МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S. Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0\left(-2; -2\sqrt{7}\right)$ и $N_0\left(5; 5\sqrt{7}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12, \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

~~Разложим~~ $700 = 7 \cdot 2^2 \cdot 5^2$

Тогда наше ~~восьм~~ восьмизначное число состоит либо из цифр: 1) 7, 2, 2, 5, 5, 1, 1, 1 либо из цифр: 2) 7, 4, 5, 5, 1, 1, 1, 1

Количество перестановок в сл. (1) P_1: $P_1 = \frac{8!}{2!\cdot 2!\cdot 3!}$ (две двойки, 2 пятерки и 3 единицы повторяются)

$P_1 = P(1,2,2,3) = \frac{8!}{1!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 3!}$

во (2) сл. P_2: $P_2 = P(1,1,2,4) = \frac{8!}{1!\cdot 1!\cdot 2!\cdot 4!}$

Всего таких чисел $P_1 + P_2$

$$\frac{8!}{2!\cdot 2!\cdot 3!} + \frac{8!}{2!\cdot 4!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4}{2\cdot 2} + \frac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{2} = 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5 + 8\cdot 7\cdot 3\cdot 5 = 8\cdot 7\cdot 5(6+3) =$$

$$= 9\cdot 8\cdot 7\cdot 5 = 2520$$

Ответ: 2520.

№2.

Геом. прогрессия: $b_1, b_2 \dots b_{3000}$ Пусть $b_1 = b$, Тогда $b_n = b\cdot q^{n-1}$

$$S = b_1 \cdot \frac{q^{3000}-1}{q-1}$$

Если все члены с номерами кратными 3 увеличить в 50 раз и сложить, то получим:

$$\underbrace{b_1 \cdot \frac{q^{3000}-1}{q-1}}_{S} + 49\underbrace{\left(b\cdot q^2 + b\cdot q^5 \dots + b\cdot q^{2999}\right)}_{\substack{\text{геометрическая прогрессия,} \\ q' = q^3\text{, первый член равен } bq^2, \\ \text{всего } 3000:3 = 1000 \text{ членов}}} = b\cdot \frac{q^{3000}-1}{q-1} + 49\cdot b\cdot q^2 \cdot \frac{q^{3\cdot 1000}-1}{q^3-1} = 10S$$

по условию.

$$b\cdot \frac{q^{3000}-1}{q-1} + 49bq^2 \cdot \frac{q^{3000}-1}{q^3-1} = 10S \; ; \quad 49bq^2 \cdot \frac{q^{3000}-1}{q^3-1} = 9S = 9\cdot b\cdot \frac{q^{3000}-1}{q-1}$$

$$\frac{49\cdot q^2}{q^3-1} = \frac{9}{q-1}; \quad 49q^3 - 49q^2 = 9q^3 - 9; \quad 40q^3 - 49q^2 + 9 = (q-1)(40q^2 - 9q - 9) = 0$$

$(q-1)(40q^2-9q-9)=0$ $\left[\begin{array}{l} q=1 \\ q=\frac{9\pm\sqrt{9\cdot9+9\cdot4\cdot40}}{80}=\frac{9\pm\sqrt{9\cdot(9+160)}}{80}=\frac{9\pm3\cdot13}{80} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} q=-\frac{30}{80} \\ q=\frac{6}{10}=\frac{3}{5} \end{array}\right.$

Вариант $q=-\frac{30}{80}$ невозможен, т.к все члены геом. прогрессии положительны.
Вариант $q=1$ тоже невозможен, т.к. $q\neq1$.

$\Downarrow$

$q=\frac{3}{5}$.

Если все члены стоящие на четных местах увеличить в 2 раза и сложить то получим:

$$\underbrace{b\cdot\frac{q^{3000}-1}{q-1}}_{S}+\Big(\underbrace{bq+bq^3\ldots+bq^{2999}}_{\text{геом. прогрессия}}\Big)=$$

$q''=q^2$; членов всего $3000:2=1500$

$$=b\cdot\frac{q^{3000}-1}{q-1}+bq\cdot\frac{q^{2\cdot1500}-1}{q^2-1}=\frac{b\cdot(q^{3000}-1)}{q-1}+\frac{bq\cdot(q^{3000}-1)}{(q-1)(q+1)}\quad(*)$$

$\frac{b\cdot(q^{3000}-1)}{q-1}=S$, подставим в $(*)$ и получим;

$(*)$ $S+\frac{q}{q+1}\cdot S$; подставим $q=\frac{3}{5}$

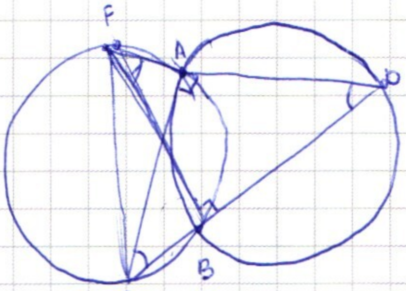
$$S+\frac{\frac{3}{5}}{\frac{3}{5}+1}S=S+\frac{\frac{3}{5}}{\frac{8}{5}}S=S+\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{8}S=S+\frac{3}{8}S=S\left(1+\frac{3}{8}\right)=\frac{11}{8}S.$$

Ответ: увеличится в $\frac{11}{8}$ раз.

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№6



ΔCAD п/у $\angle CAD = 90$

$\angle ACD = \frac{1}{2} \overset{\smile}{AB} = \angle ADC$ (т.к. окр. равного радиуса, то и дуги на которые опираются углы ACD и ADC равны)

$\angle ADC = \angle ACD = 45.$ => $AC = AD$

в ΔFBD р/б и п/у $\angle FBD = 90$; $FB = BD$ =>
$\angle FDB = 45$ => F лежит на прямой (AD)
$\angle DFB = \angle FDB = 45$ => F лежит на одной окр. с точками A; B и C.

