

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 12

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [5 баллов] Бросили 90 правильных игральных костей (кубиков с цифрами от 1 до 6 на гранях; вероятность выпадения каждой из граней одна и та же) и посчитали сумму выпавших цифр. Какая из вероятностей больше: того, что эта сумма не меньше 500, или того, что эта сумма меньше 130?
2. [4 балла] Дана конечная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \dots, a_n$ с положительной разностью, причём сумма всех её членов равна S , а $a_1 > 0$. Известно, что если разность прогрессии увеличить в 4 раза, а её первый член оставить неизменным, то сумма S увеличится в 3 раза. А во сколько раз увеличится S , если разность исходной прогрессии увеличить в 2 раза (оставив первый член неизменным)?
3. [4 балла] Решите неравенство $(\sqrt{x^3 + x - 90} + 7) |x^3 - 10x^2 + 31x - 28| \leq 0$.
4. [5 баллов] Решите уравнение $5x^4 + x^2 + 8x - 6x^2|x + 4| + 16 = 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(-2; 4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба двигаются по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет наибольшим.
6. [5 баллов] а) Две параллельные прямые ℓ_1 и ℓ_2 касаются окружности ω_1 с центром O_1 в точках A и B соответственно. Окружность ω_2 с центром O_2 касается прямой ℓ_1 в точке D , пересекает прямую ℓ_2 в точках B и E и пересекает вторично окружность ω_1 в точке C (при этом точка O_2 лежит между прямыми ℓ_1 и ℓ_2). Известно, что отношение площади четырёхугольника BO_1CO_2 к площади треугольника O_2BE равно $\frac{4}{3}$. Найдите отношение радиусов окружностей ω_2 и ω_1 .
б) Найдите эти радиусы, если дополнительно известно, что $BD = 2$.
7. [7 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x - a)^2 + y^2 = 64, \\ (|x| - 8)^2 + (|y| - 15)^2 = 289 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

Минимально возможная сумма выпавших цифр $S_{\min} = 90 + 1 = 90$

Максимально возможная - $S_{\max} = 6 \cdot 90 = 540$

Вероятность выпадения 6 числа А -

- это кол-во вариантов выпадения

этого числа А на кол-во всех

возможных вариантов n_0 ; $P_A = \frac{n_A}{n_0}$ (*)

замечим, что только 1 вариант получить

$S_{\min}$ и $S_{\max}$ $P_{90} = P_{540} = \frac{1}{n_0}$ (1)

так же, вероятность выпадения чисел А или В

равна $P_{AB} = \frac{n_A + n_B}{n_0} = \frac{n_A}{n_0} + \frac{n_B}{n_0} = P_A + P_B$ (**)

поэтому, что вероятность выпадения 91 равна

вероятности выпадения 539

и для любого 90-ти вер. вып. (2)

т.к. ситуация симметрична

тогда $P_{90-129} = P_{90} + P_{91} + \dots + P_{126} + P_{129} =$

$= P_{540-501} = P_{540} + P_{539} + \dots + P_{502} + P_{501}$

т.к. в каждом выражении ≤ 40

т.к. $P_{S \leq 130}$ не учитывает P и $P_{90-129} = P_{540-501}$

$S = 130$ (строгое неравенство) и $\in [0; 39]$

а $P_{S \geq 500}$ учитывает

$S = 500$ (нестрог. нерав.)

$P_{540-500} = P_{90-129} + P_{500} \Rightarrow$ вероятность того, что сумма не меньше 500 больше

Ответ: вероятность того, что сумма выпавших цифр не меньше 300 - больше

№2

т.к. данная послед. а конечная,
д-разность прогр., $d > 0; a_1 > 0$
 $a_2 = a_1 + d; a_n = a_{n-1} + d$

то ее сумму S можно представить как
 $S = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) + \dots + (a_1 + (n-1)d) =$
 $= na_1 + d + 2d + \dots + (n-1)d$

