через центр обеих окр-тей,
то угол между ними π .

$\angle ON_0O$ Угол, на который отложено направление
на лещкаря от отрицательного направления Oy
близкого α

$$\sin \alpha = \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha = \arcsin \frac{1}{3}$$

$$\text{угол вращательного момента } \vec{M} \text{ об. } \text{попопки} = \frac{\pi}{v_M - v_N} = \frac{\pi}{4 v_N}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

т.е. пока леска идет против часовой стрелки на угол $\frac{\pi}{4}$ карась его догонит, а дальше, в силу начального, углового расставания карась будет догонять леску в точках, симметричных по оси Ox на $\frac{\pi}{2}$, т.е.

$$\begin{aligned} \sin \beta &= \sin\left(\frac{\pi}{4} - \arcsin \frac{1}{3}\right) \\ &= \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos(\arcsin \frac{1}{3}) - \cos \frac{\pi}{4} \cdot \sin(\arcsin \frac{1}{3}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3} - \frac{1}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}-1}{3\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$\beta = \frac{\pi}{4} - \arcsin \frac{1}{3}$

Т.е. $x_1 = -R \sin \beta$, $y_1 = R \cos \beta$

$$\begin{aligned} x_1 &= -4 + \sqrt{2}, & y_1 &= -4 - \sqrt{2} \\ x_3 &= 4 - \sqrt{2}, & y_3 &= 4 + \sqrt{2} \\ y_2 &= 4 - \sqrt{2}, & x_2 &= -4 - \sqrt{2} \\ y_4 &= -4 + \sqrt{2}, & x_4 &= 4 + \sqrt{2} \end{aligned}$$

Ответ: $(-4 + \sqrt{2}; -4 - \sqrt{2})$; $(4 - \sqrt{2}; 4 + \sqrt{2})$; $(-4 - \sqrt{2}; 4 - \sqrt{2})$; $(4 + \sqrt{2}; -4 + \sqrt{2})$.

№ 7.

$$\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16. & (1) \\ 7(x+15)^2 + (y-8)^2 = a. & (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y &= -x-8 \\ y &= x-8 \end{aligned}$$