в ΔCFD $\Delta ADB \sim \Delta CFD$
коэффициент подобия $k = \cos \angle FDC = \cos 45$
(CA и FB высоты в треугольнике FDC)

Тогда $\frac{AB}{FC} = \cos 45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Из ΔBAD по теореме синусов $\frac{AB}{\sin ADB} = 2 \cdot R$ $(R=5)$

$\frac{AB}{\sin 45} = 2 \cdot 5 = 10$ $\frac{AB}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 10$;

$AB = \cancel{\frac{20}{\sqrt{2}}} \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 10 = 5\sqrt{2}$

Тогда $\frac{5\sqrt{2}}{FC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sqrt{2} \cdot FC = 10\sqrt{2}$.

$FC = 10$.

Ответ: $CF = 10$.

ΔACF – п/у; $\angle FAC = 90$ => $S_{FAC} = \frac{1}{2} AF \cdot AC$.
т.к. $\angle ABD = \angle BAD$ => $AD = BD$

Из п/у ΔFBC $FB = \sqrt{FC^2 - BC^2} = \sqrt{100-36} = \sqrt{64} = 8$.
$BF = 8 = BD = AD = AC = 8$
Из п/у FAC $AF = \sqrt{100-64} = \sqrt{36} = 6$ => $S_{ACF} = \frac{1}{2} 6 \cdot 8 = \frac{48}{2} = 24$

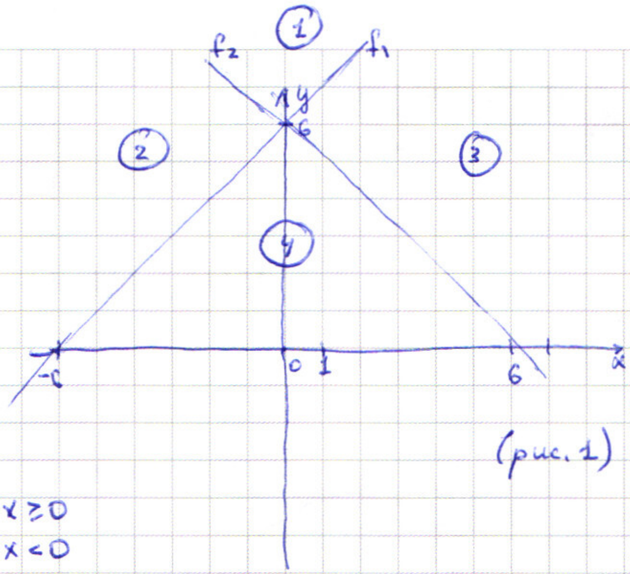
Ответ: $S_{ACF} = 24$.

№7

$$\begin{cases} |y-6-x|+|y-6+x|=12. \quad (*) \\ (|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a \quad (\mathcal{U}) \end{cases}$$

$|y-6-x|+|y-6+x|=12$

Построим $f_1=y_1=6+x$ и $f_2=y_2=6-x$ (рис. 1)



(рис. 1)

~~Тогда~~ ~~1~~ : Тогда для (x,y) из области:

1 : $y-6-x\geq 0$, $y-6+x\geq 0$ 2 : $y-6-x\geq 0$, $y-6+x<0$

3 : $y-6-x<0$, $y-6+x\geq 0$ 4 : $y-6-x<0$, $y-6+x<0$.

1 $(*) \Rightarrow$ $y-6-x+y-6+x=12$; $2y-12=12$; $2y=24$; $\boxed{y=12}$

2 $(*) \Rightarrow$ $y-6-x-y+6-x=12$; $-2x=12$; $\boxed{x=-6}$

4 $(*) \Rightarrow$ $-y+6+x-y+6-x=12$; $-2y+12=12$; $\boxed{y=0}$

3 $(*) \Rightarrow$ ~~$y-6-x-y+6-x$~~ $-y+6+x+y-6+x=12$; $2x=12$; $\boxed{x=6}$

Начертим полученное на (рис. 2)

Рас-м график $(\mathcal{U})$

$(|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a$

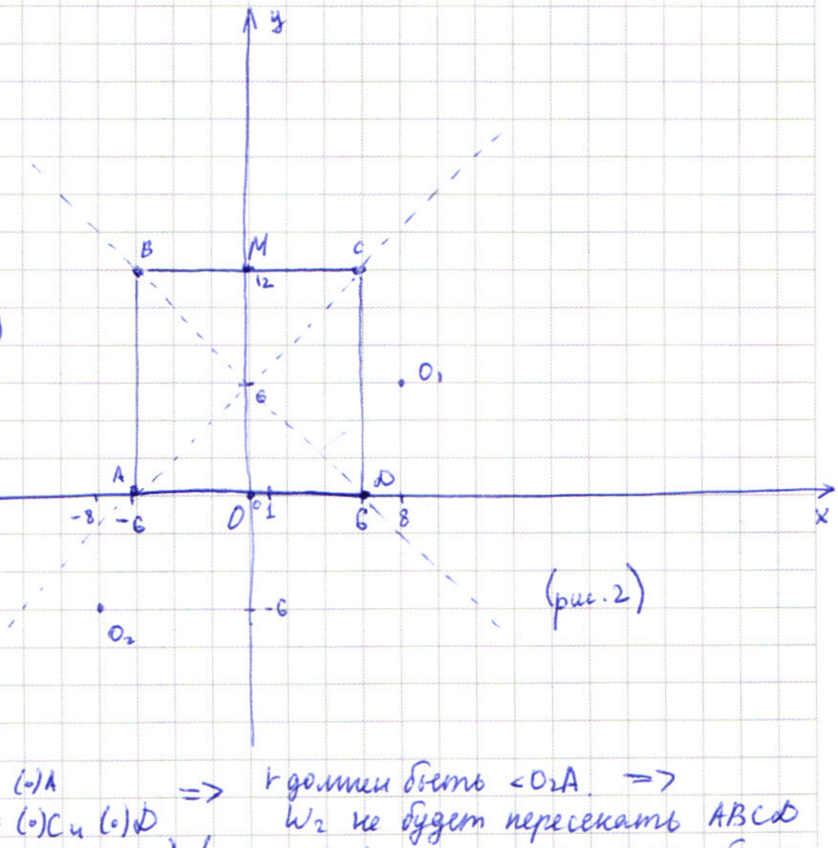
Это две окружности, у одной центр $(8,6)$, у другой $(-8;-6)$