т.к. послед. конечная, то будем считать

$$d + 2d + \dots + (n-1)d = k \cdot d, \quad k \in \mathbb{Z}, k \geq 0$$

тогда $S = na_1 + kd \quad (1)$

по усл. $3 \cdot S = na_1 + k(4d) \quad (2)$

пусть $\alpha S = na_1 + k(2d) \quad (3)$

числовой
д-коэф. увелич. S

$$(2) - (1) = 2S = 3kd \quad (*)$$

$$(3) - (2) = (\alpha - 3)S = -2kd$$

$\Downarrow$

$$(3 - \alpha)S = 2kd \quad (**)$$

разделим $(**)$ на $(*)$ $\frac{(3 - \alpha)S}{2S} = \frac{2kd}{3kd}$

$$\Rightarrow 3(3 - \alpha) = 4$$

$$9 - 3\alpha = 4$$

$$5 = 3\alpha$$

$$\alpha = \frac{5}{3}$$

т.е. S увеличится в $\frac{5}{3}$ раза

Ответ: S увеличится в $\frac{5}{3} = 1,6$ раза

№3

$$(\sqrt{x^3 + x - 90} + 7) |x^3 - 10x^2 + 31x - 28| \leq 0$$

замечем, что $|T| \geq 0$ по опр
 $\sqrt{T} \geq 0$ по опр

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

пусть $A = x^3 + x - 90$; $B = x^3 - 10x^2 + 31x - 28$

$$\sqrt{A} \geq 0 ; |B| \geq 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{A} + 7)|B| \geq 0$$

$$\sqrt{A} + 7 > 0$$

~~значит решение неравенства в~~

значит для выполн. неравенства $|B| = 0$

ОДЗ: $x^3 + x - 90 \geq 0$ (т.к. $\sqrt{x^3 + x - 90}$ при

т.е. $x(x^2 + 1) \geq 90$

$x^3 + x - 90 < 0$ не сущ.)

будем решать B. Подбором $x = 4$

$$\begin{array}{r} x^3 - 10x^2 + 31x - 28 \\ x^3 - 4x^2 \\ \hline -6x^2 + 31x - 28 \\ -6x^2 + 24x \\ \hline +7x - 28 \end{array} \quad \begin{array}{r} |x-4 \\ \hline x^2 - 6x + 7 \end{array}$$

$$x^3 - 10x^2 + 31x - 28 =$$

$$= (x-4)(x^2 - 6x + 7)$$

$$D = 36 - 28 = 8 = (2\sqrt{2})^2$$

т.о. $x^3 - 10x^2 + 31x - 28 =$ $x_{1,2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 3 \pm \sqrt{2}$

$$= (x-4)(x-3-\sqrt{2})(x-3+\sqrt{2}) = 0$$

проверим по ОДЗ $x = 4$.

$$4/(4^2 + 1) = 4/17 = 68 < 90 \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$3 - \sqrt{2} < 4 \Rightarrow \text{тоже не подходит}$$

проверим $x = 3 + \sqrt{2}$

$$(3 + \sqrt{2}) / ((3 + \sqrt{2})^2 + 1) = (3 + \sqrt{2}) / (9 + 2 + 6\sqrt{2} + 1) =$$

$$= (3 + \sqrt{2}) / 6(2 + \sqrt{2}) = 6(2 + 6 + 5\sqrt{2}) = 48 + 30\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} > 1,4$$

$$48 + 30 \cdot 1,4 = 48 + 42 = \frac{30}{1,4} = 42,0$$

$= 90 \geq 90$ т.к. $\sqrt{2} > 1,4$ то реальное значение подходит.

$(3+\sqrt{2})((3+\sqrt{2})^2+1)$
немного больше, значит тоже подходит по ОДЗ.

Значит $x = 3 + \sqrt{2}$ - ед. реш. пер-ва

Ответ: $x = 3 + \sqrt{2}$ - ед. реш. неравенства

ИЧ

$$5x^4 + x^2 + 8x - 6x^2 | x+4 | + 16 = 0$$

по сф.
модулю

$$\begin{cases} 5x^4 + x^2 + 8x - 6x^2(x+4) + 16 = 0 \\ x+4 \geq 0 \end{cases} \quad \textcircled{I}$$

$$\begin{cases} 5x^4 + x^2 + 8x + 6x^2(x+4) + 16 = 0 \\ x+4 \leq 0 \end{cases} \quad \textcircled{II}$$

решим $\textcircled{I}$

$$5x^4 - 6x^3 - 23x^2 + 8x + 16 = 0$$

подбором $x = 1$ ур. имеет не более 4 корней

по схеме Горнера

$$\begin{array}{cccccc} 5 & -6 & -23 & 8 & 16 & \\ & 1 & 5 & -1 & -24 & -16 & 0 \end{array}$$

$$5x^4 - 6x^3 - 23x^2 + 8x + 16 =$$

$$= (x-1)(5x^3 - x^2 - 24x - 16)$$

далее подбором из $\frac{a}{b}$

где a - делитель -16 ; $-16 : a$

b - делитель 5 ; $5 : b$

$x = -0,8$; по схеме

$$\begin{array}{cccccc} 5 & -1 & -24 & -16 & \\ -0,8 & 5 & -5 & -20 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{т.о. } (x-1)(5x^3 - x^2 - 24x - 16) &= (x-1)(x+0,8)(5x^2 - 5x - 10) = \\ &= 5(x-1)(x+0,8)(x^2 - x - 4) \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$D = 1 + 4^2 = (\sqrt{17})^2$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

