МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S. Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0\left(-2;-2\sqrt{7}\right)$ и $N_0\left(5;5\sqrt{7}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Разложим 700 на простые множители:

$700 = 2\cdot 2\cdot 5\cdot 5\cdot 7$

Поскольку $2\cdot 2 = 4$ – цифра, то возможны 2 случая:

1) В искомых восьмизначных числах используются цифры 2, 2, 5, 5, 7, 1, 1, 1 $(2\cdot 2\cdot 5\cdot 5\cdot 7\cdot 1\cdot 1\cdot 1 = 700)$

~~Тогда~~ 1) Разместим в нашем числе сначала 3 единицы: существует $\frac{8\cdot 7\cdot 6}{3!} = 8\cdot 7 = 56$ вариантов

2) Разместим теперь двойки: существует $\frac{5\cdot 4}{2} = 5\cdot 2 = 10$ вариантов

3) Разместим пятерки: существует $\frac{3\cdot 2}{2} = 3$ варианта

4) Разместим семёрку: существует ровно 1 вариант

Значит, всего с использованием этих цифр есть ровно

$S_1 = 56\cdot 10\cdot 3\cdot 1 = 1680$ ~~вариантов~~ чисел

2) В искомых восьмизначных числах используются цифры 4, 5, 5, 7, 1, 1, 1, 1 $(4\cdot 5\cdot 5\cdot 7\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1 = 700)$

1) Разместим единицы: существует $\frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{4!} = 70$ вариантов

2) Разместим пятёрки: существует $\frac{4\cdot 3}{2} = 2\cdot 3 = 6$ вариантов

3) Осталось 2 места, поэтому на размещение четвёрки и семёрки есть ровно $\underline{\underline{2}}$ варианта.

Значит, всего с использованием этих цифр есть ровно

$S_2 = 70 \cdot 6 \cdot 2 = 840$ ~~вариантов~~ чисел

Итого: $S = S_1 + S_2 = 1680 + 840 = \boxed{2520}$ чисел

<u>Ответ:</u> 2520 чисел

№4

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 \cdot |x-2| + 4 \geq 0$$

1) <u>$x \leq 2$</u>

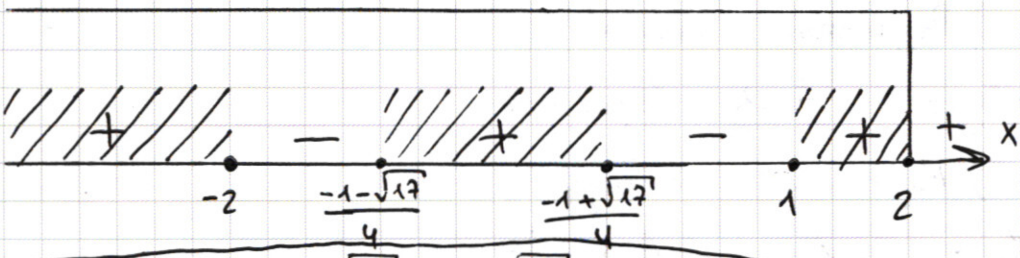
$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(2-x) + 4 \geq 0 \iff$$

$$\iff 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0 \iff$$

$$\iff (2x^3 + 5x^2 - 4)(x-1) \geq 0 \iff$$

$$\iff (2x^2 + x - 2)(x+2)(x-1) \geq 0 \iff$$

$$\iff 2\left(x + \frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x + \frac{1-\sqrt{17}}{4}\right)(x+2)(x-1) \geq 0$$



$$x \in (-\infty; -2] \cup \left[-\frac{1+\sqrt{17}}{4}; -\frac{1-\sqrt{17}}{4}\right] \cup [1; 2]$$

2) $x > 2$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2(x-2) + 4 \geq 0 \iff$$

$$\iff 2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0 \iff$$

~~$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x - 2 \geq 0$~~

~~Поскольку $4 \geq 0$, то $2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x$~~