радиусы этих окружностей одинаковы и равны $\sqrt{a}$ $(a>0)$

(при $a<0$ $(\mathcal{U})$ - реш. не имеет, а при $a=0$ реш. $(\mathcal{U})$ - точка $\Rightarrow$ нам это не подходит)

Пусть O_1 - центр ω_1; $O_1(8,6)$

O_2 - центр ω_2; $O_2(-8;-6)$



Необходимо, чтобы пересечение $\omega_1\cap\omega_2\cap$ квадрата $ABCD$ - были 2 точки

(рис. 2)

$O_2A=\sqrt{6^2+2^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

Пусть r - радиус окр ω_1 и ω_2.

при $r=O_2A$. $\omega_2\cap ABCD=(\cdot)A$, $\omega_1\cap ABCD=(\cdot)C$ и $(\cdot)D$ $\Rightarrow$ r должен быть $<O_2A$ $\Rightarrow$ ω_2 не будет пересекать $ABCD$

(еще возможен случай $r=O_2O=O_1O>O_2A$, но в таком случае все равно будет 3 точки пересечения, поэтому $r<O_2A$.)

(при $r>O_2A$ ~~пер~~ каждая из окр. будет пересекать квадрат в двух точках $\Rightarrow$ этот вар. нам не подх.

~~При $r>O_2A$ ω_2 будет пересекать сторону AB и AD.~~

~~ω_1 как минимум будет пересекать BC и AD.~~

Поэтому нам надо найти возможное r при котором ω_2 не будет пересекать квадрат $ABCD$, а ω_1 будет пересекать в 2^x точках.

при $r<O_2A$ ω_1 будет пересекать только сторону CD, в 2^x точках.

$0<r<2\sqrt{10}$ $r=\sqrt{a}$; $a=r^2$; $r\in(0;2\sqrt{10})\Rightarrow$ $\boxed{a\in(0;40)}$; Ответ.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

$\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80} = x^2+10x+24 = (x+6)(x+4)$

ОДЗ. $x^3-4x+80 \geq 0$

$\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)^2(x^3-4x+80) = (x+6)^2(x+4)^2$

$\left(\frac{x^2}{2}+18+6\cdot x\right)(x^3-4x+80) = (x+6)^2(x+4)^2 \,/\cdot 2$

$(x^2+36+12x)(x^3-4x+80) = 2(x+6)^2(x+4)^2$

$(x+6)^2(x^3-4x+80) = 2(x+6)^2(x+4)^2$

$(x+6)^2\left((x^3-4x+80)-2(x+4)^2\right)=0$ $\left[\begin{array}{l}(x+6)^2=0 \iff x=-6\\ x^3-4x+80-2(x+4)^2=0 \quad (*)\end{array}\right.$

$(*)$ $x^3-4x+80-2(x^2+16+8x)=0$

$x^3-4x+80-2x^2-32-16x=0$

$x^3-20x-2x^2+48=0$; $x^3-2x^2-20x+48=0$

$x^3-2x^2-20x+48=(x-4)(x^2+2x-12)$ $\left[\begin{array}{l}x=4\\ x^2+2x-12=0\end{array}\right.$

$x^2+2x-12=0$

~~$x=\frac{-1\pm\sqrt{1+48}}{1}=-1\pm7$ $\left[\begin{array}{l}x=8\\x=-6\end{array}\right.$ $x=-2\pm\sqrt{4+}$~~

$x=\frac{-1\pm\sqrt{1+12}}{1} = 1\pm\sqrt{13}$ $\left[\begin{array}{l}x=1+\sqrt{13}\\ x=1-\sqrt{13}.\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{ll}x=-6 & (1)\\ x=4 & (2)\\ x=1+\sqrt{13} & (3)\\ x=1-\sqrt{13} & (4)\end{array}\right.$

Проверим эти корни по ОДЗ.

(1) $(-6)^3-4\cdot(-6)+80 = -36\cdot6+24+80 = -216+104 \Rightarrow$ -6 – не подх.

(2) $64-16+80 > 0 \Rightarrow x=4$ ~~под~~ – решение

(3) $\underbrace{(1+\sqrt{13})^3}_{>0} \underbrace{-4(1+\sqrt{13})+80}_{>0 \text{ т.к. } 80>4(1+\sqrt{13})} > 0 \Rightarrow x=1+\sqrt{13}$ – решение

(4) $(1-\sqrt{13})^3-4(1-\sqrt{13})+80 = \underbrace{(1-\sqrt{13})^3}_{<0}+\underbrace{4(\sqrt{13}-1)}_{>0}+80$

$\sqrt{13}<\sqrt{16} \Rightarrow 1-\sqrt{13} > 1-4=-3 \Rightarrow 1-\sqrt{13}^3 > -27 \Rightarrow (1-\sqrt{13})^3+80>0$

Ответ: $\left[\begin{array}{l}x=4\\ x=1+\sqrt{13}\\ x=1-\sqrt{13}\end{array}\right.$

№5.

