

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба движутся по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$N \underline{1} \quad 4900 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$$

Наши числа ^{из} могут содержать цифры:

1; 2; 4; 5; 7

Возможны 2 набора цифр для ~~написания~~^{их} числа:

$$\{1, 1, 2, 2, 5, 5, 7, 7\} \text{ und } \{1, 1, 1, 4, 5, 5, 7, 7\}$$

Если число состоит из цифр 1 набора, то

или $\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = 2520$, т.к. это количество ~~из~~ перестановок.

новый цифр с учётом того, что цифр "1" запятой,

цифры "2" и цифра "5" и цифра "7" и цифра

Аналогично для чисел состоящих из цифр 2 набора

$$\text{ux} \frac{8!}{3! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 1!} = 1680$$

Значит всего чисел $2520 + 1680 = 4200$

Ornament: 4200.

N2 Пусть $v_1 = v$ и q -число, такое что:

$$b_2 = bq; b_3 = bq^2; \dots b_i = bq^{i-1}; \dots b_{3000} = bq^{2999} \quad (i \in \mathbb{N})$$

Тогда сумма чисел прогрессии есть:

$$S = \frac{b(q^{360} - 1)}{q - 1}$$

Если увеличить категорию значений в 40 раз, ~~то~~ ~~то~~ ~~то~~

или увеличим сумму на $A = 396q^2 + 396q^5 + \dots + 396q^{3i-1} + \dots + 396q^{2999}$ или в 5 раз

Заметим, что A - сумма чисел, составляющих геометрическую прогрессию, где $396q^2$ - первый член и q^3 - коэффициент прогрессии, и всего 1000 членов $\Rightarrow$

$$\Rightarrow A = \frac{396q^2(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$$S + A = 5S$$

$$A = 4S$$

$$\frac{396q^2(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1} = 4b \frac{(q^{3000} - 1)}{q - 1}$$

$$39q^2 = 4q^2 + 4q + 4$$

$$35q^2 - 4q - 4 = 0$$

$$q = 0,4 \text{ или } q = -\frac{2}{7}$$

т.к. все члены прогрессии положительны, то

$q > 0$, также $q \neq 1$, т.к. S будет равна 3000 b , а $A = 3900b$ при $q = 1$

и $3900b \neq 4 \cdot 3000b$ (при $b > 0$)

Если каждый 2ой член увеличить в 3 раза, то S увеличится на $B = 2bq + 2bq^3 + \dots + 2bq^{2i-1} + \dots + 2bq^{2999}$

B - сумма чисел, составляющих геометрическую прогрессию, где $2bq$ - первый член, q^2 - коэффициент прогрессии, а всего 1500 членов

$$\Rightarrow B = \frac{2bq(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$S + B = \frac{b(q^{3000} - 1)}{q - 1} + \frac{2bq(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1} = \frac{b(q^{3000} - 1)}{q - 1} \times \frac{q + 1}{q + 1}$$

$$\frac{q + 1}{q + 1} \times \left(1 + \frac{2q}{q + 1}\right) = S \cdot \frac{3q + 1}{q + 1} = \frac{0,4 \cdot 3 + 1}{0,4 + 1} S = \frac{11S}{7}$$

Ответ: увеличится в $\frac{11}{7}$ раз.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$N3 \quad \left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) (\sqrt{x^3 - 64x + 200}) = x^2 + 6x - 40$$

$$(x+10) \cdot \frac{\sqrt{x^3 - 64x + 200}}{2\sqrt{2}} = (x+10)(x-4)$$

$$\text{при } x = -10$$

$$x^3 - 64x + 200 = -1000 + 640 + 200 < 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ выражение слева не имеет смысла $\Rightarrow$

$$\Rightarrow x \neq -10 \text{ и } x+10 \neq 0$$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2} \cdot (x-4)$$