Покажем, что $2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x - 2 \geq 0$ и, как следствие, $2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$

☐ черновик ☒ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$$2x^4-3x^3+7x^2-4x-2=(x-1)(2x^3-x^2+6x+2) >$$

$$> 2x^3-x^2+6x+2 > 2x^3-x^2+6x > 0 \quad 2x^2-x+6>0$$

Значит, $2x^4-3x^3+7x^2-4x+4 \geq 0$ <u>при всех $x>2$</u>

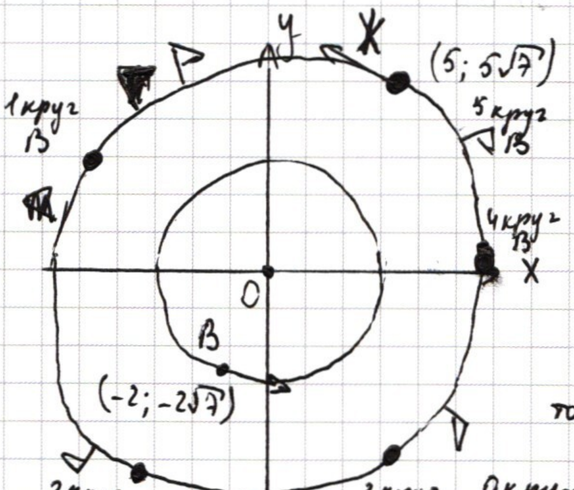
(шаг 2-3 выполняется только при $x-1 \geq 0$)

$x \in (2;+\infty)$

Итого: $x \in (-\infty;-2] \cup [-\frac{1+\sqrt{17}}{4}; -\frac{1-\sqrt{17}}{4}] \cup [1;+\infty)$

<u>Ответ:</u> $(-\infty;-2] \cup [-\frac{1+\sqrt{17}}{4}; -\frac{1-\sqrt{17}}{4}] \cup [1;+\infty)$

№5



$v_Ж = 2v_В$

Очевидно, что расстояние между ними будет минимально тогда и только тогда, когда они и центр окружности (0;0) лежат на одной прямой.

Найдём радиусы окружностей:

$r_Ж = \sqrt{5^2+(5\sqrt{7})^2} = 5\sqrt{8} = 10\sqrt{2}$

$r_В = \sqrt{(-2)^2+(-2\sqrt{7})^2} = 2\sqrt{8} = 4\sqrt{2}$

Найдём время, за которое они проходят 1 круг:

$$\underline{\underline{T_ж}} = \cancel{\frac{\ell_{окр}}{v_ж}} \frac{2\pi r_ж}{v_ж} = \frac{2\pi \cdot 10\sqrt{2}}{v_ж} = \underline{\underline{\frac{20\pi\sqrt{2}}{v_ж}}}$$

$$\underline{\underline{T_B}} = \frac{2\pi r_B}{v_B} = \frac{2\pi \cdot 4\sqrt{2}}{2v_ж} = \underline{\underline{\frac{4\pi\sqrt{2}}{v_ж}}}$$

То есть, жук проходит 1 круг, а водомерка за это время 5 кругов, причём возвращаются в исходную позицию. Поэтому искомых координат будет ровно ~~5~~ 4 – на каждом кругу водомерки расстояние ровно 1 раз минимально, кроме того, когда жук "пересекает" точку старта водомерки.

Ввиду постоянства скоростей и траекторий расстояния, пройденные жуком за время между "минимальными расстояниями", одинаковы.