Пусть r_1 – радиус окружности по которой движется водомерка
$r_1 = \sqrt{4+4\cdot 7} = 2\sqrt{8}$

r_2 – радиус окр, по которой движется жук
$r_2 = \sqrt{25+25\cdot 7} = 5\sqrt{8}$

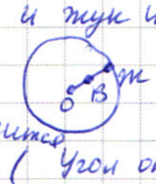
Если w_1 – угловая скорость водомерки, а w_2 – угловая скорость жука

$\underbrace{w_1 r_1}_{v_1} = 2\underbrace{w_2 r_2}_{v_2}$

v_1 – скорость водомерки v_2 – скорость жука   (по условию $v_1 = 2v_2$)

$w_1 \cdot 2\sqrt{8} = 2\cdot w_2\cdot 5\sqrt{8} \Rightarrow w_1 = 5w_2$ (т.е. угловая скорость водомерки в 5 раз больше угловой скорости жука)

Расстояние между насекомыми наикратчайшее когда и жук и водомерка находятся на одном радиусе, ~~напри~~ т.е (рис. 1)



(рис. 1)

В – водомерка, Ж – жук

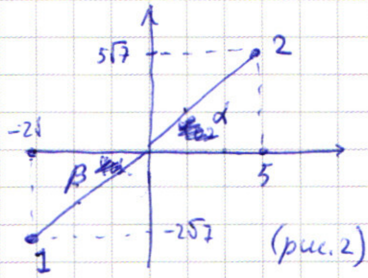
Т.е. если ~~$\varphi_1(t)$ – угол~~ $\varphi_1(t)$ – угол на котором находится сейчас водомерка, а $\varphi_2(t)$ – угол на котором нах. жук. (Угол отсчитывается от нуля против часовой стрелки) то расстояние наикратчайшее:

когда $\varphi_1(t)=\varphi_2(t)$

$\varphi_1 = w_1 t + \varphi_{01}$ здесь φ_{01} – угол на котором нах. водомерка изначально

$\varphi_2 = w_2 t + \varphi_{02}$ φ_{02} – угол на котором нах. жук изначально

$\varphi_1=\varphi_2$; $w_1 t + \varphi_{01} = w_2 t + \varphi_{02}$



(рис. 2)

(рис. 2) – изначальное положение жука и водомерки

$\cos\beta = \frac{2}{2\sqrt{8}} = \frac{1}{\sqrt{8}}$; $\cos\alpha = \frac{5}{5\sqrt{8}} = \frac{1}{\sqrt{8}} \Rightarrow$

$\alpha=\beta \Rightarrow$ изначально жук и водомерка находились на одной прямой, проходящей через точку $(0;0)$

⇓

~~$\varphi_{01}-\varphi_{02}=180°$~~

~~$5w_2 t + \varphi_{01}-\varphi_{02} = w_2 t$~~

~~$4w_2 t + 180 = 0$~~

Угловая скорость водомерки относительно угловой скорости жука равна $5w_2 - w_2 = 4w_2$.

~~Тогда~~ Если рассматривать относительное движение (жук покоится) тогда водомерка „догонит" жука (будет с ним на одном радиусе)

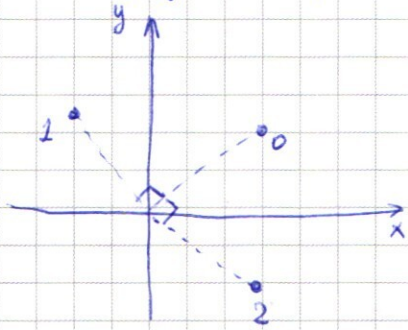
через $t = \frac{\pi}{4w_2}$, т.е. через ~~каждые~~ t будет первое положение, при котором расстояние между водомеркой и жуком ~~наикр. буде~~ кратчайшее, затем водомерки нужно будет сделать еще круг, чтобы догнать жука, т.е. каждое следующее положение будет через $2t$.

Через t жук проплывет угол $\varphi = \frac{\pi}{4w_2}\cdot w_2 = \frac{\pi}{2} = 90°$ (1)

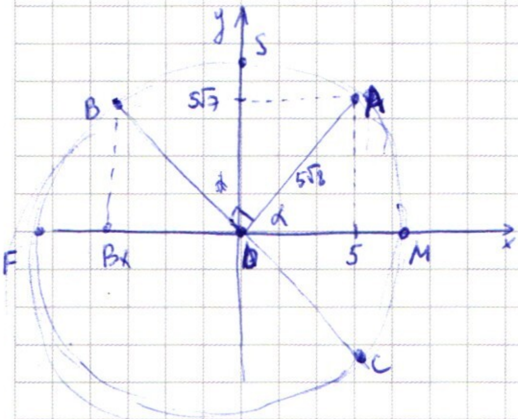
За $2t$ жук проплывет угол $\varphi' = \frac{2\pi}{4w_2}\cdot w_2 = \frac{\pi}{2} = 180°$.   (2)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 (продолжение)



Пусть 0 - исходное положение жука
~~(А)~~ 1- ~~первое положение~~ первое положение при котором расстояние будет кратчайшим, 2 - следующее положение, тогда заметим, что следующее положение - это будет опять положение 1 и т.д.
т.е. ~~на~~ расстояние между жуком и водомеркой будет кратчайшим в положениях 1 и 2 - найдем в эти моменты координаты жука

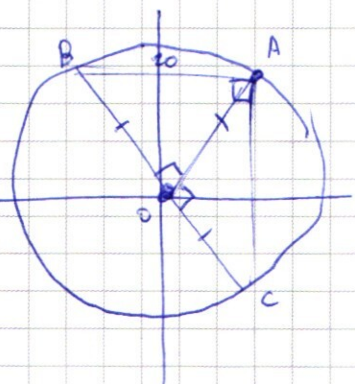


OB получается из OA поворотом на 90° против часовой стрелки;
OC - поворотом на 180 из OB против часовой, или из OA поворотом на 90° по часовой

$$AB = AC = \sqrt{25\cdot8 + 25\cdot8} = \sqrt{50\cdot8} = 20.$$

Если $\angle AOM = \alpha$, тогда $\angle SOB = \angle AOM = \alpha$.
$\angle BOF = 90 - \alpha$.