т.е. $5(x-1)/(x+0,8)(x^2-x-4) = 5(x-1)/(x+0,8) \cdot$

$$x \geq -4$$

$$\cdot \frac{(2x-1-\sqrt{17})}{2} \left(x - \frac{1-\sqrt{17}}{2} \right)$$

тогда $x=1$, $x=-0,8$ подходят

$$x = \frac{1+\sqrt{17}}{2}; \quad \sqrt{17} \approx 4$$

$$x \approx \frac{1+4}{2} = 2,5 \geq -4$$

$$x = \frac{1+\sqrt{17}}{2} \text{ подходит} \quad \sqrt{17} \leq 5$$

$$x = \frac{1-\sqrt{17}}{2} = \frac{1-5}{2} = -2 \geq -4$$

$$\Rightarrow x = \frac{1-\sqrt{17}}{2} \text{ подходит}$$

т.е. все 4 корня подходят

решим 2 II

$$5x^4 + 6x^3 + 25x^2 + 8x + 16 = 0$$

$$x+4 < 0; \quad x \leq -4$$

$$5x^4 + 6x^3 + 25x^2 + 8x + 16 = 5x^4 + 6x^3 + 24x^2 + (x+4)^2 = 0 =$$

$$= x^2(5x^2 + 6x + 24) + (x+4)^2 = 0; \quad (x+4)^2 \geq 0$$

вершина $5x^2 + 6x + 24$ по O_x по O_y

$$x_6 = \frac{-6}{2 \cdot 5} = -0,6$$

$$\text{тогда } y_6 = 5 \cdot 0,36 - 3,6 + 24 = 1,8 - 3,6 + 24 = 22,2$$

$$x^2 \geq 0 \quad \text{при } x \neq 0, \quad x^2 > 0$$

тогда $\underbrace{x^2}_{=0} (\underbrace{5x^2 + 6x + 24}_{=0 \text{ в вершине}}) + (\underbrace{x+4}_{=0})^2$ (при $x \neq 0$)

$$\Rightarrow x^2 (5x^2 + 6x + 24) + (x+4)^2 > 0 \quad \text{при } x \neq 0$$

$$x^2 = 0 \Rightarrow x^2 (5x^2 + 6x + 24) = 0$$

$$(0+4)^2 = 16$$

$$\Rightarrow x^2 (5x^2 + 6x + 24) + (x+4)^2 = 16 \quad \text{при } x=0$$

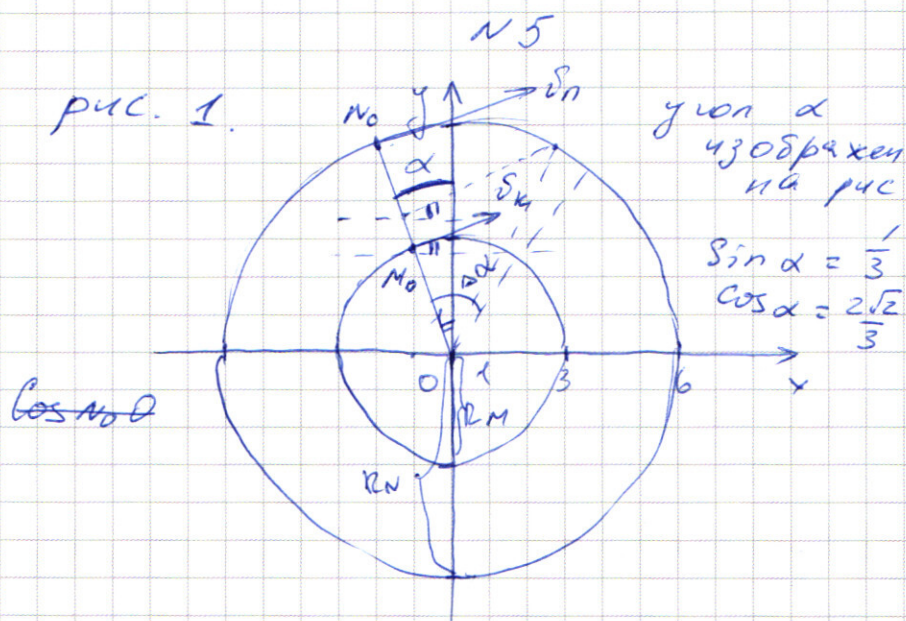
$$\text{значит } 5x^4 + x^2 + 8x + 6x^2(x+4) + 16 = 0$$