1) при $y+x+8 > 0$, т.е. $y > -x-8$ $y > x-8$

1: $y > -x-8$

$y+x+8+y-x+8=16$

$y > x-8$

$y=0$

2: $y > -x-8$

$y+x+8-y+x-8=16$

$y < x-8$

$x=8$

3: $y < -x-8$

$-y-x-8+y-x+8=16$

$y > x-8$

$x=-8$

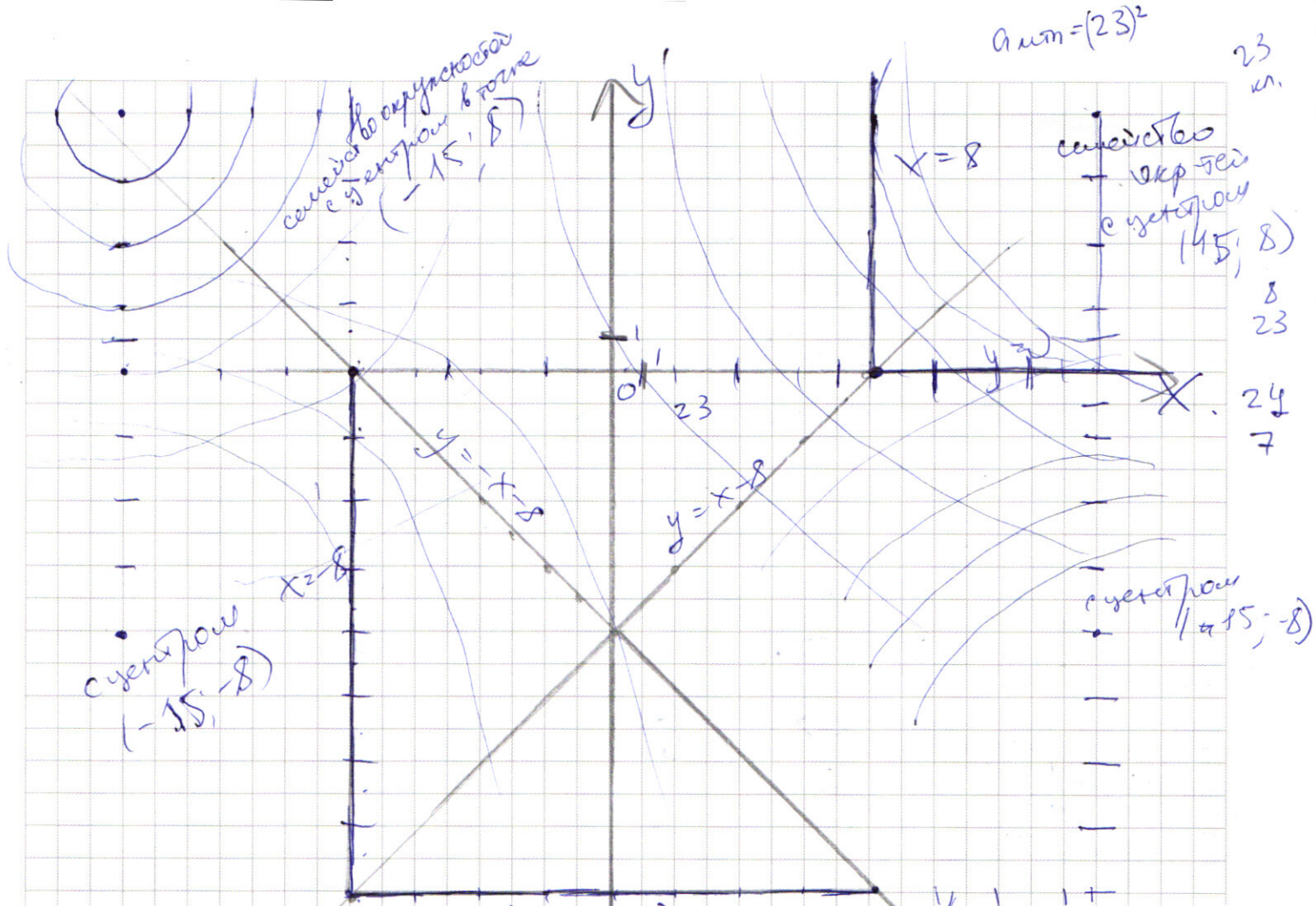
4: $y < -x-8$

$-y-x-8-y-x-8=16$

$y < x-8$

$-2y=32$

$y=-16$



При $a \in [0; -\infty)$ система не имеет корней.

При $a \in [113; 529)$ система имеет 4 корня.

При $a \in [529; 1205]$ система имеет 2 корня.

При $a \in (1205; +\infty)$ система имеет 8 корней.

Т.об., $a \in [529; 1205]$.

Ответ: $a \in [529; 1205]$.

Ответ: (49).

№ 4

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + (x+2)^2 - 5x^2(x+2) \geq 0$$

$$4x^4 + (1x+2)^2 - 5x^2(x+2) \geq 0$$

$$\text{Заменим: } x^2 = a, |x+2| = b$$

$$4a^2 + b^2 - 5a \cdot b \geq 0$$

$$4a^2 + b^2 - 5ab = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x+2| + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + (x+2)^2 - 5x^2|x+2| \geq 0$$

$$\geq 0 \text{ при } x \geq 0 \text{ или } x < -2 \text{ или } -2 < x < 0$$

$$4b^2 + a^2 - 5ab \geq 0$$

$$a^2 - 5ab + 4b^2 \geq 0$$

$$D = 25b^2 - 16b^2 = 9b^2$$

$$\begin{cases} a = \frac{5b+3b}{2} \\ a = \frac{5b-3b}{2} \end{cases} \begin{cases} a = 4b \\ a = b \end{cases}$$