$\cos(90-\alpha) = \sin\alpha$.



Пусть B_x - проекция B на OX
B_y - проекция B на OY.

$OB_x = OB\cdot\cos(90-\alpha) = OB\cdot\sin\alpha = R_2\cdot\sin\alpha =$

$\sin\alpha = \dfrac{5\sqrt{7}}{5\sqrt{8}} = \dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}} \Rightarrow OB_x = \dfrac{5\sqrt{8}\cdot\sqrt{7}}{\sqrt{8}} = 5\sqrt{7}.$

$OB_y = OB\cdot\sin(90-\alpha) = OB\cdot\cos\alpha = R_2\cdot\cos\alpha = 5\sqrt{8}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{8}} = \boxed{5}$

Координаты жука во 1^м положении, они же координаты точки B - $(-5\sqrt{7};\ 5)$

Положение 2 - симметрично относительно (0;0) положению 1 $\Rightarrow$ координаты точки C, они же координаты жука во 2^м положении равны $(5\sqrt{7};\ -5)$

Ответ: $(-5\sqrt{7};\ 5)$ и $(5\sqrt{7};\ -5)$

№4

$2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\ge 0$

$2x^4+(x-2)^2-3x^2|x-2|\ge 0$

$2x^4+(x-2)^2-x^2|x-2|-2x^2|x-2|\ge 0$

$2x^2(x^2-|x-2|)+|x-2|(|x-2|-x^2)\ge 0$

$(2x^2-|x-2|)(x^2-|x-2|)\ge 0$

$(2x^2-|x-2|)(x^2-|x-2|)=0$

1сл. $x\ge 2$

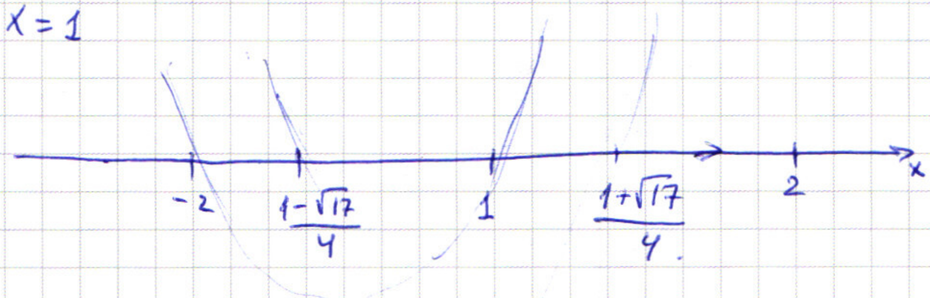
$(2x^2-x+2)(x^2-x+2)=0$ $\quad \left[\begin{array}{ll} 2x^2-x+2=0 & x=\frac{1\pm\sqrt{1-16}}{4} \quad D<0. \\ x^2-x+2=0 & x=1\pm\sqrt{1-8} \quad D<0. \end{array}\right.$

2сл. $x<2$

$(2x^2+x-2)(x^2+x-2)=0$ $\quad \left[\begin{array}{ll} 2x^2+x-2=0 & x=\frac{-1\pm\sqrt{1+16}}{4}=\frac{1\pm\sqrt{17}}{4} \\ x^2+x-2=0 & x=\frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{2}=\frac{-1\pm3}{2} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x=\frac{1+\sqrt{17}}{4} \\ x=\frac{1-\sqrt{17}}{4} \\ x=-2 \\ x=1 \end{array}\right.$

~~$2x^2+x-2\ge 0$ при $x\in($~~



Ответ: $x\in(-\infty;-2]\cup\left[\frac{1-\sqrt{17}}{4};1\right]\cup\left[\frac{1+\sqrt{17}}{4};2\right]$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~Got me looking so crazy right now, your touch~~..

$700 = 7\cdot 100 = 7\cdot 2\cdot 50 = 7\cdot 2\cdot 2\cdot 25 = 7\cdot 10^2 = 7\cdot 2\cdot 2\cdot 5\cdot 5$

7, 2, 2, 5, 5, 1, 1, 1
7, 4, 5, 5, 1, 1, 1, 1

$10\cdot 8 = 80$

$72 \times 35 = 360 + 216 = 2520$

$39+9 = \frac{48}{80} = \frac{24}{40} = \frac{12}{20} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

$-64+16$

64

$64+16 = 80$

$64-16$

$64 \times 8 = 512$

$3\cdot 16 = 48$

$b_1, b_2, \ldots b_{3000}$

$S = b_1 \cdot \frac{q^n-1}{q-1}$

1 2 4 7.

$\cancel{1\cdot\frac{2^3-1}{2-1}} =$

$49q^2\cdot\frac{q^{3000}-1}{q^3-1} = 9\cdot\frac{q^{3000}-1}{q-1}$

$\frac{49q^2}{q^3-1} = \frac{9}{q-1}$

$49q^3 - 49q^2 = 9q^3 - 9$

$40q^3 - 49q^2 + 9 = 0$

	40	-49	0	9
1	40	-9	-9	0

$(q-1)(40q^2 - 9q - 9)$

$q = 9 \pm \sqrt{81 + 36\cdot 40}$

$36 \times 40 = 1440$ 1521

$\cancel{40q^3 - 40q^2 - 9q^2 - 9q}$

-40

$q = 9 \pm \sqrt{81 + 4\cdot 40\cdot 9}$

b_1 0

$b \quad qb \quad q^2b \quad \ldots \quad q^{2999}b$

30

$b \quad qb \quad q^2b \quad q^3b \quad q^4b \quad q^5b \quad q^6b \quad q^7b \quad q^2b$

