

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

- 1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
- 2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?
- 3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.
- 4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x - 2| + 4 \geq 0$.
- 5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0(-2; -2\sqrt{7})$ и $N_0(5; 5\sqrt{7})$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.
- 6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF .
б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF .
- 7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y - 6 - x| + |y - 6 + x| = 12, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1.

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e \cdot f \cdot g \cdot h : \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} \cdot \bar{d} \cdot \bar{e} \cdot \bar{f} \cdot \bar{g} \cdot \bar{h} = 700$$

Разложим 700 на простые множители:

$$700 = 7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2$$

Заметим, что каждое из чисел $a, b, \dots, h < 10$.

На первом месте может стоять:

7

5

2

2 × 2

1

т.е. 5 вариантов

$V(a)$ - к-во вариантов значения числа a .

$$V(a) = 5.$$

Заметим, что всего у нас 4 варианта значения числа, отличные от 1. Нам нужно использовать либо набор цифр $\{7, 5, 2, 2, 5\}$ либо $\{7, 5, 4, 5\}$.

Рассмотрим 1 вариант:

Выберем 5 из 8 мест, которые займут цифры 7, 5, 2, 2, 5, а остальные займем единицами.

$$C_8^5 = \frac{8!}{(8-5)! \cdot 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{2 \cdot 3} = 56 \text{ вариантов выбрать 5 из 8.}$$

Теперь нужно выбрать какие места будут занимать какие цифры:

Сначала не будем учитывать повторения: $5!$

Меньше повторений: C_5^5

$$\text{Итого: } 5! - C_5^2 = 120 - \frac{120}{6 \cdot 2} = 120 - 10 = 110 \text{ вариантов для каждого 5 элементов} \\ \text{набора } C_2^5 \cdot (5! - C_5^2) = 56 \cdot 110 = 6160.$$

Рассмотрим 2 вариант.

Выберем 4 элемента из 6:

$$C_6^4 = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 4} = 70$$

Теперь выберем какие места будут занимать какие цифры:

Система не будет группировать повторение: $4!$
 Повторений $C_4^2 = \frac{4!}{2!2!} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$
 Итого $4! - C_4^2 = 24 - 6 = 18$.
 $\Rightarrow$ Вариантов для 2-го набора: $C_2^4 \cdot (4! - C_4^2) =$
 $= 70 \cdot 18 = 1260$

Итого для 2-х наборов: $1260 + 6160 = 7420$

Ответ: 7420 чисел.

Задача №3.

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right) \sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24.$$

$$\frac{x+6}{\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+4)(x+6).$$

$$(x+6) \sqrt{x^3 - 4x + 80} - \sqrt{2}(x+4)(x+6) = 0$$

$$(x+6) (\sqrt{x^3 - 4x + 80} - \sqrt{2}(x+4)) = 0$$

$$x+6=0$$

$$x = -6$$

$$\sqrt{x^3 - 4x + 80} = \sqrt{2}(x+4) \quad \left| \begin{array}{l} \text{возводим в квадрат} \\ x \geq -4. \end{array} \right.$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2(x+4)^2$$

$$x^3 - 4x + 80 = 2x^2 + 16x + 32$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$(x-4)(x^2 + 2x - 12) = 0$$

$$x^2 + 2x - 12 = 0$$

$$D = 4 + 12 \cdot 4 = 52$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{52}}{2} = -1 \pm \sqrt{13}$$

$$-1 - \sqrt{13} < -4 \Rightarrow \text{не входит в ОДЗ.}$$

$$x-4=0$$

$$x = 4$$

Ответ: $x = -6$

$$x = 4$$

$$x = -1 + \sqrt{13}$$

$$x = -1 - \sqrt{13}$$

Задача №7.

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 & ① \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = 9 & ② \end{cases}$$

① 1 случай при раскрытии модулей:
 $|y-6-x| > 0$, $|y-6+x| > 0$

$$y-6-x + y-6+x = 12$$

$$2y - 12 = 12$$

$$y = 12.$$

2 случай при раскрытии.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\{y-6-x\} > 0, \{y-6+x\} < 0$$

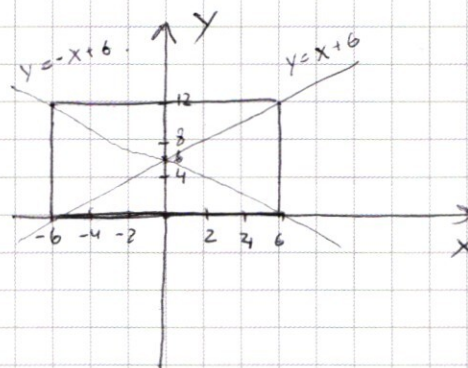
$$\begin{aligned} y-6-x - y+6-x &= 12 \\ -2x &= 12 \\ x &= -6. \end{aligned}$$

3 случай:

$$y-6-x < 0 \quad y-6+x > 0$$

$$\begin{aligned} -y+6+x + y-6+x &= 12 \\ 2x &= 12 \\ x &= 6. \end{aligned}$$

График 1-ой функции имеет форму прямоугольника:



4 случай:

$$y-6-x < 0 \quad y-6+x < 0$$

$$\begin{aligned} -y+6+x - y+6-x &= 12 \\ -2y &= 0 \\ y &= 0. \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \quad (|x|-3)^2 + (|y|-6)^2 = 9$$

