

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Разложим 4900 на простые множители

$$4900 = 7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 - \text{шесть однозначных чисел.}$$

Тогда искомые 8-ми значные числа
будут получаться перестановками
следующих комбинаций:

$$7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1$$

$$7 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

Других быть не может,
т.к. необходимы
однозначные числа

5-искомое кол-во 8-ми значных чисел.

Числа получатся перестановками с
повторяющимися элементами

$$S = \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} + \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} = 4200$$

Ответ: 4200 чисел

№4

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 / (x+2) + 4 \geq 0$$

$$\begin{cases} 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0 \\ x \geq -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0 \\ x \leq -2 \end{cases}$$

По следствию из Т. Безу
определим целые корни

Т.к. целые корни выделить
не удаётся, проанализируем
эту выражение

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 =$$

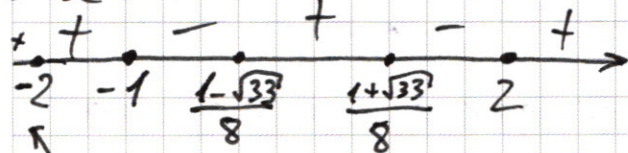
$$= (x+1)(4x^3 - 9x^2 + 4) =$$

$$= (x+1)(x-2)(4x^2 - x - 2)$$

$$(x+1)(x-2)(4x^2 - x - 2) \geq 0$$

$$\left[(x+1)(x-2) \left(x - \frac{1+\sqrt{33}}{8} \right) \left(x - \frac{1-\sqrt{33}}{8} \right) \right] \geq 0$$

$$\left[x \geq -2 \right.$$

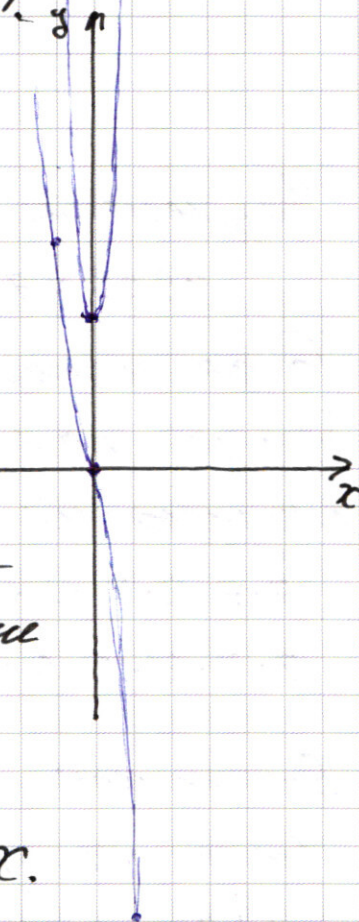


$$x \in [-2; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8} \right] \cup [2; +\infty)$$

$$(4x^4 + 8x^2 + 4) + (5x^3 + 3x^2 + 4x) \geq 0$$

$$(4x^4 + 8x^2 + 4) \geq -(5x^3 + 3x^2 + 4x)$$

Построим график



Из графика видно, что график
 $ф-и 4x^4 + 8x^2 + 4$ - парабола 4-й степени
 возрастает быстрее, чем график
 $-5x^3 - 3x^2 - 4x$. Значит данное
 выражение верно для любого x .

Тогда по ОДЗ

$$x \leq -2.$$

Тогда

$$x \in (-\infty; -2] \cup [-2; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8} \right] \cup [2; +\infty)$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8} \right] \cup [2; +\infty)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N 2

$$|y+x+8| + |y-x+8| = 16$$

$$\begin{cases} y+x+8 \geq 0 \\ y-x+8 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y+x+8 \leq 0 \\ y-x+8 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y+x+8 \leq 0 \\ y-x+8 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y+x+8 \geq 0 \\ y-x+8 \leq 0 \end{cases}$$

$$y=0$$

$$x=-8$$

$$y=-16$$

$$x=8$$

$$\begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \geq x-8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \geq x-8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \leq x-8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \leq x-8 \end{cases}$$

$$(|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$(x-15)^2 + (y-8)^2 = a$$

$$\begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$(x+15)^2 + (y-8)^2 = a$$

$$\begin{cases} x < 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

$$(x+15)^2 + (y+8)^2 = a$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

$$(x-15)^2 + (y+8)^2 = a$$

y

$$a=49$$

$$a=17^2$$

При $a = 49$ и $a = 289$ данная система имеет ровно 2 решения.