$\underbrace{b_1\cdot\frac{q^n-1}{q-1}}_{S} + 49\left(q^2b + q^5b \ldots + q^8b \ldots + q^{2999}b\right)$

$49q^2b\cdot\left(\frac{q^{3\cdot 1000}-1}{q^3-1}\right) = 9S$

$49q^2\cancel{b}\left(\frac{q^{3000}-1}{q^3-1}\right) = 9\cdot\cancel{b}\left(\frac{q^{3000}-1}{q-1}\right)$

$b_1\cdot\frac{q^{n-1}-1}{q-1} + qb\cdot\frac{q^{2\cdot 1500}-1}{q^2-1} =$

$40q^3 - 9q^2 - 9q - 40q^2 + 9q + 9$

169 $\quad 40q^3 - 49q^2 + 9$

$9(9+4\cdot 40)$ $3\cdot 13$ $9\cdot 9 + 4\cdot 40\cdot 9$

$x \geq 2$

$2x^4 + x^2 - 4x - 3x^3 + 6x^2 + 4 \geq 0$

$2x^4 + \cancel{7x^2} - 3x^3 + 7x^2 + 4 = 0$

$2 \quad -3 \quad 7 \quad 4$

4

$x^4 + x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 3x^2 + 4$

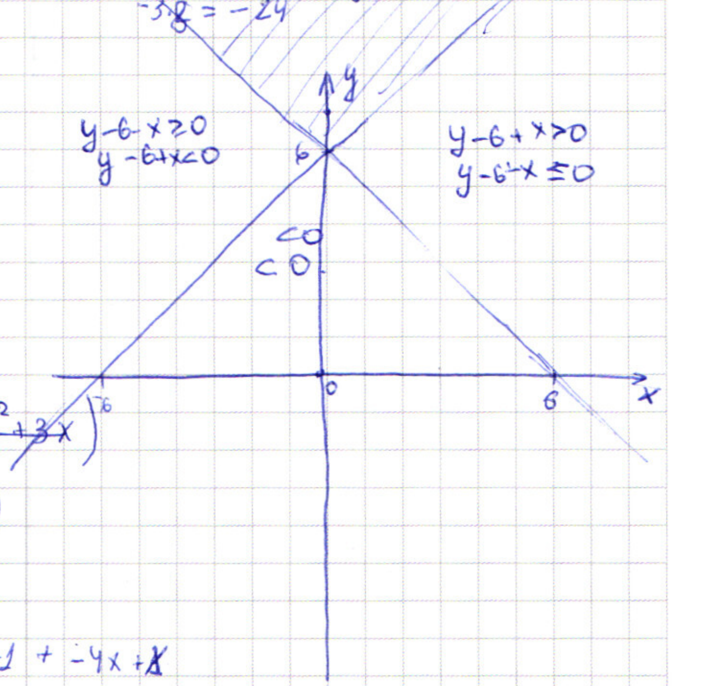
$(x^2+2)^2 + \quad x^4 - 3x^3 + 3x^2$

$\cancel{x(x^3 - 3x^2 + 3x)}$

$x^2(x^2 - 3x + 3)$

$2 \cdot 16 = 32$

$-3 \cdot 8 = -24$



$-9+3$

$\cancel{x^2} \quad x^2 + 4 - 1 + -4x + \cancel{x}$

$x^2 + \quad 4 - 1 \quad -4x + x$

$4(1-x) \quad -(1-x)$

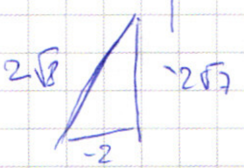
$\cancel{4(1-x)}$

$x^2 + 3(1-x)$

$vt + \frac{at^2}{2}$

$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$

x

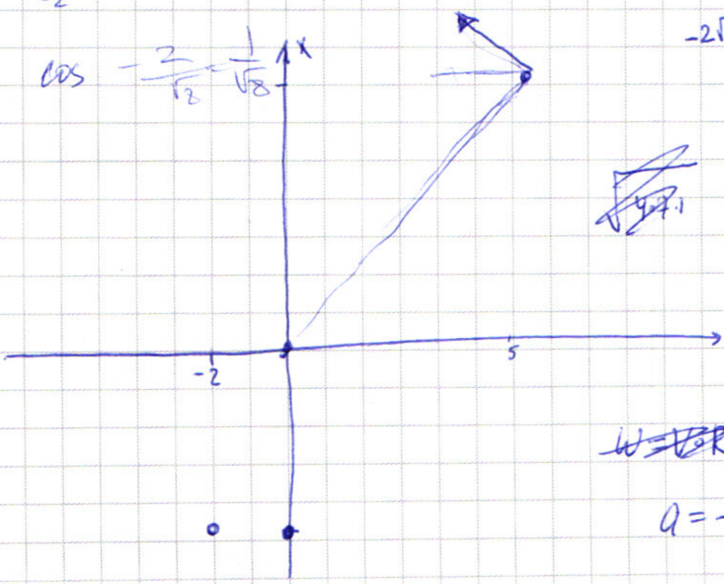


$\varphi_1 = \varphi_2$

$\varphi = \omega t + \frac{at^2}{2}$

$\cos \; -\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{8}}$

$-2\sqrt{7} =$



$\sqrt{4 \cdot 7 + 4} = 2\sqrt{8}$

$\cancel{\sqrt{4 \cdot 7 \cdot 1}}$

$\sqrt{25 + 25 \cdot 7} = 5\sqrt{8}$

$\cancel{\omega = vR}$ $\quad V = \omega R$

$a = \frac{V^2}{R}$

$V_1 = \omega_1 2\sqrt{8}$

$2V_1 = \omega_2 5\sqrt{8}$

$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2}$

ω_1, ω_2

72×35: 360, 216

72×35: 360, 6, 72×35: 360, 216, 2520

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 (продолжение)