Разобьём окружность жука на 4 ~~5~~ равных частей – – каждая длиной $\frac{2\pi r_ж}{4} = 5\pi\sqrt{2}$

см. след. лист.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24 \iff$$

$$\iff \frac{x+6}{\sqrt{2}}\sqrt{x^3-4x+80}=(x+6)(x+4)$$

ОДЗ: $\boxed{x^3-4x+80\geq 0}$

Поскольку $x=-6$ не удовлетворяет ОДЗ, то разделим обе части на $x+6$:

$$\sqrt{\frac{x^3-4x+80}{2}}=x+4$$

ОДЗ: $\boxed{x+4\geq 0}$

$$\frac{x^3-4x+80}{2}=x^2+8x+16 \iff$$

$$\iff x^3-2x^2-20x+48=0 \iff$$

$$\iff (x-4)(x^2+2x-4)=0 \iff$$

$$\iff (x-4)(x+1+\sqrt{5})(x+1-\sqrt{5})=0$$

$$\left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-1-\sqrt{5} \\ x=-1+\sqrt{5} \end{array}\right.$$

Все 3 корня удовлетворяют ОДЗ

Ответ: $-1-\sqrt{5}$; $-1+\sqrt{5}$; 4.

№7

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 & (1) \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a & (2) \end{cases}$$

Рассмотрим 4 случая:

1) $y-6-x \le 0$ и $y-6+x \le 0$

(1) $-y+6+x-y+6-x=12$

$$\boxed{y=0}$$

$y-6-x \le 0 \iff \boxed{x \ge -6}$

$y-6+x \le 0 \iff \boxed{x \le 6}$

(2) $(|x|-8)^2 + (0-6)^2 = a$

$(|x|-8)^2 + 36 = a$

Пусть $x \ge 0$. Тогда

$(x-8)^2 + 36 = a$

при ~~x=6~~ $x=6$ $a = 36 + 2^2 = 40$

при $x=0$ $a = 36 + 8^2 = 100$

В промежутке $x \in [-6;6]$ каждому числу найдётся противоположное, кроме 0, поэтому всегда будет 2 решения, ~~при~~ $x \ne 0$: $(x;0)$ и $(-x;0)$; $\boxed{x=0 \Rightarrow (0;0)}$

Значит, $\underline{a \in [40;100)}$

2) $y-6-x \le 0$ и $y-6+x > 0$

(1) $-y+6+x+y-6+x=12$

$\boxed{\cancel{2x=12}}$ $\boxed{x=6}$

$y-6-x \le 0 \iff \boxed{y \le 12}$

$y-6+x > 0 \iff \boxed{y > 0}$

~~В этом промежутке~~ Здесь всегда <u>1 корень</u>

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3 $\quad y-6-x>0 \quad$ и $\quad y-6+x\leq 0$

(1) $\quad y-6-x-y+6-x=12$

$\Rightarrow \boxed{x=-6}$

$y-6-x>0 \iff \boxed{y>0}$

$y-6+x\leq 0 \iff \boxed{y\leq 12}$

Здесь всегда 1 корень, и значения для x и y не пересекаются с полученными в п. 2

4 $\quad y-6-x>0 \quad$ и $\quad y-6+x>0$

(1) $\quad y-6-x+y-6+x=12$

$\boxed{y=12}$

$y-6-x>0 \iff \boxed{x<6}$

$y-6+x>0 \iff \boxed{x>-6}$

~~Здесь x≥0. Тогда~~

$(|x|-8)^2+6^2=a$

$(|x|-8)^2+36=a$

Пусть $x\geq 0$. Тогда

$(x-8)^2+36=a$

при $x=6 \qquad a=36+2^2=40$

при $x=0 \qquad a=36+8^2=100$

То есть, в промежутке $x\in(-6;6)$ будет ещё 2 корня при уже ранее полученных $a\in(40;100)$ (п. 1)