Ответ: $a = 49$; $a = 289$.

✓3

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{27}} + \frac{5\sqrt{27}}{2}\right) \cdot \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{27}} \cdot \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4)$$

$$\boxed{x = -10}$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Найдём радиусы окружностей:

$$R_k = \sqrt{1+8} = 3$$

$$R_n = \sqrt{4+32} = 6$$

Найдём отношение угловых скоростей

$$\omega = \frac{v}{R}$$

$$\frac{\omega_k}{\omega_n} = \frac{\frac{v_k}{R_k}}{\frac{v_n}{R_n}} = \frac{\frac{5}{2} v_n \cdot R_n}{v_n \cdot R_k} = 5 \Rightarrow \omega_k = 5 \omega_n$$

Найдём изначальные угловые координаты
(положительное против часовой стрелки)

$$\varphi_{k0} = \arccos\left(-\frac{1}{3}\right) = \arccos\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$\varphi_{n0} = -\arccos\left(\frac{2}{6}\right) = -\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$$

Найдём координату самой первой
встречи. Пусть она равна x

$$x = \varphi_k(t) = \varphi_{k0} - 5\omega_n t \Rightarrow \omega_n t = \frac{\varphi_{k0} - x}{5}$$

$$x = \varphi_n(t) = \varphi_{n0} - \omega_n t \Rightarrow \omega_n t = \varphi_{n0} - x$$

$$\varphi_{k0} - 5\varphi_{n0} = -4x$$

$$x = \frac{-\arccos\left(\frac{1}{3}\right) - 5\arccos\left(-\frac{1}{3}\right)}{4}$$

После этого момента рыбы встретятся по
угловой координате 4 раза и вернутся
в эту же точку

~~$$x_1 = \cos\left(\frac{-\arccos(\frac{1}{3}) - 5\arccos(-\frac{1}{3})}{4}\right), y_1 = \sin\left(\frac{-\arccos(\frac{1}{3}) - 5\arccos(-\frac{1}{3})}{4}\right)$$~~

К тому же, как караван проплывёт круг пещеры окажется в угловой координате:

$$x + \frac{2\pi}{5} = \varphi_{п20}$$

Тогда аналогично решая с предыдущими пунктами получим угловую координату второй впадины:

$$\frac{-\varphi_2 + x}{5} = -\varphi_2 + x - \frac{2\pi}{5}$$

$$\varphi_2 = x - \frac{\pi}{2} = \frac{-\arccos(\frac{1}{3}) - 5\arccos(-\frac{1}{3})}{4} - \frac{\pi}{2}$$

Аналогично

$$\varphi_3 = x - \pi$$

$$\varphi_4 = x - \frac{3}{2}\pi$$

$$\varphi_5 - \text{новый цикл}; \varphi_5 = x$$

Определим координаты пещеры в этой системе:

$$\begin{cases} x_1 = \cos x R_n = \cos\left(\frac{-\arccos(\frac{1}{3}) - 5\arccos(-\frac{1}{3})}{4}\right) \cdot 6 \\ y_1 = \sin x R_n = \sin\left(\frac{-\arccos(\frac{1}{3}) - 5\arccos(-\frac{1}{3})}{4}\right) \cdot 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = \cos \varphi_2 R_n = \cos\left(\frac{-\arccos(\frac{1}{3}) - 5\arccos(-\frac{1}{3})}{4} - \frac{\pi}{2}\right) \cdot 6 \\ y_2 = \sin \varphi_2 R_n = \sin\left(\frac{-\arccos(\frac{1}{3}) - 5\arccos(-\frac{1}{3})}{4} - \frac{\pi}{2}\right) \cdot 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_3 = \cos \varphi_3 R_n = \cos\left(\frac{-\arccos(\frac{1}{3}) - 5\arccos(-\frac{1}{3})}{4} - \pi\right) \cdot 6 \\ y_3 = \sin \varphi_3 R_n = \sin\left(\frac{-\arccos(\frac{1}{3}) - 5\arccos(-\frac{1}{3})}{4} - \pi\right) \cdot 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_4 = \cos \varphi_4 R_n = \cos\left(\frac{-\arccos(\frac{1}{3}) - 5\arccos(-\frac{1}{3})}{4} - \frac{3}{2}\pi\right) \cdot 6 \\ y_4 = \sin \varphi_4 R_n = \sin\left(\frac{-\arccos(\frac{1}{3}) - 5\arccos(-\frac{1}{3})}{4} - \frac{3}{2}\pi\right) \cdot 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_5 = \cos \varphi_5 R_n = \cos\left(\frac{-\arccos(\frac{1}{3}) - 5\arccos(-\frac{1}{3})}{4}\right) \cdot 6 \\ y_5 = \sin \varphi_5 R_n = \sin\left(\frac{-\arccos(\frac{1}{3}) - 5\arccos(-\frac{1}{3})}{4}\right) \cdot 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_6 = \cos \varphi_6 R_n = \cos\left(\frac{-\arccos(\frac{1}{3}) - 5\arccos(-\frac{1}{3})}{4} - \frac{3}{2}\pi\right) \cdot 6 \\ y_6 = \sin \varphi_6 R_n = \sin\left(\frac{-\arccos(\frac{1}{3}) - 5\arccos(-\frac{1}{3})}{4} - \frac{3}{2}\pi\right) \cdot 6 \end{cases}$$

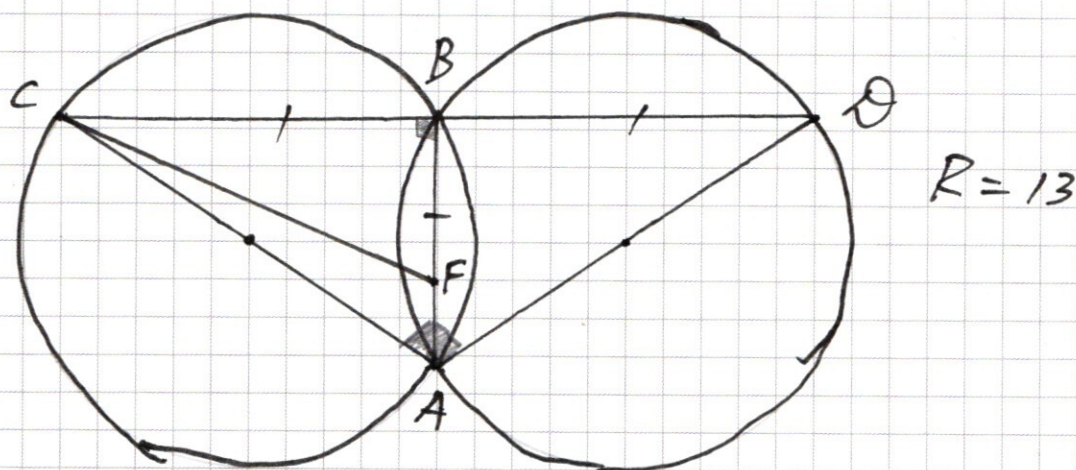
$$\begin{cases} x_7 = \cos \varphi_7 R_n = \cos\left(\frac{-\arccos(\frac{1}{3}) - 5\arccos(-\frac{1}{3})}{4} - \pi\right) \cdot 6 \\ y_7 = \sin \varphi_7 R_n = \sin\left(\frac{-\arccos(\frac{1}{3}) - 5\arccos(-\frac{1}{3})}{4} - \pi\right) \cdot 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_8 = \cos \varphi_8 R_n = \cos\left(\frac{-\arccos(\frac{1}{3}) - 5\arccos(-\frac{1}{3})}{4} - \frac{\pi}{2}\right) \cdot 6 \\ y_8 = \sin \varphi_8 R_n = \sin\left(\frac{-\arccos(\frac{1}{3}) - 5\arccos(-\frac{1}{3})}{4} - \frac{\pi}{2}\right) \cdot 6 \end{cases}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 6