$(q-1)(40q^2-9q-9)=0$

$$\left[\begin{array}{l} q=1 \\ q=\dfrac{9\pm\sqrt{9\cdot 9+9\cdot 4\cdot 40}}{80}=\dfrac{9\pm\sqrt{9(9+160)}}{80}=\dfrac{9\pm 3\cdot 13}{80}\end{array}\right.$$

$39+9=$

$-\dfrac{30}{80}$

$\dfrac{48}{80}=\dfrac{24}{40}=\dfrac{12}{20}=\dfrac{6}{10}$

$S+ \; b\cdot q \; \dfrac{q^{3000}-1}{q^2-1}$

$b\cdot \dfrac{q^{3000}-1}{q-1}=S$

$\left(\dfrac{q}{q+1}\right)$

$1 \quad 2 \quad 4 \quad 8$

$1\cdot\dfrac{2^4-1}{2-1}=1\cdot$

$\left(\dfrac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24.$

$X=\dfrac{-5\pm\sqrt{25-24}}{1}=-3\pm 1$

$\left(\dfrac{x^2}{2}+9\cdot 2+6x\right)(x^3-4x+80)=$

$X=-6.\ -4.$

$(x+6)^2(x^3-4x+80)=2(x+6)^2(x+4)^2$

$16-40+24.$

$(-4)^3-4\cdot(-4)+80$

$-64+16+80$

$x^3-4x+80.$

$\left(\dfrac{x^2}{2}+9\cdot 2+6x\right)(x^3-4x+80)=(x+6)^2(x+4)^2$

$2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geq 0$

$27-60-18+18$

$27-60-29+48+36-60+24$

$\left(\dfrac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24=(x+6)(x+4)$

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

$$\begin{cases} |y-6-x|+|y-6+x| = 12 \\ (|x|-8)^2+(|y|-6)^2 = a \end{cases}$$

$\cancel{x^2+64-16|x|+y^2+36-12|y|=a}$

$y-6-x \geq 0$ $\quad$ $y-6+x \geq 0$

$y-x \geq 6$ $\quad$ $y \geq 6-x$

$y \geq x+6$

$\cancel{y \geq 6+x}$

$y-6-x+y-6+x=12$

$2y-12=12$

$2y=24$; $y=12$.

$-y+6+x+-y+6-x=12$

$-2y+12=12$

$y=0$.

$y-6-x-y+6-x=12$

$-2x=12$

$x=-6$.

$-y+6+x-y+6-x=12$

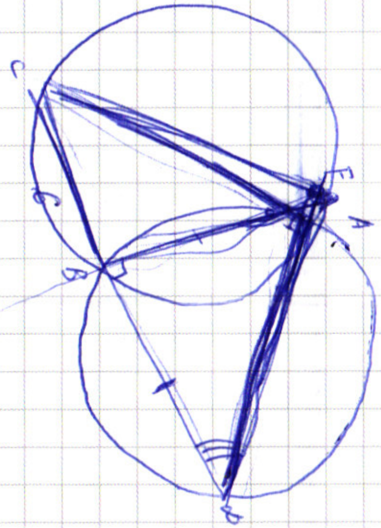
$-2y=0$

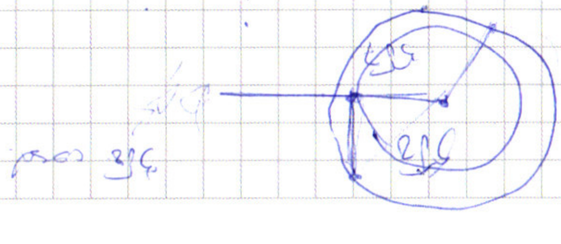
$y=0$.

$\frac{10}{\frac{1}{2}}=2R$

$\sin 90 = 1$

$\cancel{\cos 90} =$





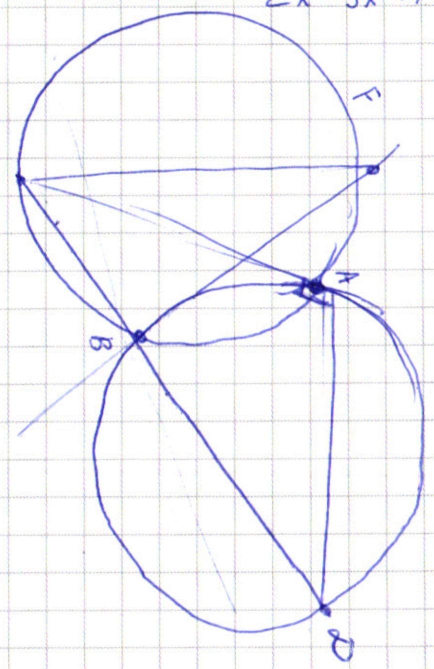
20.