1 случай

$$x > 0, y > 0.$$

$$(x-3)^2 + (y-6)^2 = 9$$

Сирдизмат с ради-
усом $\sqrt{9}$ и координ-
атами центра (3;6)
 $\omega(\sqrt{9}; (3;6))$

2 случай

$$x < 0, y > 0$$

$$\begin{aligned} (-x-3)^2 + (y-6)^2 &= 9 \\ (x+3)^2 + (y-6)^2 &= 9 \end{aligned}$$

$\omega(\sqrt{9}; (-3;6))$

3 случай:

$$x > 0, y < 0$$

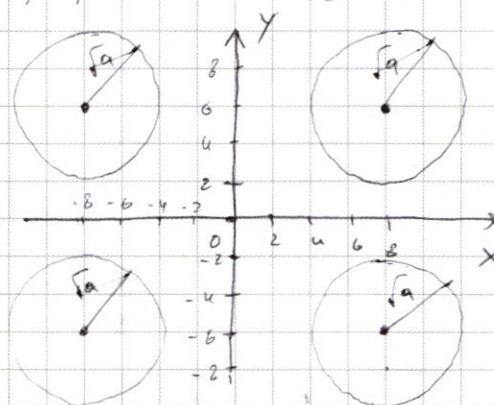
$$(x-3)^2 + (y+6)^2 = 9$$

$\omega(\sqrt{9}; (3;-6))$

4 случай:

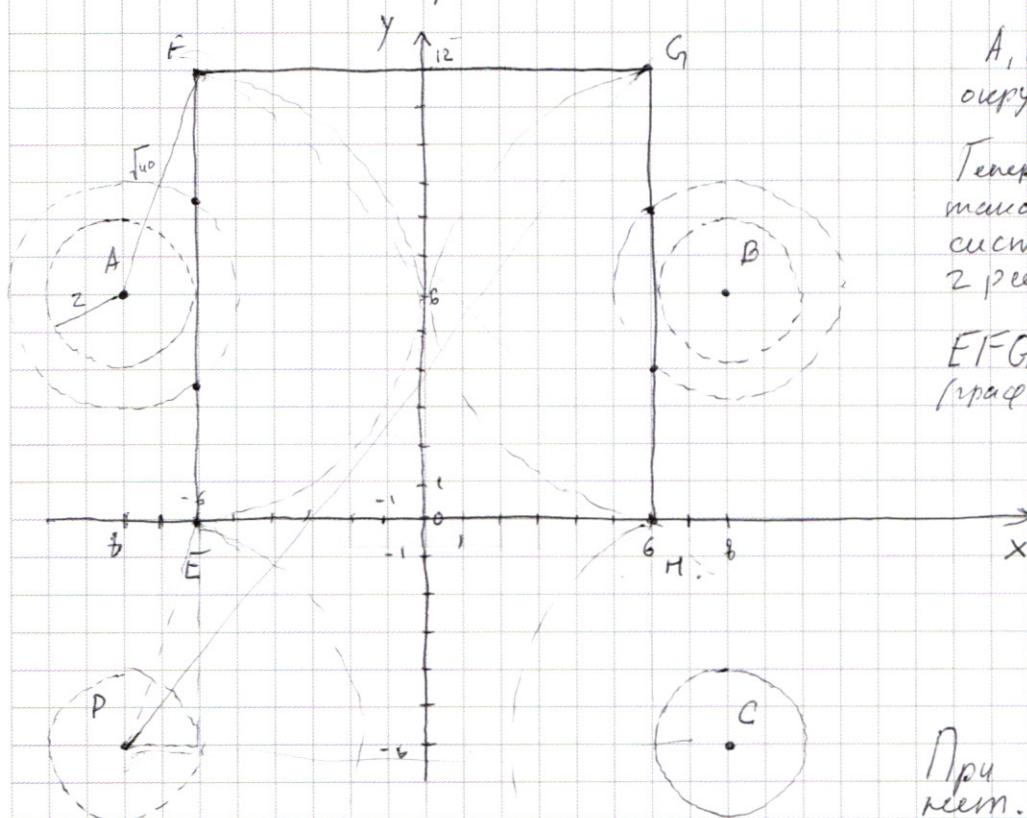
$$x < 0, y < 0.$$

График 2-ой функции



$$(x+3)^2 + (y+6)^2 = a \quad \omega(\sqrt{a}; (-3; -6))$$

Совместим графики.



A, B, C, D - центры окружностей.

Теперь подберем a такое, что данная система будет иметь 2 решения.

$EFGH$ - прямоугольник (график 1-ой функции).

При $a \leq 0$ решений нет.

При $a < 2^2$ ни одна окружность не касается $EFGH \Rightarrow$ решений нет.

При $a = 2^2$ $\omega(2; A)$ касается $EFGH \Rightarrow$ 2 решения.

При $4 < a < 2^2$ $\omega(\sqrt{a}; A)$ касается EF Пересекает $FE \Rightarrow$ 4 рещ.
 $\omega(\sqrt{a}; B)$ пересекает GH

При $a = 4$

$\omega(\sqrt{4}; A) \cap EFGH = \{F, U, E\}$

$\omega(\sqrt{4}; B) \cap EFGH = \{G, V, H\}$ 4 решения.

$\omega(\sqrt{4}; D) \cap EFGH = \{E, U\}$

$\omega(\sqrt{4}; C) \cap EFGH = \{H, V\}$

решений больше, чем 2.

При $a > 4$
 $a < 520$.