Т.к. система симметрична относительно AB , то пер-метр к CD через B проходит через A .
Тогда $\angle CBA = \angle DBA = 90^\circ$ и вписан $\Rightarrow AC, AD$ - диаметры



• В пр-угл тр-ке ACD : $CD = 2BC = \sqrt{AD^2 + AC^2} = 2R\sqrt{2}$

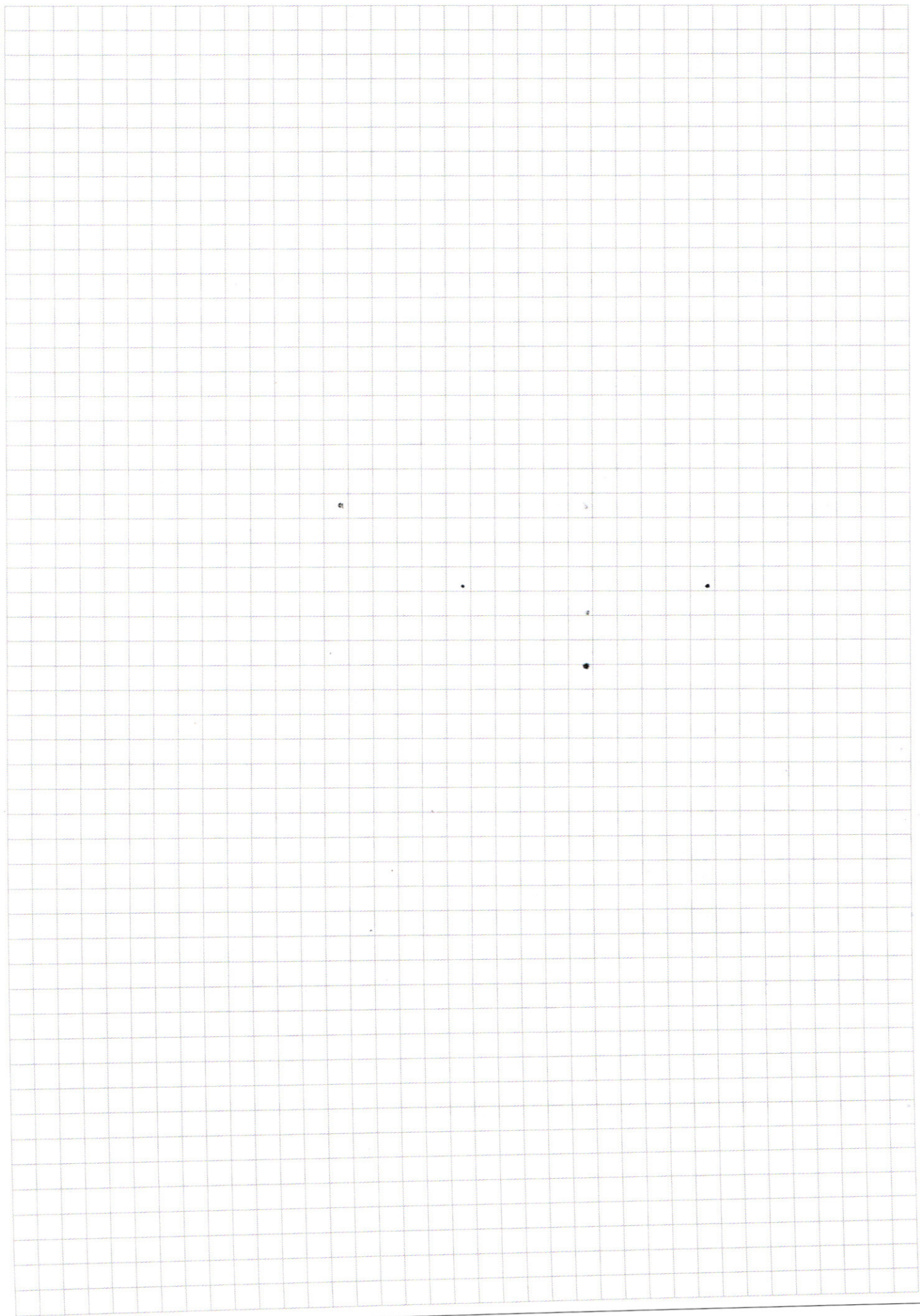
• тр-к ACD - р/б пр-угл; ΔBCF - р/б пр-угл $\Rightarrow$
 $\Rightarrow CFB \sim DCA$