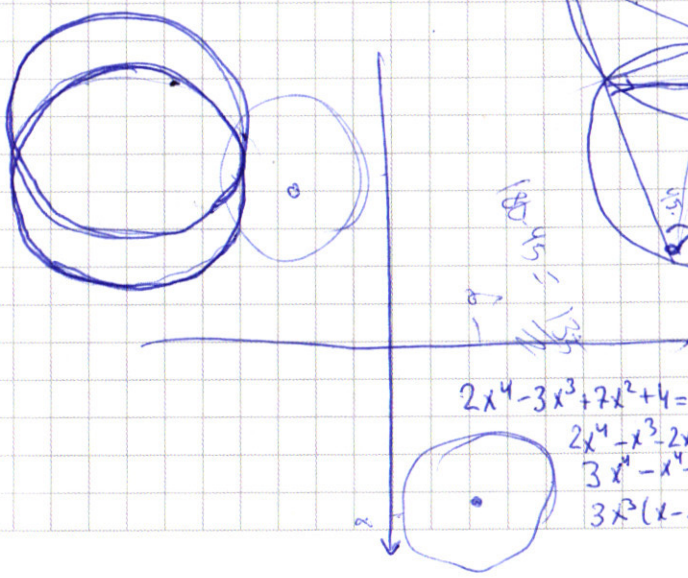
$8+4=12$

$18+5=$

$23+$

$35.$





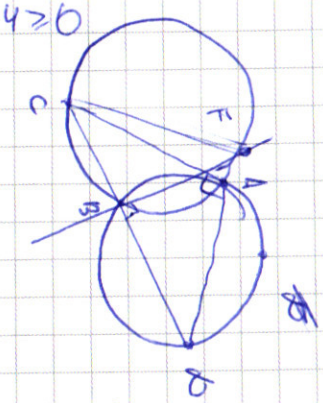
$180-45=135$

$2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4 \geq 0$

$x \geq 2$

$2x^4+x^2-4x-3x^3+6x^2+4$

$2x^4-3x^3+7x^2+4 \geq 0$



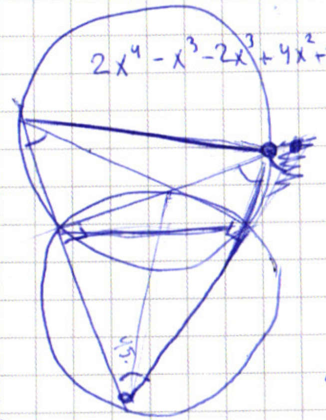
$2x^4-3x^3+7x^2+4=0$

$32-24+28-4$

$2x^4-3x^3+7x^2+4=0$

$\cancel{2-3+7+4}$ $\quad$ x^4, x^4

$2x^4-x^3-2x^3+4x^2+x^2+2x^2+4$



$2x^4-3x^3+7x^2+4=0$

$2x^4-x^3-2x^3+4x^2+x^2+2x^2+4$

$3x^4-x^4-3x^3$

$3x^3(x-1)$

$y-6+x=0$ $\quad$ $y=6-x$

$y-6-x=0$ $\quad$ $y=x+6$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geq 0$

$x\geq 2$

$2x^4+x^2-4x-3x^3+6x^2+4=0$

$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4=0$

$\cancel{2\ \ -3+7\ \ 4+4}$

$2\cdot 16-3\cdot 8+7\cdot 4-8+4$

$32-24+28-8+4$

$2\cdot 81-3\cdot 27+7\cdot 9-4\cdot 3+4$

$\cancel{162-81}$ $81-12=$

$71-2=69$

$63+4=67$

$2\cdot 3^4-3\cdot 3^3+7\cdot 3^2-4\cdot 3+4$

$\cancel{81}+$

$162\ \ -81\ \ 63\ \ -12\ \ 4$

$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4$

$2x^4-3x^3+4x^2+3x^2+4(1-x)$

$-3x(x-1)$

$2x^4+4x^2$

$2x^4-3x^3+7x^2$

$x^2(2x^2+1)\quad -4(x+1)$

$x<2$

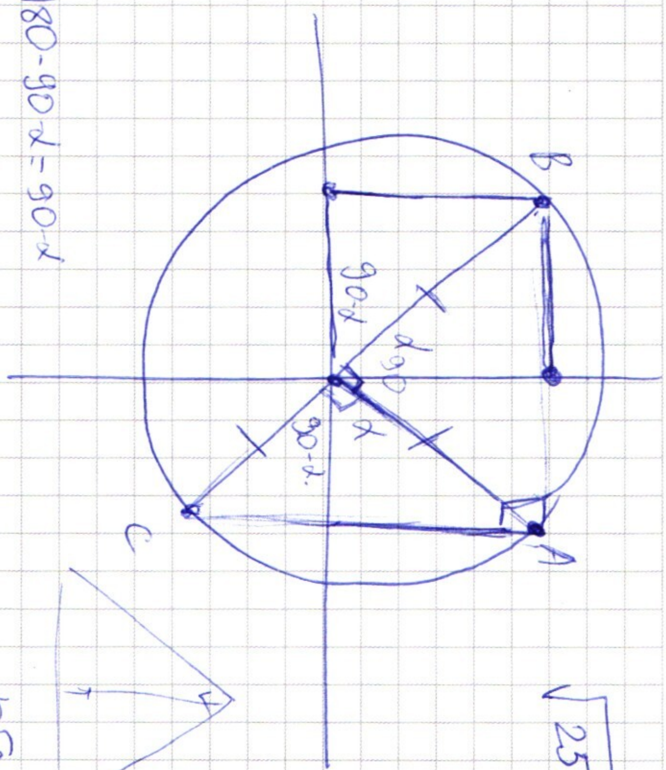
$2x^4+x^2-4x+3x^3-6x+4$

$2x^4+3x^3+x^2-10x+4$

	2	3	1	-10	4
1	2	5	6	-4	0

$(x-1)(2x^3+5x^2+6x-4)$

$180-90-x=90-x$



$5\sqrt{8}\cdot\sqrt{8}\cdot 5\sqrt{2}$

$\sqrt{25\cdot 8+25\cdot 8}=$

$50\cdot 8=5\cdot 10\cdot 2^3=5^2\cdot 2^4=5\cdot 2=10$

$2\cdot 8+5\cdot 4+6\cdot 2-4$

$16\ \ 20\ \ 12\ \ -4$

$-16\ \ 20\ \ -12\ \ -4$

$2\cdot 27$

$54\ \ 45\ \ 18\ \ -4$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geq 0$

$2x^4+(x-2)^2-3x^2|x-2|$

$|x-2|(|x-2|-3x^2)\quad +2x^4$

$2x^4-2x^2|x-2|+(x-2)^2-x^2|x-2|$

$-\frac{8}{4}.$

$1\quad -9.$

$2\cdot 16+4-8+4$