При $a = 520$ $\omega(\sqrt{520}; D) \cap EFGH = G \Rightarrow$ 2 решения.

При $a > 520$ $\omega(\sqrt{520}; C) \cap EFGH = F$
решений нет.

Ответ: $a = 4, a = 520$.

Задача №4.

$$2x^4 + 2x^2 - 4x - 3x^2/(x-2) + 4 \geq 0$$

Раскроем модуль:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} x < 2 \\ 2x^4 + x^2 - 4x - 6x^2 + 3x^3 + 4 \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

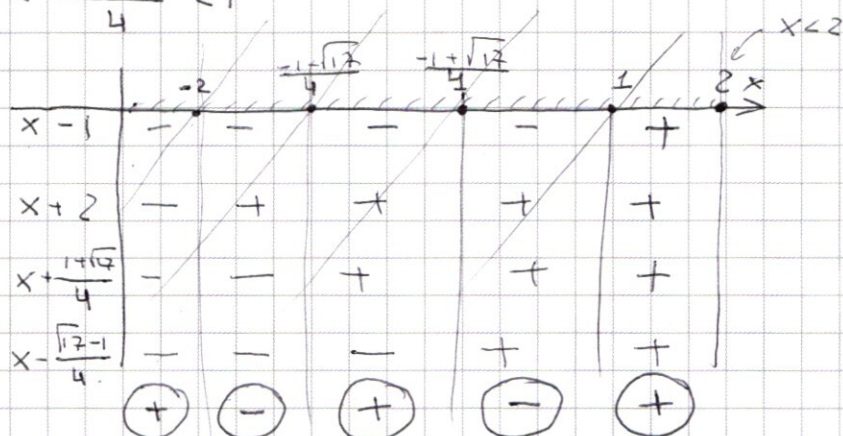
$$\begin{aligned} & 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0 \\ & (x-1)(2x^3 + 5x^2 - 4) \geq 0 \\ & (x-1)(x+2)(2x^2 - x - 2) \geq 0 \\ & (x-1)(x+2)\left(x + \frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right)\left(x - \frac{-1-\sqrt{17}}{4}\right) \geq 0. \end{aligned}$$

Нули: $1, -2, \frac{-1-\sqrt{17}}{4}, \frac{-1+\sqrt{17}}{4}$

$$-2 < \frac{-1-\sqrt{17}}{4} < -1$$

$$0 < \frac{-1+\sqrt{17}}{4} < 1$$

Порядок: $\frac{-1-\sqrt{17}}{4}, -2; \frac{-1+\sqrt{17}}{4}, -1+\sqrt{17}; 1$



$$\begin{cases} x \leq -2 \\ \frac{-1-\sqrt{17}}{4} \leq x \leq \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \\ 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ 2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\textcircled{2} \quad 2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

Докажем, что неравенство №2 верно при любых $x \geq 2$

$$2x^4 + 7x^2 + 4 \geq 3x^3 + 4x$$

$$2x^4 > 3x^3 \text{ при } x \geq 2$$

$$2x > 3$$

$$4 \geq 3 \Rightarrow \text{верно.}$$

$$7x^2 > 4x \text{ при } x \geq 2$$

$$7x > 4$$

$$14 \geq 4 \Rightarrow \text{верно.}$$

$$\Rightarrow x \geq 2.$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2x^4 + 7x^2 &> 3x^3 + 4x \\ 2x^4 + 7x^2 + 4 &> 3x^3 + 4x \end{aligned}$$

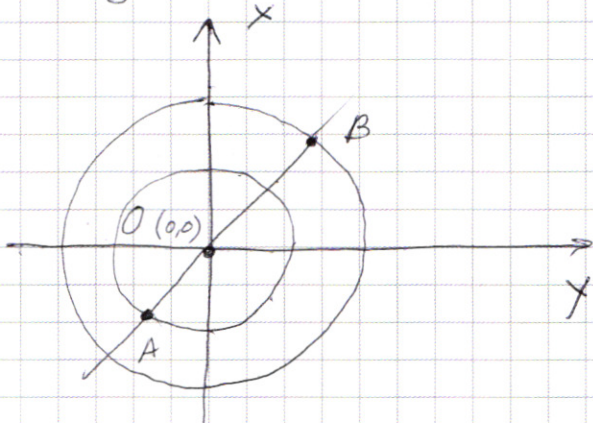
при любых $x \geq 2$.

Следовательно, решением совокупности систем (1) и (2) является:

$$\begin{cases} x \leq -2 \\ \frac{-1-\sqrt{17}}{4} \leq x \leq \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \\ x \geq 1 \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} x \leq -2 \\ \frac{-1-\sqrt{17}}{4} \leq x \leq \frac{-1+\sqrt{17}}{4} \\ x \geq 1 \end{cases}$

Задача №5.



$A(-2; -2\sqrt{7})$ - водомерка
 $B(5; 5\sqrt{7})$ - муха

ω_B - окр., по которой плавает водомерка
 ω_{μ} - муха

$\omega_B(4\sqrt{2}; 0)$
 $\omega_{\mu}(10\sqrt{2}; 0)$

$V = \gamma R$
 ↑ обильная скорость ↑ угловая скорость ← радиус окружности.