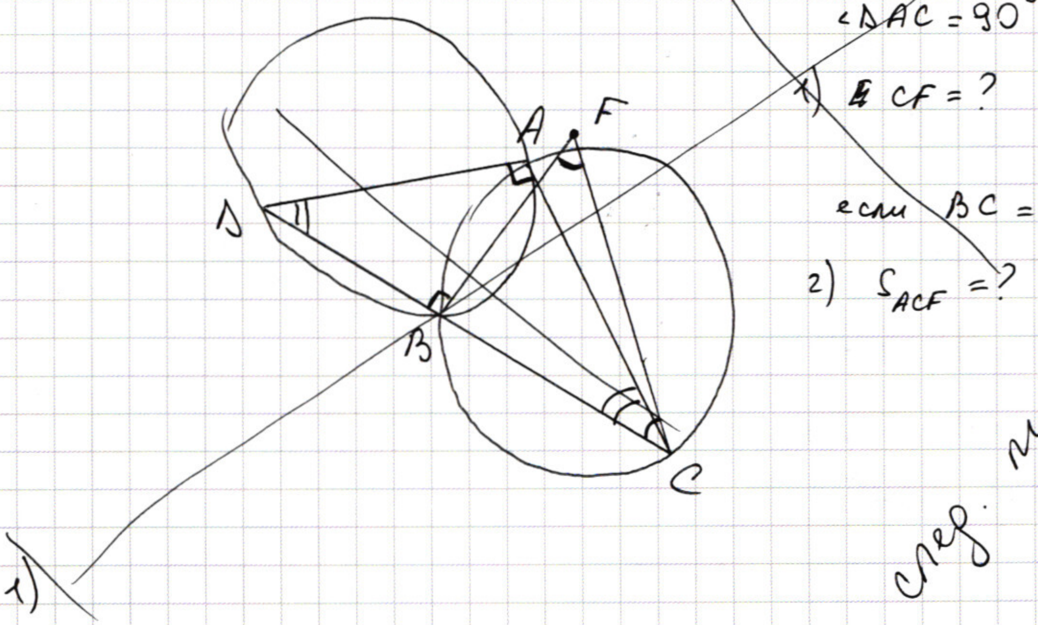
Таким образом, при $a \in (40; 100)$ будет уже 4 корня: ~~$(0; x)$, $(0; -x)$, $(12; x)$, $(12; -x)$ при $x \in (0; 6]$~~ $(x; 0)$, $(-x; 0)$, $(x; 12)$, $(-x; 12)$ при ~~x~~ $x \in (0; 6]$

В тоже время при $\boxed{a = 100}$ будет всего 2 корня: $(0; 0)$ и $(0; 12)$, <u>только</u> при этом a.

<u>Примечание:</u> другими словами, в исходной ~~уравнении п~~ системе мы можем заменить x на $-x$, при этом уравнение не изменется, т.е. если x - корень, то и $-x$ — корень, что достигается на промежутке $x \in [-6; 6]$

Ответ: только при $a = 100$

№6.



$R_1 = R_2 = R = 5$

$\angle DAC = 90°$

1) $CF = ?$

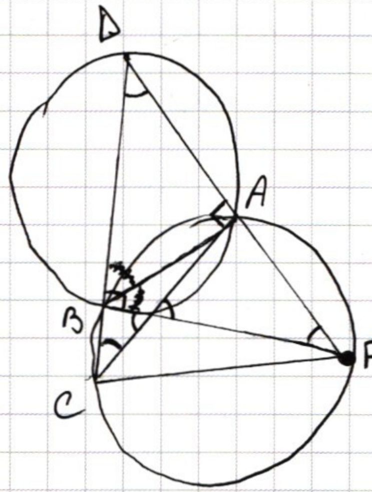
если $BC = 6$,

2) $S_{ACF} = ?$

См. след. лист.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6



$R_1 = R_2 = R = 5$

$\angle CAD = 90^\circ$; $BD = BF$

$\angle DBF = 90^\circ$

1) $CF = ?$

2) $S_{ACF} = ?$, если $BC = 6$.

1) Поскольку $BD = BF$, $\triangle BDF$ - прямоугольный равнобедренный, $\angle BDF = \angle BFD = 45^\circ$

С другой стороны, $\angle BDF = \angle BCA$, т.к. они опираются на равные дуги ($\smile AB$ - общая, а радиусы окружностей равны).