решений не имеет

тогда корни уравнения $5x^4 + x^2 + 8x - 6x^2(x+4) + 16 = 0$

$$x = 1; \quad x = -0,8; \quad x = \frac{1 - \sqrt{17}}{2}; \quad x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$$

Ответ: $x = 1; \quad x = -0,8; \quad x = \frac{1 - \sqrt{17}}{2}; \quad x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$



угол α
изображен
на рис

$$\sin \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

т.к. $M_0 \in \text{Окр}(R_M)$
 $N_0 \in \text{Окр}(R_N)$

$(0;0)$ - центр. Окр

$$R_M^2 = (-1)^2 + (2\sqrt{2})^2 = 1 + 8 = 3^2$$

$$R_N^2 = (-2)^2 + (4\sqrt{2})^2 = 4 + 32 = 6^2$$

$$R_N = 6$$

$$\Rightarrow R_K = \frac{R_N}{2}, \quad 2R_K + 2R_K = R_N$$

$$\omega = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t}, \quad \Delta \alpha - \text{угол,}$$

$$\omega = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t}$$

$v_k = 2,5v_n$; v_k - скорость карая
 v_n - скорость пескора

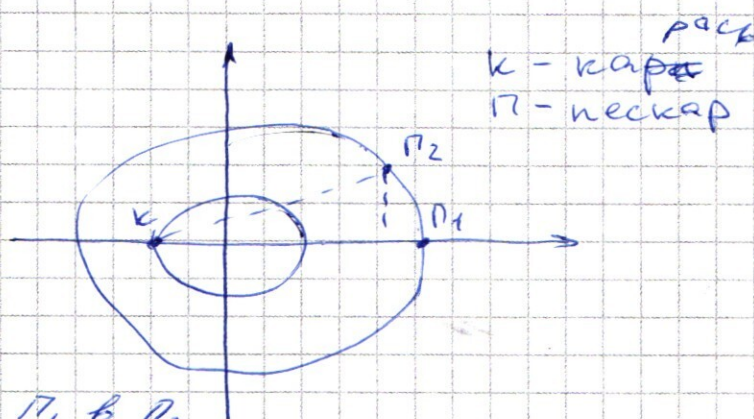
Введем понятие угловой скорости
ког. пропала тогда за время Δt

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

из физики известно $\omega = \frac{v}{R}$
тогда $\omega_{\text{п}} = \frac{v_{\text{п}}}{R_{\text{п}}}$ - уг. скор. пескаря
 $\omega_{\text{к}} = \frac{v_{\text{к}}}{R_{\text{к}}}$ - уг. скор. караса

$$\frac{\omega_{\text{п}}}{\omega_{\text{к}}} = \frac{\frac{v_{\text{п}}}{R_{\text{п}}}}{\frac{v_{\text{к}}}{R_{\text{к}}}} = \frac{1}{5}; \quad 5\omega_{\text{п}} = \omega_{\text{к}}$$

рассмотрим



пусть пескаря
оттолкн из P_1 в P_2

отсюда понятно, что $k_{P_1} > k_{P_2}$

$\Rightarrow$ при таком «противостоянии» расстояние
между ~~караса~~ и ~~п~~ карасем и
пескарем максимально

из рис 1. понятно, что k и p нахор
на одной прямой с $(0;0)$

пусть за t k и p ~~то~~ прошли такое
расстояние, что наступиле сит. такого
противостояние, т.к. караса быстрее, он
должен пройти угол на π больше, чем
пескаря

т.е. если пересечь за π против уюл
окружности $\Delta\varphi$

$$\frac{\pi + \Delta\varphi}{\Delta\varphi} = \frac{\omega_k \tau}{\omega_n \tau} = \frac{5\omega_n \tau}{\omega_n \tau} = 5.$$

$$\frac{\pi + \Delta\varphi}{\Delta\varphi} = \frac{\pi}{\Delta\varphi} + 1 \Rightarrow \frac{\pi}{\Delta\varphi} = 4$$