слева число неотрицательно $\Rightarrow$

$$\Rightarrow 2\sqrt{2}(x-4) \geq 0 \Rightarrow x \geq 4; \text{ возведём в квадрат обе}$$

$$\text{части: } x^3 - 64x + 200 = 8(x-4)^2$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$(x-6)(x-1-\sqrt{3})(x-1+\sqrt{3}) = 0$$

$$x_1 = 6$$

$$x_2 = 1 + \sqrt{3}$$

$$x_3 = 1 - \sqrt{3}$$

$$\text{т.к. } x \geq 4 \Rightarrow x = 6 \text{ или } x = 1 + \sqrt{3}$$

Ответ: 6 или $1 + \sqrt{3}$

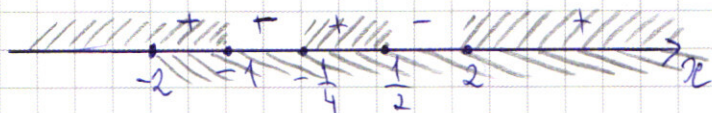
$$N4 \quad 4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 |x+2| + 4 \geq 0$$

$$I \quad \begin{cases} x \geq -2 \\ 4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{или } \text{II} \begin{cases} x < -2 \\ 4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{I} \begin{cases} x \geq -2 \\ 4(x-2)(x-\frac{1}{2})(x+\frac{1}{4})(x+1) \geq 0 \end{cases}$$

метод интервалов:



Решение: $[-2; -1] \cup [-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}] \cup [2; +\infty)$

$$\text{II} \begin{cases} x < -2 \\ 4x^4 + 5x^3 + 10x^2 + x^2 + 4x + 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$x^2(4x^2 + 5x + 10) + (x+2)^2 \geq 0$$

$$x^2 \geq 0 \text{ при любом } x$$

$$4x^2 + 5x + 10 \geq 0 \text{ при любом } x, \text{ т.к. } D = 25 - 4 \cdot 4 \cdot 10$$

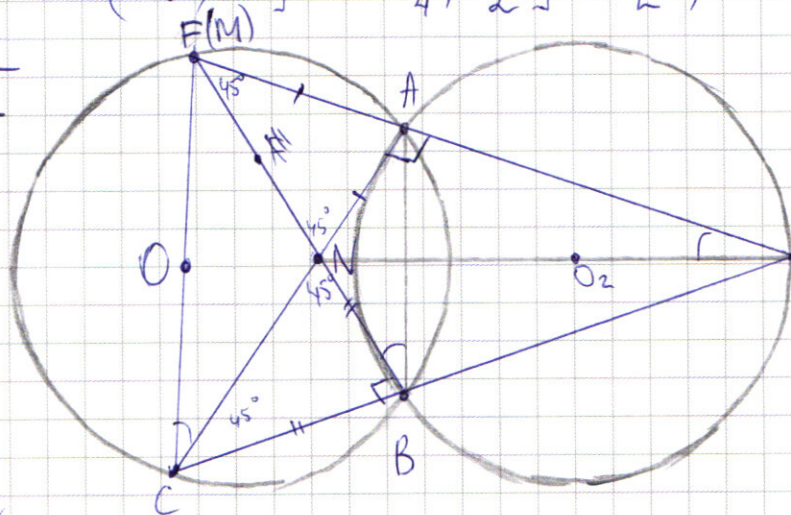
$$= -135 < 0$$

$$(x+2)^2 \geq 0 \text{ при любом } x$$

Значит решением системы является $(-\infty, -2)$

Ответ: $(-\infty, -1] \cup [-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}] \cup [2; +\infty)$

6. I



радиусы - 13
 $\angle CAD = 90^\circ$

$AB \perp CD$

$BF = BD$

Найти: CF

(исключить N (пересечение AC и FD) внутри левой окружности)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~M - продолжение BF до пересечения с окружностью~~
1) M - пересечение BF с окружностью.
 $\Rightarrow \angle MBC = 90^\circ \Rightarrow MC$ - диаметр левой окружности.
 $MC = 26$

2) $\angle ANB$ - вписанный, т.к. $\angle NAA + \angle NBD = 180^\circ$
и т.к. A, D и B лежат на правой окружности,
то и N лежит на ней то.

ND - диаметр, т.к. $\angle MBD = 90^\circ$; $ND = 26$

3) $\angle MCA = \angle MBA$ т.к. опираются на одну дугу
и $\angle MBA = \angle NDA$ аналогично
Значит $\angle MCA = \angle NDA$

4) $\triangle MAC = \triangle NBD$ как прямоугольные
по гипотенузе и углу
 $MC = ND$ и $\angle MCA = \angle NDA$; $\Rightarrow AC = AD$, а также
Значит $AM = NA$ и т.к. $\angle MAN = 90^\circ$, то
 $\angle AMB = 45^\circ = \angle ACD$, как опирающийся на ту же
дугу и $\angle MAB = 45^\circ$ т.к. в $\triangle MAB$ $\angle AMB = 45^\circ$ и $\angle MBD$ -
прямой $\Rightarrow MB = BD \Rightarrow M$ и F одна и та же
точка.