• Тогда $\frac{BC}{AD} = \frac{CF}{CD}$

$$CF = \frac{BC \cdot CD}{AD} = \frac{BC \cdot 2BC}{2R} = \frac{R \cdot \sqrt{2} \cdot 2R\sqrt{2}}{2R} = 2R =$$

$$= 2 \cdot 13 \Rightarrow CF = 26$$

Т.к. $CF = 26 = 2R$, то $A = F$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$S = b_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$$

$$S_1 = b_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} + \frac{39b_1}{3} \cdot q^2 \cdot \frac{1-q^{3(n-\text{mod } n:3})}}{1-q^3} = 55$$

$$39b_1 \cdot q^2 \cdot \frac{1-q^{3n'}}{1-q^3} = 45 \Rightarrow 13b_1 \cdot q^2 \cdot \frac{1-q^{3(n-\text{mod } n:3})}}{1-q^3} = 45$$

$$S + \frac{2}{2} b_1 \cdot q \cdot \frac{1-q^{2(n-\text{mod } n:2})}}{1-q^2} \Rightarrow b_1 \cdot q \cdot \frac{1-q^{2(n-\text{mod } n:2})}}{1-q^2}$$

$$|y+x+8| + |y-x+8| = 16$$

$$\begin{cases} y+x+8 \geq 0 \\ y-x+8 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \geq x-8 \end{cases}$$

$$y=0$$

$$\begin{cases} y+x+8 \leq 0 \\ y-x+8 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \geq x-8 \end{cases}$$

$$x=-8$$

$$\begin{cases} y+x+8 \leq 0 \\ y-x+8 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq -x-8 \\ y \leq x-8 \end{cases}$$

$$y=-16$$

$$\begin{cases} y+x+8 \geq 0 \\ y-x+8 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq -x-8 \\ y \leq x-8 \end{cases}$$

$$x=8$$

$$(|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$(x-15)^2 + (y-8)^2 = a$$

$$\begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$(x+15)^2 + (y-8)^2 = a$$

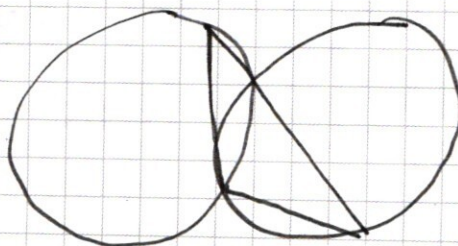
$$\begin{cases} x < 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

$$(x+15)^2 + (y+8)^2 = a$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ y < 0 \end{cases}$$

$$(x-15)^2 + (y+8)^2 = a$$

$$\sqrt{64 + 225} =$$



$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 15 \\ 15 \\ \hline 75 \\ 15 \\ \hline 225 \\ 225 \\ \hline 450 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ 119 \\ 119 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$(x+10)(x-4)$$

$$x^3 - 64x + 200 \geq 0$$

~~$\sqrt{2}$~~

$$\begin{array}{r} \times 16 \\ 8 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$\left(\frac{x+10}{2\sqrt{2}}\right) \cdot \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4)$$