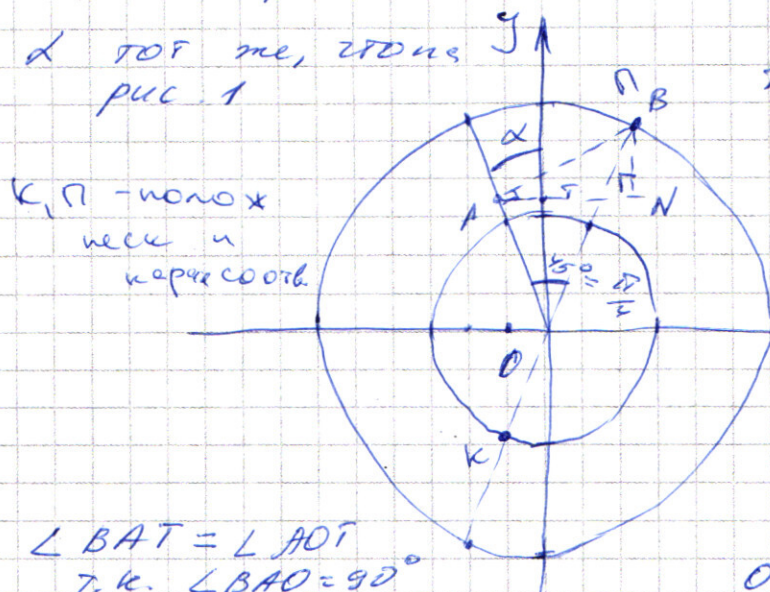
$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{4}$$

После этого противодействие будет
наступать, когда за корась будет проходить
на 2π больше пересек, т.е. на окружности.

аналогично $\frac{2\pi + \Delta\varphi}{\Delta\varphi} = \frac{\omega_k \tau}{\omega_n \tau} = 5$

$$\frac{2\pi}{\Delta\varphi} = 4 ; \Delta\varphi = \frac{\pi}{2} \quad (*)$$

значит будет всего 5 точек, в которых
~~могут встретиться~~ не может быть
"противодействие" в принципе



т.к. $\triangle OAB$ - прямоугол.
 $\angle AOB = 45^\circ$
 $\Rightarrow \angle ABO = 45^\circ$
 $OB = 6$ как радиус
 $\Rightarrow AO = AB = \frac{6 \sin 45^\circ}{\sin 45^\circ} = 6 \sin 45^\circ = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$

$AT \parallel OX$
 $T \in OY$

$$OT = AO \cdot \cos \angle AOT = AO \cos \alpha = 3\sqrt{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 4$$

тогда ~~и проекция BT на Oy~~
 $\triangle BNA$ - прямоугол

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$BN = AB \sin BAT = AB \sin \alpha = 3\sqrt{2} \cdot \frac{1}{3} = \sqrt{2}$$

то значит ~~В~~ $B(x, y)$ $y = BN + OT =$
 $= 4 + \sqrt{2}$

$$x = \sqrt{OB^2 - y^2} =$$

$$= \sqrt{36 - (4 + \sqrt{2})^2} = \sqrt{36 - 16 - 2 - 8\sqrt{2}} =$$

$$= \sqrt{18 - 8\sqrt{2}}$$

$$B(\sqrt{18 - 8\sqrt{2}}; 4 + \sqrt{2})$$

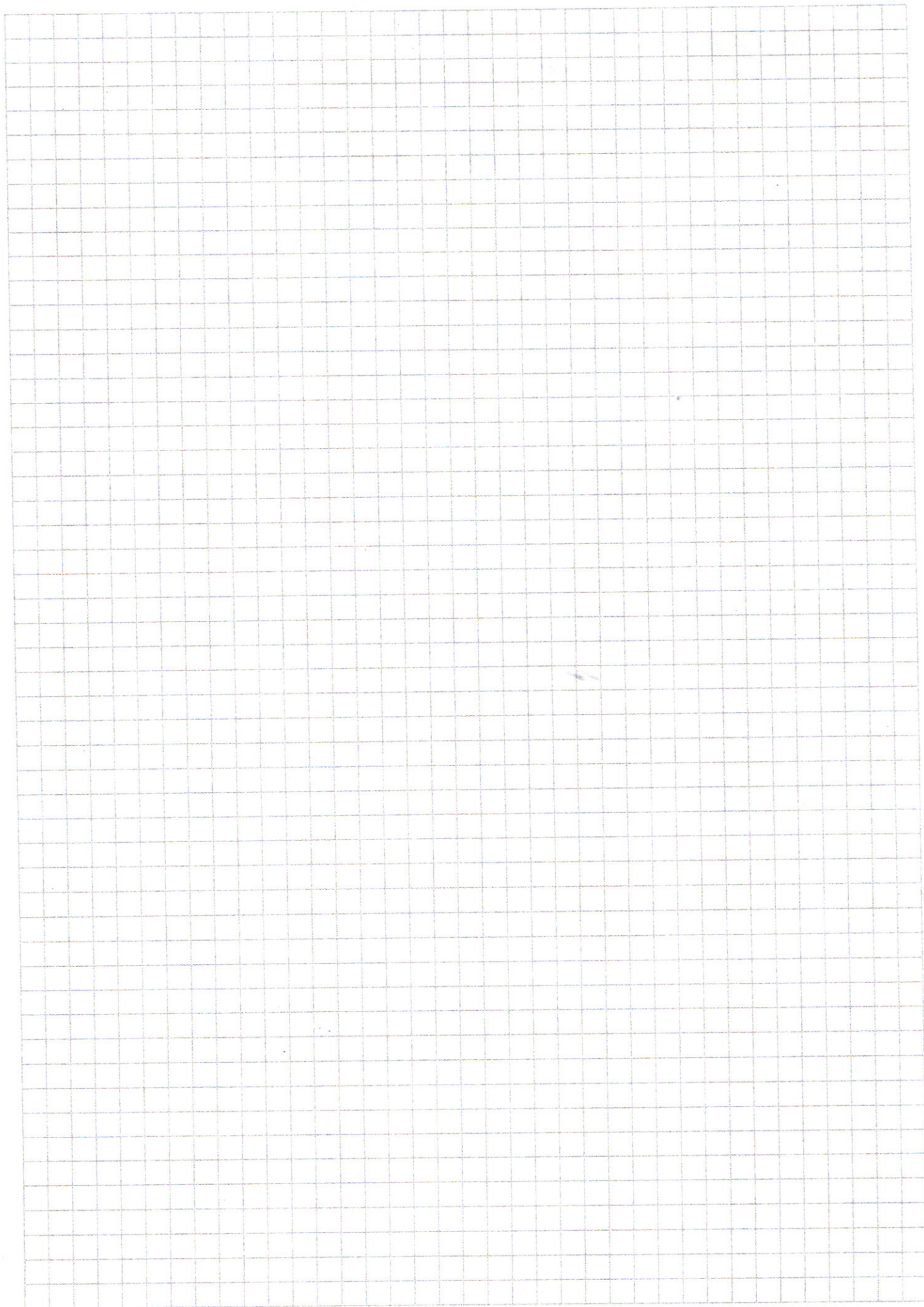
первая по порядку
"противоп" искома
коорд.