$CF = CM = 26$; Ответ: 26.

5) $BC = 10 \Rightarrow MB = \sqrt{CF^2 - BC^2} = \sqrt{676 - 100} = 24$
 $ND = \sqrt{AN^2 + AD^2} = \sqrt{AN^2 + (AN + NC)^2} = \sqrt{2AN^2 + 2AN \cdot BC \sqrt{2} + 2BC^2}$

$$AN = \sqrt{\frac{476}{20\sqrt{2}+2}} = \sqrt{\frac{238}{10\sqrt{2}+1}}$$

$$676 = 2AN^2 + 20\sqrt{2} \cdot AN + 200$$

$$AN^2 + 10\sqrt{2} AN - 238 = 0$$

$$\Delta = 50 + 238 = 12^2 \cdot 2$$

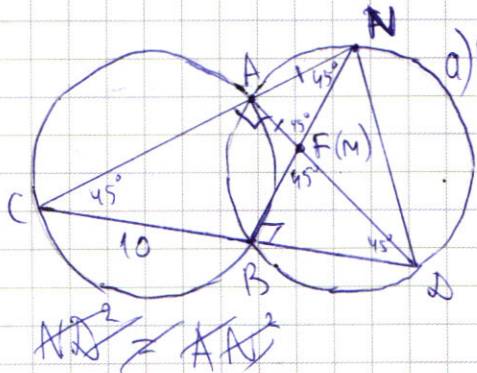
$$AN = \frac{-5\sqrt{2} \pm 12\sqrt{2}}{1} ; AN > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AN = 7\sqrt{2}$$

$$S_{ACF} = \frac{AF \cdot AC}{2} = \frac{AN \cdot (AN + NC)}{2} = \frac{7\sqrt{2} \cdot 17\sqrt{2}}{2} = 119$$

Qum Bem: 119

II случай N вне левой окружности.



а) $ND = CF = 26$ - грамм HF

Доказательства аналогичные.

8) In $\triangle NBC$ $\angle NCB = 45^\circ$ & $\angle NBC = 90^\circ \Rightarrow$

$$\Rightarrow NB = BC = 10$$

$$FD = \sqrt{2} \cdot PA = \sqrt{NA^2 - NB^2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{676 - 100} \cdot \sqrt{2} = 24\sqrt{2}$$

$$AN^2 + (AF + FQ)^2 = NQ^2$$

$$2AN^2 + 48\sqrt{2} \cdot AN + 576 \cdot 2 = 676$$

$$AN^2 + 24\sqrt{2} \cdot AN + 238 = 0$$

$$T.K. \cdot AN > 0, \text{ m}o \quad AN^2 + 24\sqrt{2} \cdot AN + 238 > 0$$

$\Rightarrow$ такого божия не может.

Этот случай превращается при $BC = 10$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 7 I $\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16 \\ \text{II} \begin{cases} (x-15)^2 + (y-8)^2 = a \end{cases} \end{cases}$

График I уравнения выглядит:

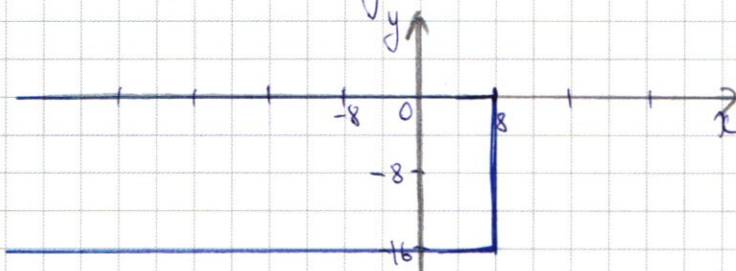
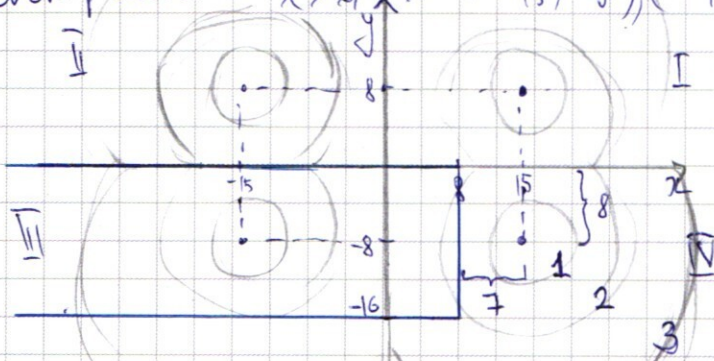