$$x \in [b, 4b]$$

$$\begin{cases} |x+2| = 4x^2 & (1) \\ |x+2| = x^2 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x+2| \geq x^2 & (1) \\ |x+2| \leq 4x^2 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x+2| \geq x^2 & (1) \\ |x+2| \leq 4x^2 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x+2| \geq x^2 & (1) \\ |x+2| \leq 4x^2 & (2) \end{cases}$$

$$1) \text{ при } x < -2 \text{ получим}$$

$$-x-2 \geq x^2$$

$$x^2 + x + 2 \leq 0$$

$$(x+1)^2 \leq -1$$

$$D = 1 - 4 = -3$$

$$x \in \emptyset$$

$$x \in (-\infty, -2)$$

$$\text{при } x \geq -2 \text{ получим}$$

$$x+2 \geq x^2$$

$$x^2 - x - 2 \leq 0$$

$$D = 1 + 8 = 9$$

$$\begin{cases} x = \frac{1+3}{2} \\ x = \frac{1-3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$-x-2 = 4x^2$$

$$4x^2 + x + 2 = 0$$

$$D = 1 - 32 = -31$$

$$x \in \emptyset$$

$$\text{при } x \geq -2 \text{ получим}$$

$$x+2 = 4x^2$$

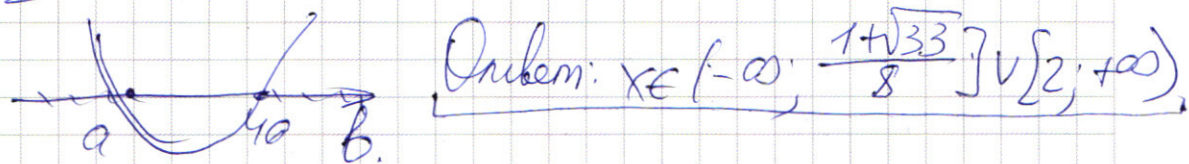
$$4x^2 - x - 2 = 0$$

$$D = 1 + 32 = 33$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

$$D = 25a^2 - 16a^2 = 9a^2$$

$$\begin{cases} b = \frac{5a+30}{2} & b = 40 \\ b = \frac{5a-30}{2} & b = a \end{cases}$$



$$b \in (-\infty; a] \cup [40; +\infty), \text{ т. е.}$$

$$\begin{cases} b \leq a \\ b \geq 40 \end{cases}$$

$$\text{получим: } \begin{cases} |x+2| \leq x^2 & (1) \\ |x+2| \geq 4x^2 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty) \\ x \in [\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8}] \end{cases}$$

$$(1) |x+2| \leq x^2 \quad x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$$

при $x \in (-\infty; -2)$ получим

$$-x-2 \leq x^2$$

$$x^2 + x + 2 \geq 0$$

$$D = -1 - 8 = -9$$

$$x \in \emptyset$$

$$\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ x \in (-\infty; -2) \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty; -2)$$

при $x \in [-2; +\infty)$

$$x+2 \leq x^2$$

$$x^2 - x - 2 \geq 0$$

$$D = 1 + 8 = 9$$

$$\begin{cases} x = \frac{1+3}{2} & x = 2 \\ x = \frac{1-3}{2} & x = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty) \\ x \in [-2; +\infty) \end{cases}$$