Значит, $\angle BCA = \angle BFA$. Это возможно тогда и только тогда, когда F лежит на окружности, и тогда равные углы опираются на равные дуги.

Окружность радиуса $R_2 = 5$ описана около $\triangle ACF$, поэтому $S_{ACF} = \frac{1}{2} AC \cdot AF = \frac{AC \cdot AF \cdot FC}{4R}$

$$\frac{1}{2} AC \cdot AF = \frac{AC \cdot AF \cdot CF}{4R} \Rightarrow \boxed{CF = 2R = 10}$$

2) $\triangle BCF$ – прямоугольный, поэтому

$$CF^2 = BF^2 + BC^2$$

$$BF = \sqrt{CF^2 - BC^2}$$

$$BF = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

Тогда $BD = BF = 8$

$\triangle ADC$ – прямоугольный равнобедренный (CD – гипотенуза),

поэтому $\underline{AC} = CD \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = (BD + BC) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 14 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \underline{7\sqrt{2}}$

$AD = AC = 7\sqrt{2}$

$\triangle BDF$ – прямоугольный, поэтому

$$DF^2 = BF^2 + BD^2$$

$$DF = \sqrt{BF^2 + BD^2}$$

$$DF = \sqrt{8^2 + 8^2} = 8\sqrt{2}$$

Значит $\underline{AF} = DF - AD = 8\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = \underline{\sqrt{2}}$

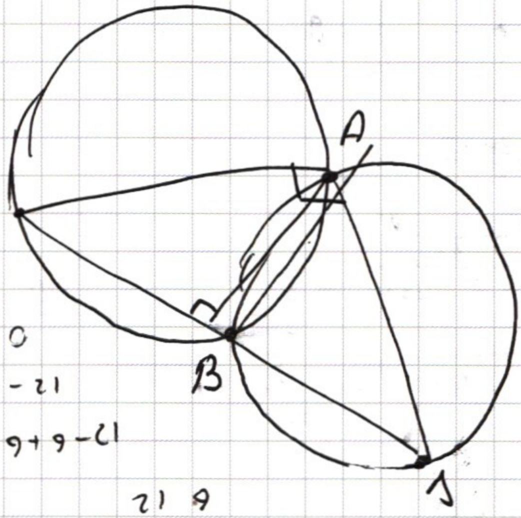
Тогда $\boxed{S_{ACF} = \frac{1}{2} AC \cdot AF = \frac{1}{2} \cdot 7\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 7}$

Ответ: $CF = 10$; $S_{ACF} = 7$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

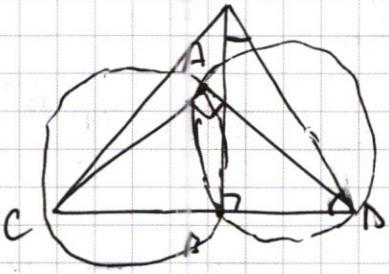


$R_1 = R_2 = R = 5$

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = 9 \end{cases}$$

$12-6-6=0$

$12-6+6=12$



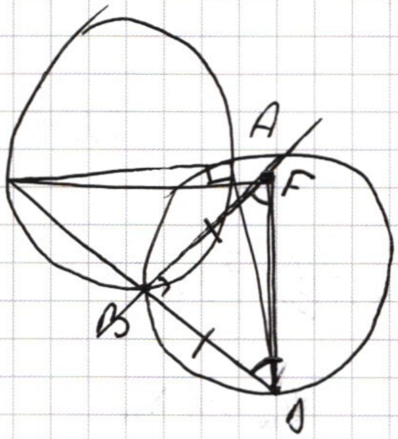
$64-16+80>0$

$(-1-\sqrt{5})^3 - 4(-1-\sqrt{5}) + 80 \neq$

$= -27+12+80>0$

$(-1+\sqrt{5})^3 - 4(-1+\sqrt{5}) + 80 \neq$

$\neq 1-4$



$$\frac{49b_3 + \ldots 49b_{3000}}{b_1 + b_2 + \ldots b_{3000}} = 9$$

$$\frac{b_2 + b_4 + \ldots b_{3000}}{b_1 + b_2 + \ldots b_{3000}} = \frac{x}{s} - 1$$