$$(x+10) \left(\frac{\sqrt{x^3 - 64x + 200}}{2\sqrt{2}} - (x-4) \right) = 0$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 256 \\ 40 \\ \hline 10240 \end{array}$$

$$x = -10$$

$$\begin{array}{r} \times 16 \\ 8 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2} \cdot (x-4)$$

$$\begin{array}{r} \times 49 \\ 7 \\ \hline 343 \end{array}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} \times 343 \\ 72 \\ \hline 686 \end{array}$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128$$

$$\begin{array}{r} \times 16 \\ 16 \\ \hline -96 \\ 16 \\ \hline 2401 \\ 256 \end{array}$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$x^3 - 64x + 200 \geq 0$$

$$\begin{array}{l} -2; -3 \\ 2; 4 \end{array}$$

$$56x \leq 128 \quad x^2 - 8x + 16$$

$$7x \leq 16$$

$$x \leq \frac{16}{7}$$

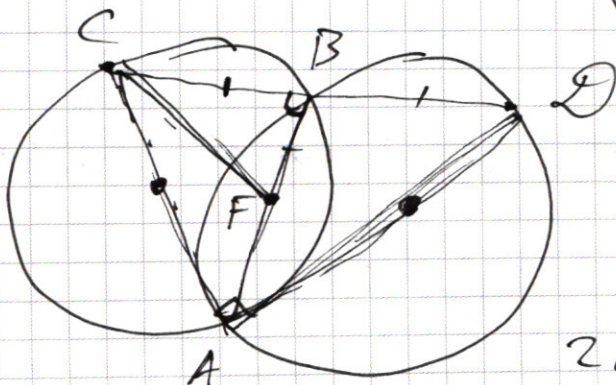
$$\frac{16^3}{7^3} = \frac{8 \cdot 16^2}{7^2} + 72 = 0!$$

$$\frac{16^2}{7^2} \left(\frac{16}{7} - 8 \right) + 72 =$$

$$= \frac{256}{49} \left(-\frac{40}{7} \right) + 72 =$$

$$= -\frac{10240}{343}$$

$$x_{120} = x + \omega_n \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5\omega_n} = x + \frac{2\sqrt{5}}{5}$$



$$\frac{BC}{2R} = \frac{CF}{2BC}$$

$$2BC = \sqrt{4R^2 + 4R^2}$$

$$CF = \frac{BC^2}{R}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\cos(30+45) = \cos 30 \cos 45 - \sin 30 \sin 45 =$$

$$\cos(60+30) = \cos 60 \cos 30 - \sin 60 \sin 30 =$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$(2x^2 + 2)^2 + (5x^3 + 3x^2 + 4x) =$$

$$= (2x^2 + 2)^2 + x(5x^2 + 3x + 4)$$

$$x \leq -2$$

$$16x^3 + 15x^2 + 22x + 4 \geq 0$$

$$(x+a)(16x^2+bx+c)$$

$$16x^3+bx^2+cx+16ax^2+abx+ac$$

$$\begin{cases} 16a+b=15 \\ ab+c=22 \\ ac=4 \end{cases} \Rightarrow c=22-ab \Rightarrow 22-ab=\frac{4}{a}$$