из(*) след. точки будут

находиться на расст. $\frac{\pi}{2} R_0$ на дкр

$\pi R_0, \pi \frac{3}{2} R_0$ и $2\pi R_0$ соответственно

но



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} 5x^4 + x^2 + 8x - 6x^2(x+4) + 16 = 0 & (1) \quad x+4 \geq 0 \\ 5x^4 + x^2 + 8x + 6x^2(x+4) + 16 = 0 & (2) \quad x+4 < 0 \end{cases}$$

$$(1) \quad 5x^4 - 6x^3 - 23x^2 + 8x + 16 = 0$$

$$x = 1$$

$$5 - 6 - 23 + 8 + 16 = 29 - 29 = 0$$

$$\begin{aligned} &= \frac{5x^4 - 6x^3 - 23x^2 + 8x + 16}{x-1} = 5x^3 - x^2 - 24x - 16 \\ &\quad - \frac{5x^4 - 5x^3}{x-1} = -x^3 - 23x^2 + 8x + 16 \\ &(x-1)(5x^3 - x^2 - 24x - 16) = x^3 + x^2 - 24x^2 + 8x + 16 \\ &\quad - 24x^2 + 8x + 16 \\ &\quad - 24x^2 + 24x \\ &\quad - 16x + 16 \end{aligned}$$