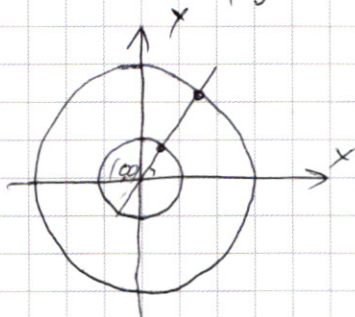
$V_B = \gamma_B \cdot 4\sqrt{2}$

$V_{\mu} = \frac{1}{2} V_B = \gamma_{\mu} \cdot 10\sqrt{2}$

$\gamma_B = \frac{V_B}{4\sqrt{2}}, \quad \gamma_{\mu} = \frac{V_{\mu}}{10\sqrt{2}}$

$\frac{\gamma_B}{\gamma_{\mu}} = \frac{20\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = 5 \Rightarrow$ угловая скорость водомерки в 5 раз больше угловой скорости муха.

Расстояние между насекомыми кратчайшее, когда они лежат на одной прямой, содержащей центр. (1)



L_{γ} - угловое расстояние (на сколько градусов повернулось насекомое)

$L_{\gamma} = t \cdot \gamma$

Условие (1) выполняется, когда

$t \gamma_B \equiv t \gamma_{\mu} \pmod{360}$

Угловое расстояние между насекомыми вначале было равно 180° , т.е. точки A, B и O лежат на одной прямой, задаваемой уравнением $y = x \cdot \sqrt{7}$.

Т.е. $L_{\gamma_B - \gamma_{\mu}} = 180^\circ = (\gamma_B - \gamma_{\mu}) t' \Rightarrow t' = \frac{180^\circ}{4\gamma_{\mu} - \gamma_B} = \frac{45^\circ}{\gamma_{\mu}} \Rightarrow$

Муха пройдет 45° от первой встречи $\Rightarrow$ ее координаты - $(0; R_{\mu})$, т.е. $(0; 10\sqrt{2})$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Теперь $L_{\gamma \text{ в-пе}} = 360^\circ$.

$$360^\circ = (\gamma_{\text{в}} - \gamma_{\text{пе}}) + \dots \Rightarrow \dots = \frac{360}{4 \gamma_{\text{пе}}} = \frac{90}{\gamma_{\text{пе}}} \Rightarrow \text{лучи}$$

пройдут еще 90° до второй встречи $\Rightarrow$
его координаты $(R_{\text{пе}}; 0)$, т.е. $(-10\sqrt{2}; 0)$.

Отсюда $L_{\gamma \text{ в-пе}} = 360^\circ \Rightarrow$ лучи отсюда пройдут
 90° до 3-ей встречи $\Rightarrow$ координаты $(0; -10\sqrt{2})$.

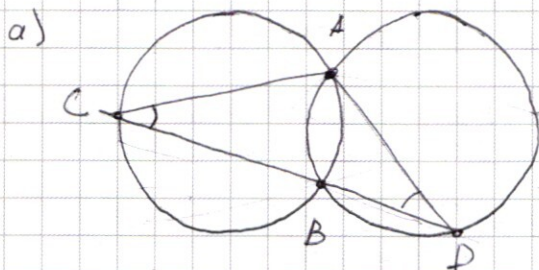
Отсюда $L_{\gamma \text{ в-пе}} = 360^\circ \Rightarrow$ координаты встречи $(10\sqrt{2}; 0)$.

А дальше идет цикл, где координаты луча
во время "встречи":
 $(0; 10\sqrt{2})$
 $(-10\sqrt{2}; 0)$
 $(0; -10\sqrt{2})$
 $(10\sqrt{2}; 0) \dots$

* Встреча - ситуация, описанная в условии 1.

Ответ: $(0; 10\sqrt{2})$
 $(-10\sqrt{2}; 0)$
 $(0; -10\sqrt{2})$
 $(10\sqrt{2}; 0)$.

Задача №6.

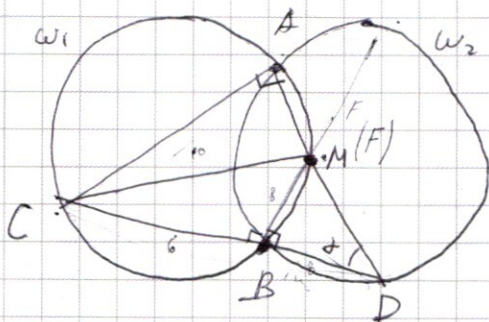


Т.к. $\angle CAD = 90^\circ$, то $\angle CAD =$
 $= 180^\circ - \angle ADB - \angle ACB$ (причем т.к.
радиусы равны, то $\angle ADB = \angle ACB$)

$$\Rightarrow 90^\circ = 180^\circ - 2\angle ADB \Rightarrow$$

$$\angle ADB = \angle ACB = 45^\circ \Rightarrow$$

$\triangle CAD$ - равнобедренный $\Rightarrow$
 $AC = AD$.