$$\text{т. о. } x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$$

$$(2) |x+2| \geq 4x^2$$

при $x \in (-\infty; -2)$ получим

$$-x-2 \geq 4x^2$$

$$4x^2 + x + 2 \leq 0$$

$$D = 1 - 32 = -31$$

$$x \in \emptyset$$

$$\checkmark$$

$$x \in \emptyset$$

$$\text{при } x \in [-2; +\infty) \text{ получим}$$

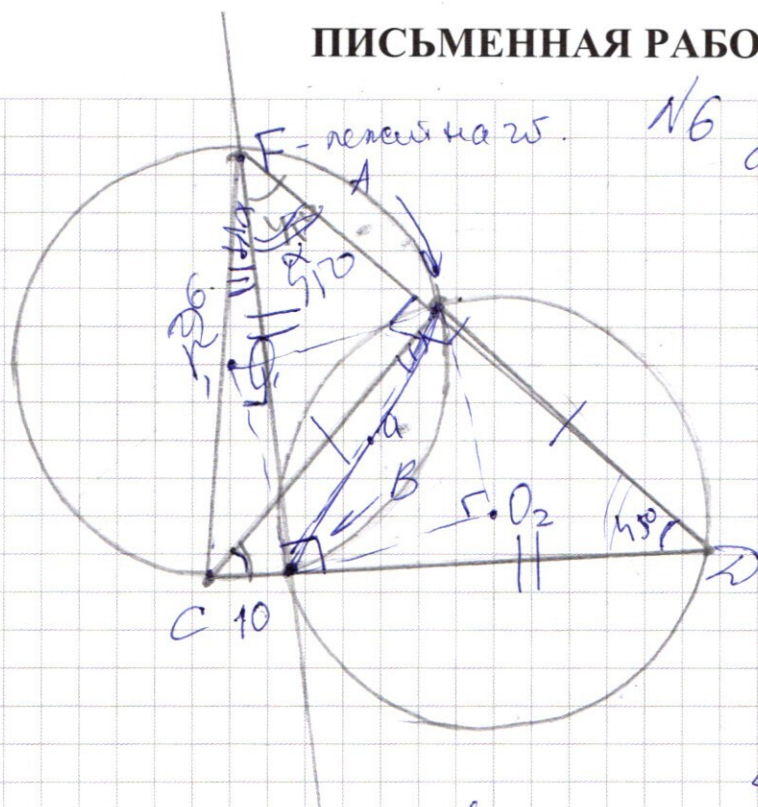
$$x+2 \geq 4x^2$$

$$4x^2 - x - 2 \leq 0$$

$$D = 1 + 32 = 33$$

$$\Leftrightarrow x \in [-2; -1] \cup [2; +\infty)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



а) $\triangle O_1$ - центр
1 окр-ти.
 O_2 - центр 2 окр-ти
 $\triangle O_1 AB \cong \triangle O_2 AB$
по трем сторонам.

$$\angle AO_1B = \angle AO_2B$$

Т. к. окружности
равны и дуга.

$$AB = BA \text{ не}$$
$$\angle ADB = \angle AC'B \text{ как}$$

полезел на равные дуги в вписанное, следу-
т.к. $\angle CAD = 90^\circ$, то $\angle ACD = \angle ADC = 45^\circ$.

$$CA = AD.$$

Т.к. $\angle FBD = 90^\circ$ и $BF = BD$ по условию, то
 $\angle BFD = \angle FDB = 45^\circ$

$\angle FDB = \angle ADB$, значит D, A, F лежат на одной прямой. $BF = BD$

т.к. AB является осью симметрии, $BF = BD$
 $\angle AFB = \angle ADB$ по 1-му признаку, $\angle AFB = \angle ADB$
 $\angle AFB = \angle ADB$ по 1-му признаку, $\angle AFB = \angle ADB$

$$\angle FAC = 180^\circ - \angle CAD = 90^\circ$$

Реш. В Δ OKP $\angle FPC = 90^\circ$ и вписанный.
Значит он опирается на диаметр. Т.е. $FC = 2R =$
 $= \underline{\underline{26}}$

$$\begin{array}{r}
 326 \\
 \times 26 \\
 \hline
 156 \\
 52 \\
 \hline
 676 \\
 -100 \\
 \hline
 576 \\
 24 \\
 \times 24 \\
 \hline
 96 \\
 48 \\
 \hline
 34 \\
 \times 34 \\
 \hline
 136 \\
 102 \\
 \hline
 1156 \\
 676 \\
 \times 2 \\
 \hline
 1352 \\
 -1156 \\
 \hline
 186 \\
 17 \\
 \times 7 \\
 \hline
 119
 \end{array}$$