$$5 \cdot 8 - 1 + 48 - 16$$

$$-5 - 1 + 24 - 16$$

$$5 \cdot 64 - 16 - 24 \cdot 4 - 16$$

$$320 - 32 - 96$$

$$\frac{16^3}{5^2} - \frac{16^2}{5^2} - \frac{24 \cdot 16}{5} - 16$$

$$\frac{16^3 - 16^2 - 120 \cdot 16 - 25 \cdot 16}{25}$$

$$5 \quad -1 \quad -24 \quad -16$$

$$4 \quad 5 \quad 19 \quad 52$$

$$5 \quad -1 \quad -24 \quad -16$$

$$5 \quad 9 \quad -6$$

$$5 \quad -11 \quad -2$$

$$5 \quad -21 \quad 84 - 24 \quad 8$$

$$60 \quad 5$$

$$5 \quad 7 \quad -12,8$$

$$5 \quad -1 \quad -24 \quad -16$$

$$5 \quad 7 \quad \frac{56}{5} - 24 =$$

$$-12,8$$

$$-12,8 \cdot \frac{8}{5} =$$

$$81 \cdot 5 = 405$$

$$405 - 27$$

$$5$$

$$135$$

$$135 - 9 \cdot 16 =$$

$$-72$$

$$145$$

$$16$$

$$1 + 870$$

$$1450$$

$$23820$$

$$2^{12} - 2^8 - 2^4 \cdot 145 =$$

$$= 4096 - 256 - 12,8$$

$$= 4096 - 256 - 12,8$$

$$11,2 - 24$$

$$-13 - 9,2$$

$$26$$

$$24$$

$$52$$

$$\sqrt{x^3+x-90} + 7 < 0$$

$$|| \geq 0.$$

$$\sqrt{x^3+x-90} < -7$$

$$\sqrt{x} + b; b > 0 \text{ но } y < 0$$

$$\sqrt{x} > 0 \text{ но } \text{опр}$$

$$\text{OD3 } \sqrt{x^3+x-90} \geq 0$$

$$\Rightarrow \text{только } = 0.$$

$$\sqrt{x^3+x-90} + 7 > 0 \text{ всегда}$$

$$\Rightarrow || = 0; \sqrt{x^3+x-90} > 0$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 14 \\ 199 \\ \hline x^3 - 10x^2 + 31x - 28 \end{array} \begin{array}{l} 28311^2 \\ + 130 \\ \hline x^3 - 4x^2 \\ -6x^2 + 31x - 28 \\ -6x^2 + 24x \\ \hline 7x - 28 \end{array}$$

$$x^3 - 10x^2 + 31x - 28 = 0$$

$$x^2 - 6x + 78 - 40 + 62 - 28$$

$$64 - 160 + 124 - 28$$

$$x = 4$$

$$188 - 188.$$

$$(x-4)(x^2-6x+7)$$

$$D = 36 - 28 = 8$$

$$(2\sqrt{2})^2$$

$$x = \frac{6 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 3 \pm \sqrt{2}$$

$$(x-4)(x-3+\sqrt{2})(x-3-\sqrt{2})$$

$$4$$

$$64 + 4 - 90 =$$

$$3 + \sqrt{2}$$

$$3 - \sqrt{2}$$

$$(3+\sqrt{2})^3 = 27 + 27\sqrt{2} + 27\sqrt{2} + 9 \cdot 2$$

$$27 + 18 + 29\sqrt{2}$$

$$45 + 29 \cdot 1,4$$

$$7.0. \text{ решений не имеет}$$

$$\begin{array}{r} 1,4 \\ 1,4 \\ \hline 5,6 \\ 1,40 \\ \hline 1,96 \end{array}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

$$S_{a, a_n}$$

$$d > 0, a_1 > 0$$

$$S = a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + \dots + (n-1)d + a_1 =$$

$$= na_1 + k \cdot d$$

$$2S = 3kd$$

$$(n-3)S = 2kd$$

$$3S = na_1 + k \cdot 4d$$

$$dS = na_1 + k \cdot 2d$$

$$\frac{2}{n-3} = \frac{3}{2}$$

$$4 = 3n - 9$$

$$n = \frac{13}{3}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\varepsilon = \frac{\text{нужн}}{\text{всё}}$$