$M = AD \cap \omega_1$
 $M \in BF$, т.к. AMB по опр.
Вписанный четырехугольник $\Rightarrow$
 $\angle CAM + \angle CBM = 180^\circ \Rightarrow \angle CBM = 90^\circ$
 $\Rightarrow M \in BF$ (т.к. $\angle CBF = 90^\circ$).

$$\triangle ACP \sim \triangle DMB \text{ (по 2 общим углам.)} \Rightarrow \frac{AP}{AC} = \frac{DB}{DM} = 1$$

$$\Rightarrow DB = DM \Rightarrow M = F \text{ (по условию.)}$$

CM - диаметр, т.к. на CM опирается $\angle CDM = 90^\circ \Rightarrow$
 $CM \text{ (т.е. CF)} = 2R = 10.$

Отметим: $CF = 10.$

б) $BC = 6.$

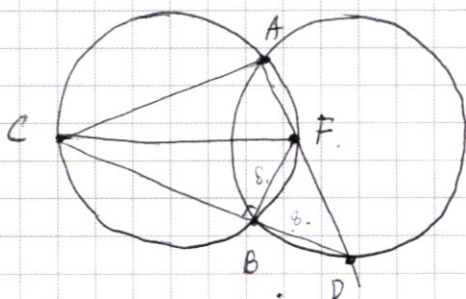
$\triangle CBF$ - прямоугольный $\Rightarrow$ по т. Пифагора $BC^2 + BF^2 =$
 $= CM^2 \Rightarrow BM = \sqrt{100 - 36} = 8. \text{ (т.е. BF=8)}$

$BM = BD \text{ (по условию)} \Rightarrow CP = CB + BD = 6 + 8 = 14.$

$DM = \frac{BD}{\cos 45^\circ} \Rightarrow DM = \frac{8 \cdot 2}{\sqrt{2}} = \frac{16}{\sqrt{2}}.$

$AP = CB \cdot \cos 45^\circ = \frac{14 \cdot \sqrt{2}}{2} = 7\sqrt{2}.$

$AM = AD - DM = 7\sqrt{2} - \frac{16}{\sqrt{2}}$

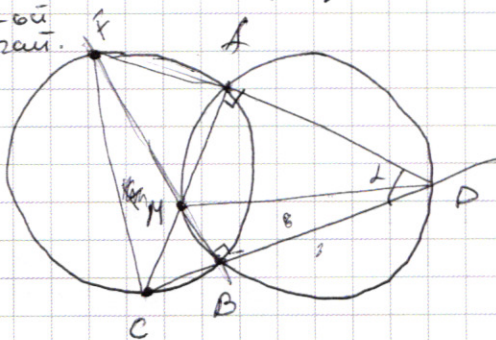


$BF = 8. \Rightarrow BD = 8 \Rightarrow FP = \frac{6}{\cos 45^\circ} =$

$= \frac{6 \cdot 2}{\sqrt{2}} = \frac{16}{\sqrt{2}}.$

$AD = 7\sqrt{2} \Rightarrow AM = 7\sqrt{2} - \frac{16}{\sqrt{2}} < 0$
 $\Rightarrow$ переходим ко 2-ому случаю.

2-ой
случай.



Здесь CF - диаметр (из 1-го случая)
 $\angle FBC = \angle FBD = 90^\circ \Rightarrow FC$ -
 диаметр и $CF = 2R = 10.$

Тогда F, A, D лежат на одной прямой
 т.к. $\angle FBP = 90^\circ$, а $\angle BFA = \angle BDA =$
 $= 45^\circ.$

$CB = 6, FC = 10 \Rightarrow$ в $\triangle FBC$ $FB = \sqrt{FC^2 - CB^2} = 8.$
 $FB = BD \text{ (по условию)} = 8. \Rightarrow CP = 14.$

из $\triangle ACD$:

$AD = CP \cdot \cos 45^\circ = CP \cdot \cos 45^\circ = \frac{14 \cdot \sqrt{2}}{2} = 7\sqrt{2}.$

$\uparrow FP = BP / \cos 45^\circ = \frac{8 \cdot 2}{\sqrt{2}} = \frac{16}{\sqrt{2}}.$
 из $\triangle BFD$

$FA = FP - AD = \frac{16}{\sqrt{2}} - \frac{14\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{\sqrt{2}}.$

$CA = AD = 7\sqrt{2}. \Rightarrow S_{\triangle CFA} = \frac{1}{2} FA \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot 7\sqrt{2} = 7$

Отметим: $S_{\triangle CFA} = 7.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

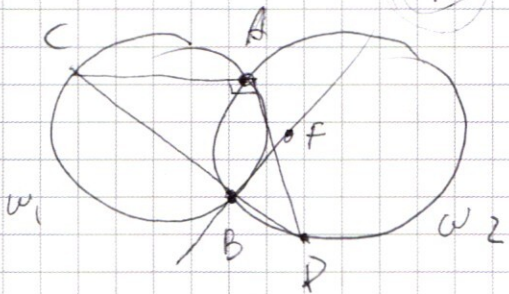
a b c d e f j h

700
100
20
4
2
1

7
5
2
2x2
1

7
5
2
2x2
1

1260
6160
7420



$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2 \mid x - 2 \quad 166 \quad 55 \quad 0$$