$\frac{x}{s} = ?$

$b_1 + b_2 + b_{3000} = S$

$b_1 + b_2 + 50b_3 + 50b_{3000} = 10S$

$b_1 + 2b_2 + b_3 + 2b_4 + 2b_{3000} = \cancel{X}$

$$\begin{cases} |y-6-x| - y + x = \\ (x+8)^2 + (y+6)^2 = 9 \end{cases}$$

1) $x \leq 0$ $y \leq 0$

$|y-6-x| - y + 6 + x = 12$

$|y-6-x| + |y-6+x| = 12$

$x^2 - 16|x| + 64 + y^2 - 12|y| + 36 = 9$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

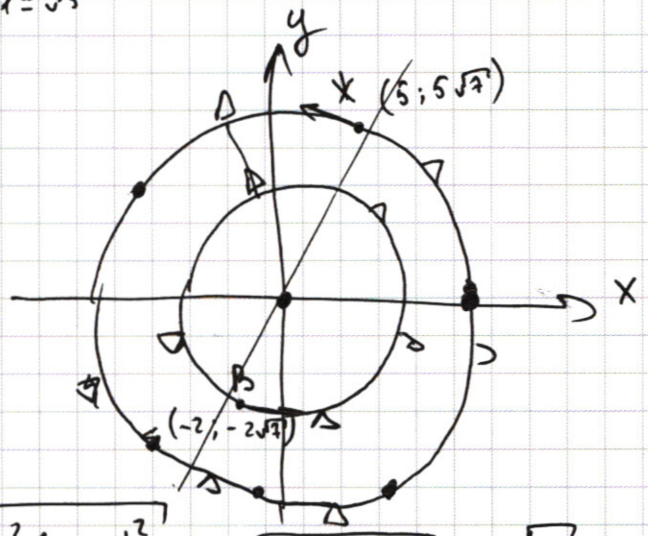
$\frac{X}{\sqrt{2}}$

$-1 \pm \sqrt{1+4}$

$-1 \pm \sqrt{5}$

$$\begin{array}{r|l} x^3-2x^2-20x+48 & x-4 \\ \hline -(x^3-4x^2) & x^2+2x-4 \\ 2x^2-20x & \\ -(2x^2-8x) & \\ -12x+48 & \end{array}$$

$v_B = 2v_{ж}$



$r_{ж} = \sqrt{5^2+(5\sqrt{7})^2} = \sqrt{25+25\cdot 7} = \underline{5\sqrt{8}}$

$r_B = \sqrt{2^2+(2\sqrt{7})^2} = \sqrt{4+4\cdot 7} = \underline{2\sqrt{8}}$

$l_{ж} =$

$r_{ж} =$

$t_{ж} = \frac{l_{ж}}{v_{ж}} = \frac{10\pi\sqrt{8}}{v_{ж}}$

$t_B = \frac{l_B}{v_B} = \frac{4\pi\sqrt{8}}{2v_{ж}} = \frac{2\pi\sqrt{8}}{v_{ж}}$

Ровно 5 встреч – координат

т.е. жук — 1 круг
вод. — 5 кругов

$l_{ж} = 10\pi\sqrt{8}$

$2\pi\sqrt{8}$ – проходит ж

$X_{ж} =$

$y_{ж} =$

$y_{ж} = k x_{ж}$

$y_B = k x_B$

1)

$\frac{T_{ж}}{4}$

$\frac{y_{ж}}{y_B} = \frac{x_{ж}}{x_B}$

$x^3 - 2x^2 + x - 19$

$32 + 48 - 80$

ОДЗ:

$\frac{\cancel{27}}{9} - 18 - 60 + 48$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases}$$