$\triangle BCF$ по теореме синусов:

$$\frac{FC}{\sin 90^\circ} = \frac{BC}{\sin \angle CFB} = \frac{26}{1} = \frac{10}{\sin \angle CFB}$$

$$\sin \angle CFB = \frac{10}{26}$$

$$\cos \angle CFB = \frac{24}{26}$$

$$\sin \angle CFB = \frac{10}{26}$$

$$\begin{aligned}
 \sin \angle CFA &= \sin(\angle CFB + \angle BFA) = \sin \angle CFB \cdot \cos \angle BFA + \\
 &+ \sin \angle BFA \cdot \cos \angle CFB = \frac{10}{26} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{24}{26} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \\
 &= \frac{34}{26} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{34}{26\sqrt{2}}
 \end{aligned}$$

$\triangle CFA$ $CA = CF \cdot \sin \angle CFA = 26 \cdot \frac{34}{26\sqrt{2}} = \frac{34}{\sqrt{2}} = 17\sqrt{2}$

$$\begin{aligned}
 \cos \angle FCA &= \cos \angle CFA = \sqrt{1 - \left(\frac{34}{26\sqrt{2}}\right)^2} = \\
 &= \sqrt{1 - \frac{1156}{1352}} = \frac{14}{26\sqrt{2}}
 \end{aligned}$$

$$S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2} \cdot 26 \cdot 17\sqrt{2} \cdot \frac{14}{26\sqrt{2}} = 119$$

Ответ: а) 26; б) 119.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $a = 4900 = \underline{7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1}$ $x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$

$b = 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 = 16 \cdot 9 \cdot 4 = 16 \cdot 36 =$

$6 \cdot 4 \cdot 9 \quad \boxed{1576 \text{ чисел!}}$

2 сл. $x \geq -2$.

$x \in [-2; +\infty)$

$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$

2) $b_1, b_2, \dots, b_{2000}$ $4x^4 + (x+2)^2 - 5x^2(x+2) \geq 0$ $1, x(x+2) \geq 0$

$S = b_1 + b_1 \cdot n + b_1 \cdot n^2 + b_1 \cdot n^3 + b_1 \cdot n^{2999} =$

$= b_1 \cdot n(1 + n + n^2 + n^3 + \dots + n^{2999}) = b_1 \cdot n \cdot \frac{n^{3000} - 1}{n - 1}$

3) $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$ $\begin{cases} x = \frac{-6+14}{2} \\ x = \frac{-6-14}{2} \end{cases}$

$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$

$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x-4)(x+10)$

$(x-4)(x+10) = x^2 - 4x$

$x+10 \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 64x + 200} - x+4 = 0$

$x+10=0$ или $\frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 64x + 200} - x+4 = 0$

$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = \frac{x-4 \cdot 2\sqrt{2}}{1}$

$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x-4)2\sqrt{2} \Rightarrow$

$\begin{cases} (x-4)2\sqrt{2} \geq 0 \\ x^3 - 64x + 200 = (x-4)^2 \cdot 8 \end{cases}$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 9 \\ \hline 729 \end{array} \quad x \geq 4.$$

$$x^3 - 64x + 200 = (x^2 - 8x + 16) \cdot 8$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 256x + 128$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 6 \\ \hline 216 \end{array} \quad x^3 - 8x^2 + 192x + 72 = 0$$

$$72 : 9, 8, 6, 2, 4, 3, 12$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 8 \\ \hline 288 \end{array} \quad 216 - 288 = -72$$

$$x^3 - 64x + 200 = (x^2 - 8x + 16) \cdot 8$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$x^3 = 8x^2 - 72$$

$$216 - 288 + 72 = 0$$

$$4x^4 + 5x^2(x+2) + (x+2)^2 \geq 0$$

$$(x+2)^2 \geq 0 \text{ при } \forall x$$

$$\text{т.е. } 4x^4 + 5x^2(x+2) + (x+2)^2 \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^2(x+2) \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 10x^2 \geq 0$$

$$x^2(4x^2 + 5x + 10) \geq 0$$

$$\text{т.к. } x^2 \geq 0 \text{ при } \forall x, \text{ то}$$

$$4x^2 + 5x + 10 \geq 0$$

$$5x^2 + x + 220 = 4 + 48 = 52$$

$$D = 1 - 40 = -39$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{52}}{2}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{13}$$

$$\text{т.к. } x \geq 4$$

$$4x^4 + 5x^3 + 10x^2 + (x+2)^2 \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 10x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 10x^2 + (x+2)^2 \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^2(x+2) + (x+2)^2 \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^2(x+2) + (x+2)^2 \geq 0$$