$$x - 2 > 0$$

$$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0$$

$$2 \cdot 16 - 3 \cdot 8 + 7 \cdot 4 - 8 + 4$$

$$32 - 24 + 28 - 4$$

$$\frac{1}{8} - \frac{3}{8} + \frac{7}{4} - 1 + 4$$

$$2x^4 + 7x^2 - 4x - 3x^3$$

$$2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4$$

$$2 \cdot 256 - 3 \cdot 64 + 7 \cdot 16 - 8 + 4$$

$$\frac{1}{8} - \frac{3}{8} + \frac{7}{4} - 2 + 4$$

$$2 \cdot 256 - 3 \cdot 64 + 7 \cdot 16 - 8 + 4$$

$$(x+1) \mid$$

$$x - 2 < 0$$

$$2x^4 - x^2 - 4x - 6x^2 + 3x^3 + 4 \geq 0$$

$$32 - 4 + 8 - 24 + 24 + 4$$

$$2x^4 + 3x^3 - 7x^2 - 4x + 4 \mid x+1$$

$$-2x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 8x + 4$$

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{8} - \frac{2}{4} - 2 + 4$$

$$2 + 3 - 7 + 4 - 4$$

$$2x^2 - 4x$$

$$x=1 \quad -2x^2 + 2x$$

$$(x+1)$$

$$2x^4 + 3x^3 - 7x^2 - 4x + 4 \mid x+1$$

$$-2x^4 + 2x^3$$

$$x^3 - 7x^2$$

$$x^3 + x^2$$

$$-8x^2 - 4x$$

$$-8x^2 + 8x$$

$$2x^3 + x^2 - 8x + 4$$

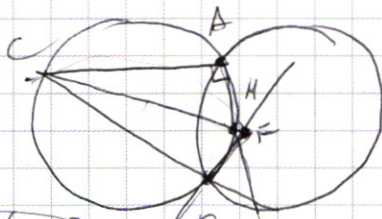
$$-16 + 4 + 16 + 4$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48$$

$$512 - 2 \cdot 64 = 160 + 48$$

$$3 \cdot 64$$

$$512$$



$$216 - 216 - 2 \cdot 36 + 20 \cdot 6 + 48$$

$$64 - 32 - 60 + 48 + 2$$

$$4 \quad 32 - 80$$

$$120$$

$$2(x^2 + 8x + 16) = 5$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$\frac{x^3 - 2x^2 - 20x + 48}{x^3 - 4x^2} \mid x - 4$$