$$b=15-16a$$

$$22-a(15-16a)=\frac{4}{a}$$

$$22-15a+16a^2=\frac{4}{a}$$

$$16a^3-15a^2+22a-4$$

$$-(5x^3+3x^2+4x)$$

$$40 +$$

$$64+32+4$$

$$16x^3+16x > -15x^2-6x-4$$

$$16x^3+15x^2+22x+4 > 0$$

$$3x^3+5x^2+11$$

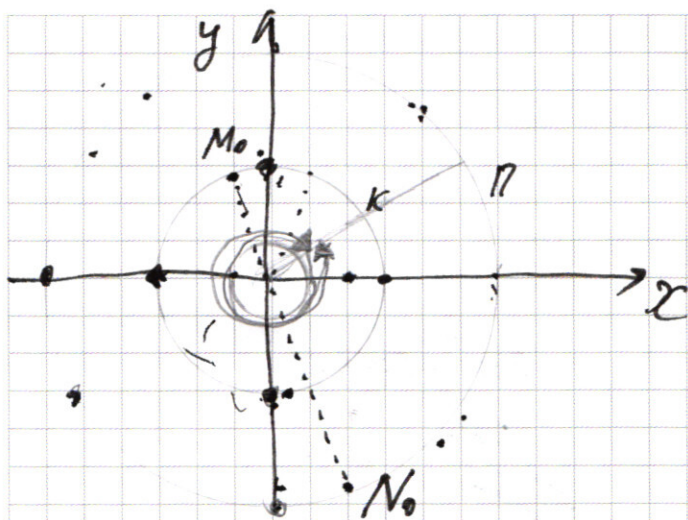
$$6x$$

$$8x^2$$

$$(2x^2)^2 + 2 \cdot 2 \cdot 2x^2 + 2^2 =$$

$$= (2x^2 + 2)^2$$

$$4x^4 + 8x^2 + 4$$



$$R_k = \sqrt{1+8} = 3$$

$$R_n = \sqrt{4+32} = 6$$

$$\omega_k = \frac{5}{2} \omega_n$$

$$\varphi_{k0} = \arccos\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$\varphi_{n0} = -\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\varphi_k(t) = \varphi_{k0} - \frac{5}{2} \omega_n t$$

$$\varphi_n(t) = \varphi_{n0} - \omega_n t$$

$$\omega = \frac{v}{R}$$

$$\frac{5 \cdot \omega_n}{2 \cdot 3} = x \cdot \frac{\omega_n}{6}$$

$$x = 5$$

$$\omega_k = 5 \omega_n$$

$$\varphi_{k0} - \frac{5}{2} \omega_n t = \varphi_{n0} - \omega_n t$$

$$2 \arccos\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{3}{2} \omega_n t$$

$$\frac{3}{2} \omega_n t = \arccos\left(-\frac{1}{3}\right) + \arccos\left(\frac{1}{3}\right) = \pi$$

$$\frac{3}{2} \omega_n t = \pi$$

$$t = \frac{2\pi}{3 \cdot \omega_n}$$

4 узла/круг.

(с учетом первой)

без учета последней)

$$\varphi_k(t) = \varphi_{k0} - 5 \omega_n t \Rightarrow \omega_n t = \frac{-\varphi_k(t) + \varphi_{k0}}{5}$$

$$\varphi_n(t) = \varphi_{n0} - \omega_n t \Rightarrow \omega_n t = \frac{\varphi_{n0} - \varphi_n(t)}{1}$$

$$\varphi_{k0} - \varphi_k(t) = 5 \varphi_{n0} - 5 \varphi_n(t) \Rightarrow \varphi_2 + x = -5 \varphi_2 + 5x + 2\pi$$

$$4\varphi_2 = 4x + 2\pi$$

$$-\varphi_2 + x_1 = -\varphi_2 + x_1 + \frac{2\pi}{5}$$

$$\varphi_{k0} - 5 \varphi_{n0} = -4x$$

$$\omega_n t = \frac{-\varphi_2 + x_1}{5} \Rightarrow \varphi_2 = x + \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{5 \varphi_{n0} - \varphi_{k0}}{4} = \frac{-\arccos\left(\frac{1}{3}\right) - 5 \arccos\left(-\frac{1}{3}\right)}{4}$$

- координата первой вершины

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$4000 \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 5 \\ 5 \end{array} = 7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$

$\downarrow$
 4

$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$
 $7 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1$
 $7 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$

$8 \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square$

$\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} + \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} =$

$= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{16} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} =$

$= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{42 \cdot 60} + \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{56 \cdot 30}$

$2520 + 1680$

$\begin{array}{r} 1 \\ \times 42 \\ 60 \\ \hline 2520 \\ 1 \\ \times 56 \\ 30 \\ \hline 1680 \\ 11 \\ + 1680 \\ \hline 2520 \\ 4200 \end{array}$

$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
 $S = b_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$