1) $|y-6-x| < 0$ и $|y-6+x| < 0$

$x+6-y+6-x-y=12$

$-2y=0$

$\boxed{y=0}$ — 1 решение

$(|x|-8)^2+36=a$

$a\in[36;\sqrt{40}) = [36; 2\sqrt{10})$

2) $y-6-x<0$ и $y-6+x\geq 0$

$x+6-y+y-6+x=12$

$2x=12$

$\boxed{x=6}$

$4+(|y|-6)^2=a$

при $y=-2$ $\quad a=4+16=20$

при $y=0$ $\quad a=4+36=40$

$a\in[2\sqrt{5}; 4\sqrt{5}]$

не подходит (см 3)

$y-6+x<0$

$y<6-x$

1) $y-6-x<0$

$y-x<6$

$\boxed{y<x+6}$

$-6+x\leq 0$

$x\leq 6$

$-6+x<0$

$-6+x<0$

$x<-6$

-6

$6+x<0$

$\boxed{x<-6}$

$x-6<0$

$\boxed{x<6}$

$x<-6$

$y-6-6<0$

$\boxed{y<12}$

$y-6+6\geq 0$

$\boxed{y\geq 0}$

3) $y-6-x \geq 0$ и $y-6+x < 0$

$y-6-x+6-x-y=12$

$-2x=12$

$\boxed{x=-6}$

$\boxed{\begin{cases} y \geq 0 \\ y < 12 \end{cases}}$

$\cancel{BC \cdot AB = BF^2}$

$\cancel{6AB = BF^2}$

$\cancel{BF = 6}$

$\cancel{AB = 6}$

те же решения a.

$S_{ACF} = \frac{1}{2} AC \cdot AF = S$

4) $y-6-x \geq 0$ и $y-6+x \geq 0$

$y-6-x+y-6+x = 12$

$2y = 24$

$\boxed{y=12}$

$6-x \geq 0$

$\boxed{x \leq 6}$

$6+x \geq 0$

$\boxed{x \geq -6}$

$x=6$

$6-x \geq 0$

$6+x \geq 0$

$x \leq 6$

$x \geq -6$

$DA \cdot AF = AB^2$

$S_{ACF} = \frac{AC \cdot CF \cdot AF}{4R}$

$AC = \frac{DC\sqrt{2}}{2}$

$DB = DF \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$(|x|-8)^2 + 36 = a$

$AF = \frac{BD\sqrt{2}}{2}$

$\boxed{AF = \frac{AB^2}{AD}}$

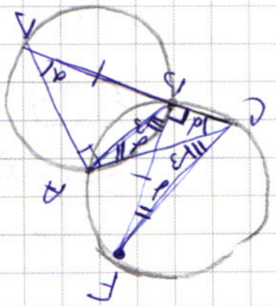
$DF \cdot AF = BF^2$

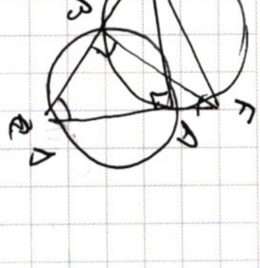
$\sqrt{2} DB \cdot AF = BF^2$

$AB = \sqrt{36 + AC^2 - 12AC \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}$

$AF = \frac{36 + AC^2 - 6AC\sqrt{2}}{AD}$

$CB \cdot FB = AC \cdot FD$



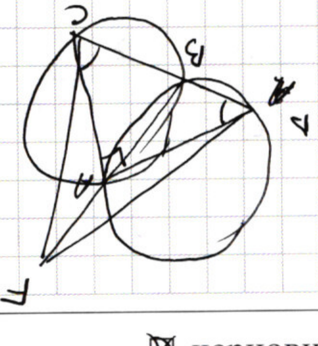


$BF^2 = 36 + CF^2 = 136$

$BF = \sqrt{136}$

$BD = \sqrt{136}$

$AD = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (\sqrt{136} + 6)$



☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$2-3+7-4=2$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2x^4-3x^2+7x^2-4x-2+6\geq 0$