$$x^2 + 2x - 12$$

$$4 + 48$$

$$2x^2 - 20x$$

$$2x^2 - 8x - 5$$

$$-12x + 48$$

$$16 \mid 16 - 16 - 4 + 8$$

$$D = 4 + 48$$

$$x(x^2 - 4)$$

$$x(x+2)(x-2) = 80$$

$$2 \quad 2 \quad 4 \quad 6$$

$$10 \quad 2 \quad 4 \quad 6 \quad 8 \quad 10 \quad 12 \quad 14$$

$$3 \quad 6 \quad 9 \quad 12$$

$$5$$

$$x^2 + 10x + 24 + 1 = 1$$

$$(x+5)^2$$

$$(x+4)(x+6)$$

$$(x-4)(x^2 + 2x - 12) =$$

$$x^3 + 2x^2 - 12x - 4x^2 - 8x + 48$$

$$x^3 - 2x^2 - 20x + 48$$

$$S$$

$$|x-6-x| + |x-6+x| = 12$$

$$2 \quad 4 \quad 6 \quad 8 \quad 10 \quad 12 \quad 14 \quad 16$$

$$3 \quad 6 \quad 9 \quad 12$$

$$4 \quad 5 \quad 7$$

$$-619 + 33 + 80 + 48$$

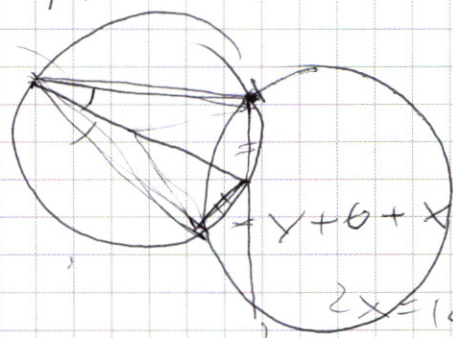
$$x > 0$$

$$x - 6 - x > 0$$

$$x - 6 + x > 0$$

$$2x - 12 = 12$$

$$x = 12$$



$$6 \cdot 8 = 48$$

$$2 \cdot 3 \cdot 8$$

$$8 \cdot 8 = 40 + 48$$

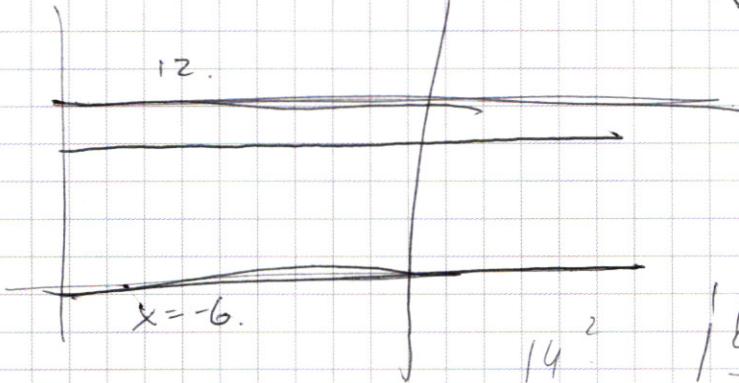
$$-8 - 8 + 40 + 48$$

$$97 - 18 - 60 + 48$$

$$x + 6 + x + x - 6 + x = 12$$

$$2x = 12$$

$$x = 6$$



$$14 \cdot 18$$

$$6$$

$$18$$

$$18$$

$$14$$

$$18$$

$$3 \quad 2 \quad 4$$

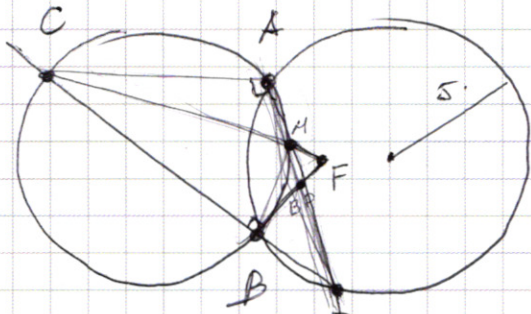
$$166$$

$$24$$

$$520$$

$$b^0 + b^{n-1} + b^{n-2} + \dots + b^2 + b^1 + 1.$$

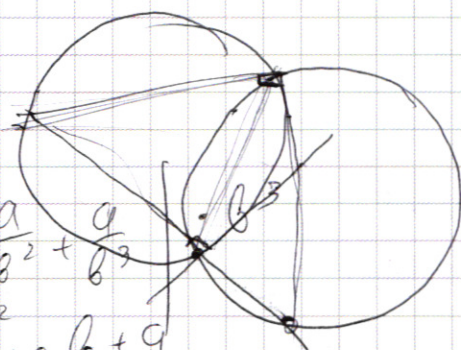
$$\frac{a}{2} + \frac{1}{u} - \frac{1}{6} + \frac{1}{10}$$



$$BD^2 = FM \cdot FC.$$

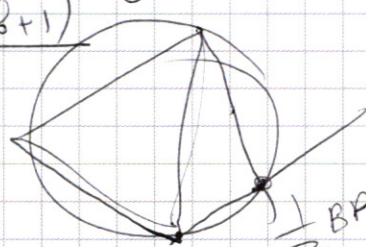
$$\frac{a}{b} + \frac{a}{b^2} + \frac{a}{b^3}$$

$$\frac{ab^2 + ab + a}{b^3}$$



$$\frac{a(b^2 + b + 1)}{b^3}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} BP \cdot PF$$



$$\frac{1}{2} BP \cdot PF \cdot \sin 45^\circ \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(S_{PAD} = S_{PBM}) - 62$$

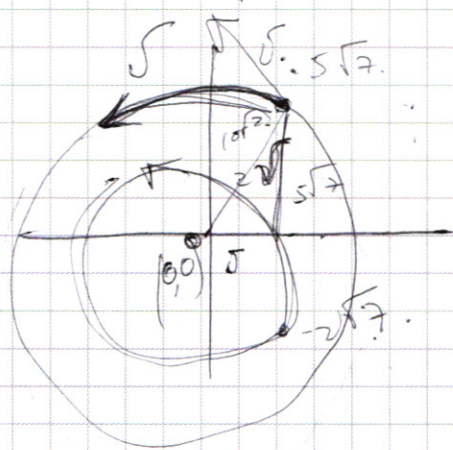
$$\frac{1}{2} BD \cdot PM \cdot \sin \alpha$$

$$FM = FB - BD$$

$$FM = (FB - BD)(FB)$$

$$FB^2 - FB \cdot BM$$

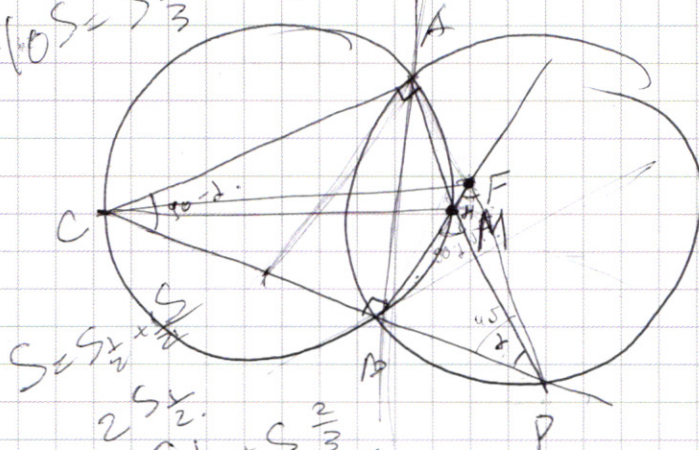
$$\frac{BD}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{2} BD \cdot \lg 2$$



$$\frac{25 \cdot 125 \cdot 7}{\sqrt{25 \cdot 8}}$$

$$\frac{2 \cdot 2 \sqrt{7}}{\sqrt{14 \cdot 14 \cdot 7}} \cdot 4 \sqrt{2}$$

$$S = S_{\frac{1}{3}} + S_{\frac{2}{3}} + S_{\frac{1}{3}} + S_{\frac{2}{3}}$$



$$10S = 5S_{\frac{1}{3}} + 5S_{\frac{2}{3}}$$

$$\frac{PB}{PA} = \frac{PM}{PC} = \frac{FB}{CA}$$

$$50S_{\frac{1}{3}} - 5S_{\frac{1}{2}} + 5S_{\frac{2}{3}} - 5S_{\frac{1}{2}}$$

$$PB_1$$

$$x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}$$

$$x^2 + x^2 = 200$$

$$y = \sqrt{200 - x^2}$$

$$y = \frac{1}{2} \sqrt{200 - x^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №2

$$S = S_a + S_b$$

Знаменатель геом. прогр. = k .

$$S_a = \frac{a}{k} + \frac{a}{k^3} + \frac{a}{k^5} + \dots + \frac{a}{k^{2999}} = \frac{a(k^{2998} + k^{2996} + \dots + k^2) + 1}{k^{2999}}$$

$$S_b = \frac{a}{k^2} + \frac{a}{k^4} + \dots + \frac{a}{k^{3000}} = \frac{a(k^{2998} + k^{2996} + \dots + k^2) + 1}{k^{3000}}$$

$$S = \frac{S_1}{k^{2999}} + \frac{S_1}{k^{3000}}$$

S_1 - сумма k в степени
индексов.