$S_1 = (40b_1 \cdot q^2) \cdot \frac{1-q^{3n}}{1-q^3} + b_1 \cdot \frac{1-q^{3n}}{1-q^3} + b_1 \cdot q \cdot \frac{1-q^{3n}}{1-q^3}$

$b'_3 = 40 \cdot b_3 \Rightarrow b'_n = 40 \cdot b_1 \cdot q^{n-1} = 40 \cdot b_1 \cdot q^{n-1}$

$b'_1 = 40(b_1 \cdot q^2) \cdot (q^3)^{n-1}$
 $b'_1 = b_1 \cdot (q^3)^{n-1}$
 $b'_2 = b_1 \cdot q \cdot (q^3)^{n-1}$

- каждый 3-й

$$\frac{1 \pm \sqrt{1+4 \cdot 2 \cdot 4}}{8} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8 \sqrt{4}}$$

$$\cancel{12x^2 + 18x} = 0$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 | x+2 | +4 \geq 0$$

$$\begin{cases} 4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 - 10x^2 + 4 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0 \\ x+2 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0 \\ x \geq -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0 \\ x \leq -2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \quad | \quad x+1 \\ \underline{4x^4 + 4x^3} \\ -9x^3 - 9x^2 \\ \underline{-9x^3 - 9x^2} \\ 0 + 4x + 4 \end{array}$$

$$\begin{aligned} (ax^2 + bx + c)(x^2 + dx + e) &\geq 0 \\ ax^4 + \underline{adx^3} + \underline{aex^2} + \underline{bx^3} + \underline{bdx^2} + \underline{bex} + \\ &\quad + \underline{cx^2} + \underline{cdx} + \underline{ce} = \\ &= ax^4 + x^3(ad+b) + x^2(ae+bd+c) + x(be+cd) + ce \end{aligned}$$

$$\begin{cases} (x+1)(4x^3 - 9x^2 + 4) \geq 0 \\ x \geq -2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 4x^3 - 9x^2 + 4 \quad | \quad x-2 \\ \underline{4x^3 - 8x^2} \\ -x^2 \\ \underline{-x^2 + 2x} \\ -2x + 4 \end{array}$$

$$\begin{cases} (x+1)(x-2)(4x^2 - x - 2) \geq 0 \\ x \geq -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=4 & 2^6 = 4^3 = 64 \\ ad+b=5 & \\ ae+bd+c=11 & 64 \neq 40 + 44 - 8 + 4 \\ be+cd=4 & \\ ce=4 & \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4d+b=5 \Rightarrow b=5-4d \\ 4e+bd+c=11 \\ be+cd=4 \\ ce=4 \Rightarrow c=\frac{4}{e} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 4^5 - 5 \cdot 64 & \quad \frac{b}{c} + \frac{d}{e} = 1 \\ 4^5 - 5 \cdot 64 & \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 4e + (5-4d)d + \frac{4}{e} = 11 \\ (5-4d)e + \frac{d}{e} = 4 \end{cases} \quad \left(\frac{4}{e} + 4e - 5 \right) \left(\frac{4}{e} + 4e - 5 \right) =$$

$$5e - 4de + \frac{d}{e} = 4 \quad = \frac{16}{e^2} + 16 - \frac{20}{e} + 16 + 16e^2 - 20e - \frac{20}{e} - 20e + 25 =$$

$$d\left(\frac{1}{e} - 4e\right) = 4 - 5e \quad = 16e^2$$

$$d = (4 - 5e)\left(\frac{1}{e} - 4e\right) = \frac{4}{e} - 16e - 5 + 20e = \frac{4}{e} + 4e - 5$$

$$4e + 5d - 4d^2 + \frac{4}{e} = 11$$

$$4^5 - 5 \cdot 64 + 11 \cdot 16 - 16 + 4 = 1024 + 164 - 320$$

$$4 \cdot 10^4 - 5 \cdot 10^3 + 11 \cdot 10^2 - 4 \cdot 10 + 4 \geq 0$$