$2x^4-3x^3+7x^2-4x-2\geq 0$

$2x^3+7x>3x^2+4$

$2x^3-3x^2-7+4>0$

$x^2(2x^2+7)\geq x(3x^2+4)$

$x(2x^2+7)\geq 3x^2+4$

$700=2\cdot 350=2\cdot 2\cdot 175=2\cdot 2\cdot 5\cdot 35=2\cdot 2\cdot 5\cdot 5\cdot 7\cdot 1\cdot 1\cdot 1$

$4\cdot 5\cdot 5\cdot 7\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1$

1) Используется 2:

~~есть~~ $8!$

$b_2+b_4+b_6+\ldots+b_{3000}$ — ?

2) Используется 4:

$2\cdot 8!$

$8!$ 420

$\boxed{b_1+b_2+\ldots b_{3000}=S}$

$b_1+b_2+50b_3+\ldots+50b_6+\ldots+50b_{3000}=10S$

~~$b_1+2b_2+\ldots+50b_4+\ldots+S$~~

$\boxed{b_1+2b_2+\ldots+2b_4+\ldots+2b_{3000}=?}$

$b_3 \xrightarrow{q^3} b_6$

$b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad \ldots \quad b_{3000}$

$\boxed{\cancel{S=\frac{b_1(q^n-1)}{q-1}}}$

$4\cdot 6=24$

~~зна~~ $1\cdot 2\cdot 2\cdot 5$

$S_{\vdots 3}=\boxed{\cancel{10\ S=\frac{b_3(q^{3n}-1)}{q^3-1}}}$

$x^2(2x^2+7)-3x\cdot x(3x^2+4)+4\geq 0$

$\cancel{S_{\vdots 2}=b_2}$

$b_1+b_2+50b_3+\ldots+50b_6+\ldots+50b_{3000}=$

$=10b_1+10b_2+10b_3+\ldots+10b_{3000}$

$9b_1+9b_2-40b_3$

1) Разнестим двойки: есть $\frac{8\cdot 7}{2}=4\cdot 7=28$ вариантов

Разнестим единицы: есть $\frac{6\cdot 5\cdot 4}{6}=5\cdot 4=20$ вариантов

Разнестим 5: $\frac{3\cdot 2}{2}=3$ в.

7: 1 в

$28\cdot 20\cdot 3\cdot 1=28\cdot 20\cdot 3$

$56\cdot 3=150+18=168$

$2x^4-3x^3+7x^2-4x-2 \,\big|\, x-1$

$2x^3-x^2+6x+2$

$0\leq 2+x9+{}_2x-{}_{\varepsilon}x2$

$0\leq 9+x-{}_2x2$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24$$

ОДЗ: $x^3-4x+80\geq 0$

$\cancel{\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\left(x^2+10x+24\right)\geq 0}$

$$\frac{x+6}{\sqrt{2}}\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24=(x+6)(x+4)$$

$\cancel{1)\ x\leq -6 \Rightarrow x^2+10x+24\leq 0 \Leftrightarrow}$

$$\frac{x+6}{\sqrt{2}}\sqrt{x^3-4x+80}=(x+6)(x+4)$$

$-216+24+80<0$

$x=-6$ — не корень

$$\sqrt{\frac{x^3-4x+80}{2}}=x+4$$

$x+4\geq 0$ $\quad$ $x\geq -4$

$$\frac{x^3-4x+80}{2}=x^2+8x+16$$

$$x^3-4x+80=2x^2+16x+32$$

$$x^3-2x^2-20x+48=0$$

$\frac{1-4,\dots}{4}=\frac{-3\dots}{4}\approx 4\frac{3}{4}$

$\frac{1+4\dots}{4}\approx\frac{5}{4}$

$-1-4\dots$ $\quad$ $-\frac{5}{4}$

$36\cdot 6=216$

$\frac{-1+4}{4}\approx\frac{3}{4}$

☒ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)