$$\text{всё} = 6^{90}$$

$$\min = 90$$

$$\max = 540$$

$$4 \cdot 90$$

покажи, что вероятность

$$5 \quad -1 \quad -24 \quad -16$$

$$0,4 \quad 5 \quad 1 \quad -$$

$$-0,4 \quad 5 \quad -3$$

$$-0,8 \quad 5 \quad -5 \quad -24+1$$

$$-24 + 1,2 =$$

$$= -22,8 \cdot (-0,4)$$

$$22,8$$

$$94$$

$$2$$

$$-20$$

$$-0,8$$

$$x = -0,8$$

$$\sqrt{x^2(x+1)} - 90 > 0$$

$$x(x+1) - 90 > 0$$

$$x(x+1) > 90$$

$$(3+\sqrt{2})(3+\sqrt{2})^2+1)$$

$$(3+\sqrt{2})(9+6\sqrt{2}+3)$$

$$(3+\sqrt{2})3(4+2\sqrt{2}) \quad 4 \cdot 12$$

$$(3+\sqrt{2})6(2+\sqrt{2})$$

$$6(5\sqrt{2}+2+6)$$

$$48+30\sqrt{2}$$

$$48+30 \cdot 1,4$$

$$48+42=90 \text{ ер. реш.}$$

$$539 \quad 4 \quad 91 \quad \text{равно}$$

$$538 \quad 92 \quad -11$$

$$501 \quad 129 \quad -11$$

$$S_1 \leq 500$$

$$\Rightarrow S_1 = 500 \text{ возможно}$$

$$\text{и } S_2 < 130$$

$$S_2 = 130 \text{ невозможно}$$

$$\Rightarrow S \geq 500 \text{ Солнце}$$

$$20x^3 + 10x^2 + 9x + 20 = 0$$

$$(a+7)b = 0$$

$$a > 0 \Rightarrow b = 0$$

$$\frac{x^3}{x^3} - 10x^2 + 31x - 28 = 0 \quad x-4$$

$$-4x^2$$

$$-6x^2 + 31x - 28 \quad x^2 - 6x + 7$$

$$-6x^2 + 24x$$

$$7x - 28$$

$$D = 36 - 28 =$$

$$= 8$$

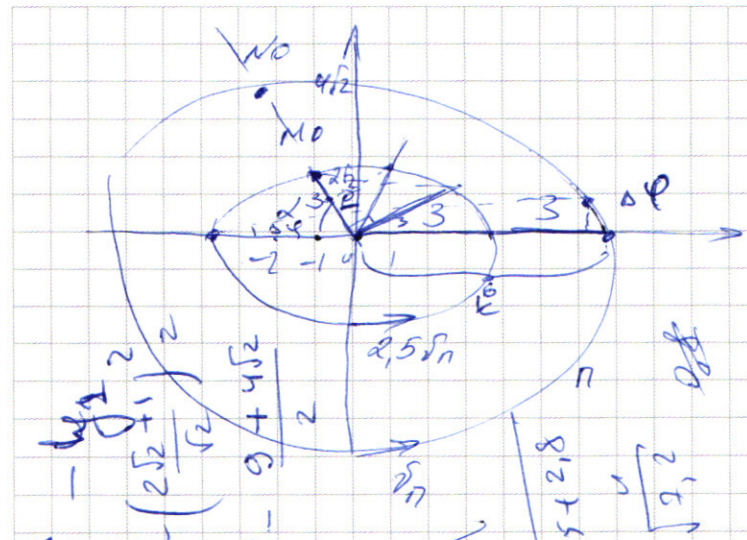
$$6 \pm \sqrt{8}$$

$$2$$

$$13 \pm \sqrt{2}$$

$$1 \quad -10 \quad 31 \quad -28$$

$$1 \quad -6 \quad 7 \quad 0$$



$$(-1)^2 + (2\sqrt{2})^2 = R^2 = 1 + 8 = 9$$

$$R = 3$$

$$x^2 - 6x + 4 = 0$$

$$x = 3 \pm \sqrt{5}$$

$$x_1 = 3 - \frac{2\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}}$$

$$x_2 = 3 - \frac{9 + \sqrt{2}}{2}$$

$$x_3 = \frac{9 + 4\sqrt{2}}{2}$$

$$x_4 = \frac{4.5 + 2.8}{\sqrt{2}}$$

$$4 + 2 \cdot 16 = 6 = R$$

$$W_n = \frac{\partial n}{R_n}$$

$$W_k = \frac{2.5 \partial n}{R_n} = \frac{5 \partial n}{R_n} = 5 W_n$$

вс. сир. противост. отн (0,0)

$$W_k T - W_n T = \pi$$

$$\ln(4 W_n T) = \pi$$

$$x^2 - 6x + 4 = 0$$

$$\frac{\pi + \Delta \varphi}{\Delta \varphi} = 1 + \frac{\pi}{\Delta \varphi} = \frac{W_k \Delta T}{W_n \Delta T^2} = 5$$

$$\frac{\pi}{\Delta \varphi} = 4$$

$$\pi = 4 \Delta \varphi$$

$$W_n = \frac{\partial n T}{\Delta \pi + \Delta \partial n}$$

$$5 = \frac{W_k}{W_n} = 1 + \frac{\pi}{\Delta \pi}$$

$$\sin \gamma = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\Delta \varphi = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

$$4 \Delta \pi = \pi$$

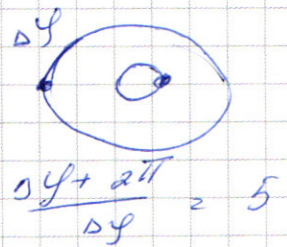
$$\sin \alpha + \beta = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos \alpha + \frac{3}{12} \sin \alpha$$

$$\frac{1}{12} + \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\frac{3}{12}$$

$$\frac{1}{12}$$



$$2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{x}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{y + 2\sqrt{2}x}{9}$$

$$\frac{9}{\sqrt{2}} = \sqrt{x^2 - 9} + 2\sqrt{2}x$$

$$\frac{9}{\sqrt{2}} + 2x = \sqrt{x^2 - 9}$$

$$\frac{81}{2} + \frac{36}{\sqrt{2}}x + 4x^2 = x^2 - 9$$

$$\frac{98}{2} + \frac{36}{\sqrt{2}}x + 3x^2 = 0$$

$$4 - \frac{16x}{2} + \frac{16x^2}{2} = x^2 - 9$$

D =