$$S = S_c + S_d$$

$$S_c = \frac{a}{k^3} + \frac{a}{k^6} + \dots + \frac{a}{k^{3000}} = \frac{a(k^{2997} + k^{2994} + \dots + k^3) + 1}{k^{3000}}$$

$$S_d = \frac{a}{k} + \frac{a}{k^2} + \frac{a}{k^4} + \frac{a}{k^5} + \dots + \frac{a}{k^{2998}} + \frac{a}{k^{2999}} =$$

$$= \frac{a(k^{2998} + k^{2997} + k^{2995} + \dots + k) + 1}{k^{2999}}$$

$$10S = 50S_c + S_d \Rightarrow S = 49S_c$$

$$S_f = \frac{a}{k^2} + \frac{a}{k^5} + \frac{a}{k^8} + \dots + \frac{a}{k^{2999}} = \frac{a(k^{2997} + k^{2994} + \dots + k) + 1}{k^{2999}}$$

$k^n \quad n \equiv 2 \pmod{3}$

$$S_m = S_d - S_f = S_{k^n \quad n \equiv 1 \pmod{3}}$$

$$10S = 50S_c + S_f + S_m$$

$$S_a = S_f + S_m + S_d - S_b$$

$$S_b = S_f + S_m + S_d - S_a$$

$$2S_b = 2S_f + 2S_m + 2S_d - 2S_a$$

$$2S_b = 2(S) - 2S_a$$



черновик

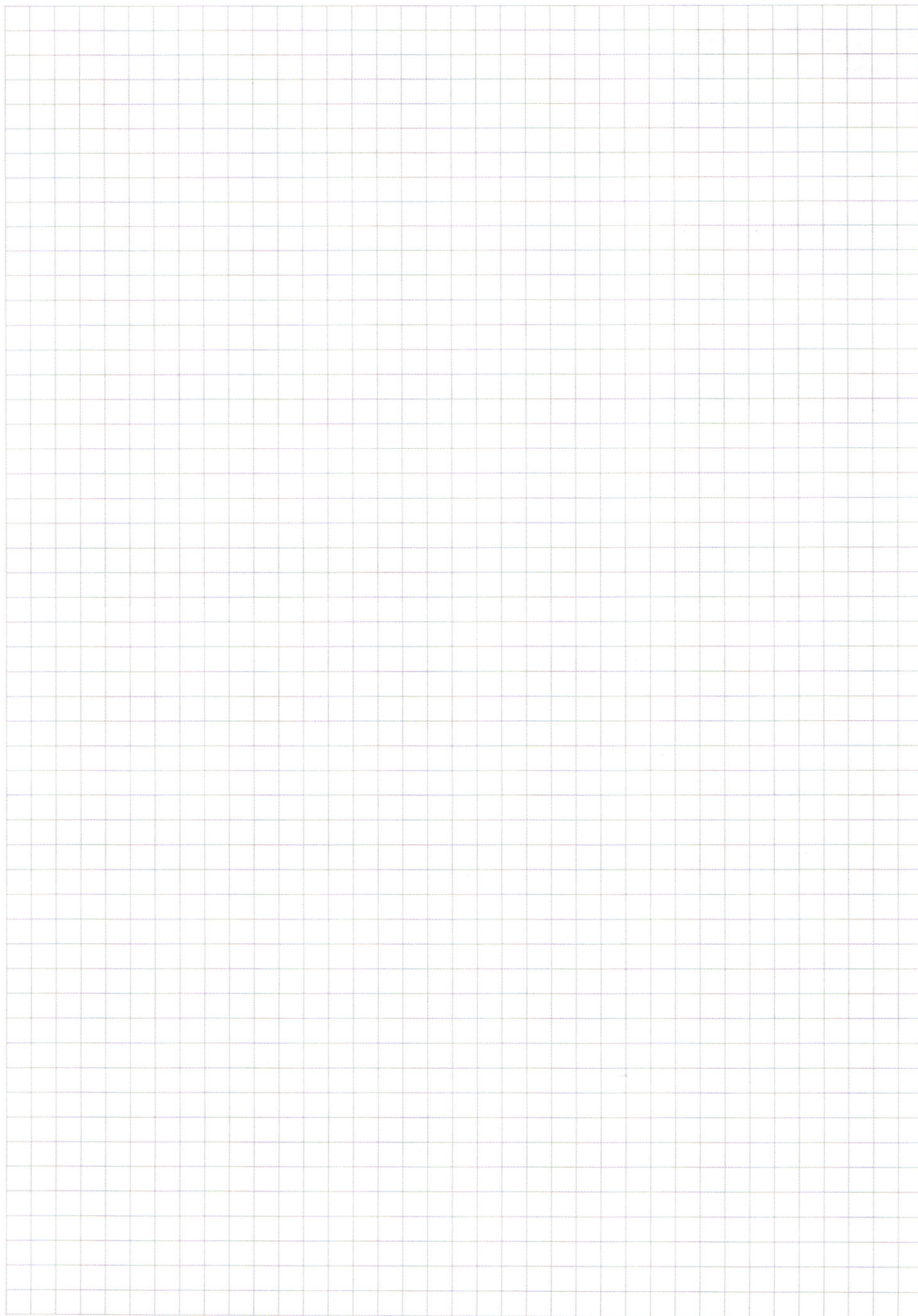


чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 4

(Нумеровать только чистовики)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)