☒ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 8 \\ \hline 256 \end{array} \quad \begin{array}{r} 16 \\ \times 8 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 256 \\ - 64 \\ \hline 192 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 192 \\ - 128 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ - 72 \\ \hline -8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 80 \\ - 14 \\ \hline 66 \end{array}$$

$$x^3 - 8x^2 + 10x + 72 = 0$$

$$x - 6$$

$$x^2 - 2x - 612$$

$$-2x^2 + 10x$$

$$-2x^2 + 12x$$

$$-12x + 72$$

$$-12x + 72$$

$$0$$

$$x = -2$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

$$1 \text{ сл. при } x < -2 \text{ или } x > 2$$

получили

$$x \in (-\infty; -2)$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2(x+2) + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 10x^2 \geq 0$$

$$D = 25 - 160$$

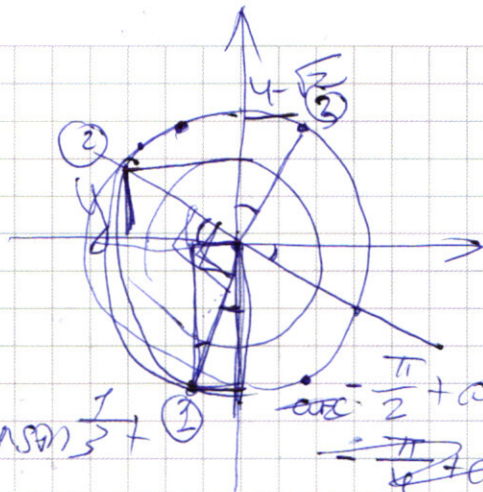
$$\forall x$$

$$\text{т.е. } \forall x \in \mathbb{R} \text{ или } x \in (-\infty; -2)$$

$$x = 4$$

$$\text{или } x = 6$$

$$x = 2 + \sqrt{13}$$



$$-\frac{3\pi}{4} + \arctan \frac{1}{3} + \textcircled{2} \quad \text{arc} - \frac{\pi}{2} + \arctan \frac{1}{3}$$

$$-\frac{\pi}{4} + \arctan \frac{1}{3} - \frac{3\pi}{4} + \arctan \frac{1}{3}$$

$$-\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{2} + \arctan \frac{1}{3} = -\frac{5\pi}{6} + \arctan \frac{1}{3}$$

$$-\frac{5\pi}{4} + \arctan \frac{1}{3} \quad \frac{7\pi}{4} + \arctan \frac{1}{3}$$

$$= -\frac{\pi}{4} + \arctan \frac{1}{3} - \frac{9\pi}{4} + \arctan \frac{1}{3}$$

градусы, на которых
лучи откладывают
некоторые

соответственно поляр:

$$\left(\frac{\pi}{4} - \arctan \frac{1}{3}, \sin \left(\frac{\pi}{4} - \arctan \frac{1}{3} \right) \right) = \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos \left(\arctan \frac{1}{3} \right)$$

$$\cos = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} - \sin \left(\arctan \frac{1}{3} \right) \cdot \cos \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{3} - \frac{1}{3\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{2} - 1}{3\sqrt{2}}$$

$$y = \sqrt{9 - 4} = \frac{\sqrt{2} - 1}{3\sqrt{2}} \cdot 6 = \frac{2(\sqrt{2} - 1)}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} - 2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} - 2}{\sqrt{2}}$$

$$y = \sqrt{36 - (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{36 - 32} = \sqrt{4} = 2$$

$$= \sqrt{36 - 16 + 8\sqrt{2} - 2} = \sqrt{18 + 8\sqrt{2}} =$$

$$= \sqrt{16 + 2 + 8\sqrt{2}} =$$

$$= \sqrt{(4)^2 + (\sqrt{2})^2} \sqrt{4 + \sqrt{2}}$$