График II уравнения как 4 части окружностей с центрами $(-15, -8); (-15, 8); (15, 8); (15, -8)$



I и радиусом $\sqrt{a} \Rightarrow \Rightarrow a \geq 0$

Решение системы — точки пересечения графиков

1) при $a \leq 7^2 \Rightarrow$ радиус ≤ 7

Окружность в IV четверти может касаться графика I уравнения или не иметь общих точек с ним, остальные

3 окружности не имеют общих точек с ним. $\Rightarrow$ ~~$a \leq 7^2$~~ $a > 7^2$

2) $7^2 < a < 8^2$ окруж. IV пересекается

с графиком I уравнения $\Rightarrow$ 2 решения если
оставшиеся окружности не имеют общих
точек

Решение $a \in (49; 64)$

$$2a) 15^2 \geq a \geq 8^2$$

окружность в IV четверти пересекает

график I уравнения $\Rightarrow$ 2 решения

окружность в III четверти пересекает

касается графика хотя бы в 2 точках

$\Rightarrow$ решений больше 2

2 б) $17^2 \geq a$ окружность в IV четверти
пересекает & график в 1 точке

т.к. её точка пересечения с осью

ординат будет выше, ~~там~~ или на

$$y = -16; \quad y \geq -16$$
$$(10 - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = 225 + (|y| - 8)^2 \leq 289 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow a \leq 289.$$

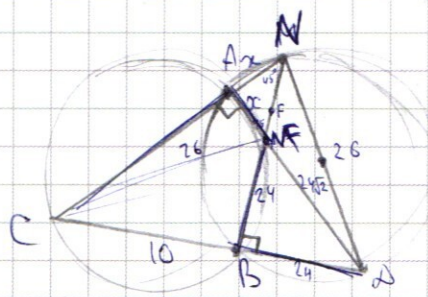
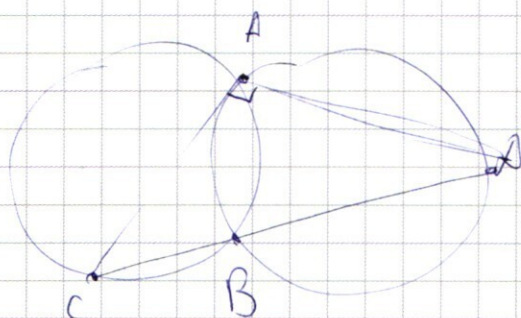
3. ~~$a > 17^2$~~ окружность в III четверти имеет
хотя бы 2 пересечения с графиком I
уравнения.

3. $a > 17^2$ окружности в ^{и I}IV четвертях не имеют
решений пересечений с графиком.

а окружности I и II четверти имеют
ровно 2 ~~решения~~ пересечения

Ответ: $(49; 64) \cup (289; +\infty)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$576 \cdot 2$$

$$7\sqrt{2} (10\sqrt{2} + 1) = 140 + 7\sqrt{2}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ \times 26 \\ \hline 156 \\ 52 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$\times 576$$

$$B\sqrt{2} \quad M=F$$

$$CF = 26$$

$$x^2 + (24\sqrt{2} + x)^2 = 676$$

$$2x^2 + 48\sqrt{2}x + 576 \cdot 2 = 0$$

$$x + 10\sqrt{2} = 100$$

$$476$$

$$x^2 + 24\sqrt{2}x + 238 = 0$$

$$676 = x^2 + (10\sqrt{2} + x)^2$$

$$2x^2 + 200 + 20\sqrt{2}x = 676$$

$$x^2 + 10\sqrt{2}x - 238 = 0$$

$$D = 50 + 238 = 288$$

$$\frac{-5\sqrt{2} \pm 12\sqrt{2}}{1} = 7\sqrt{2}$$

$$-4 \quad -100$$

$$\frac{CN}{CB} = AC$$

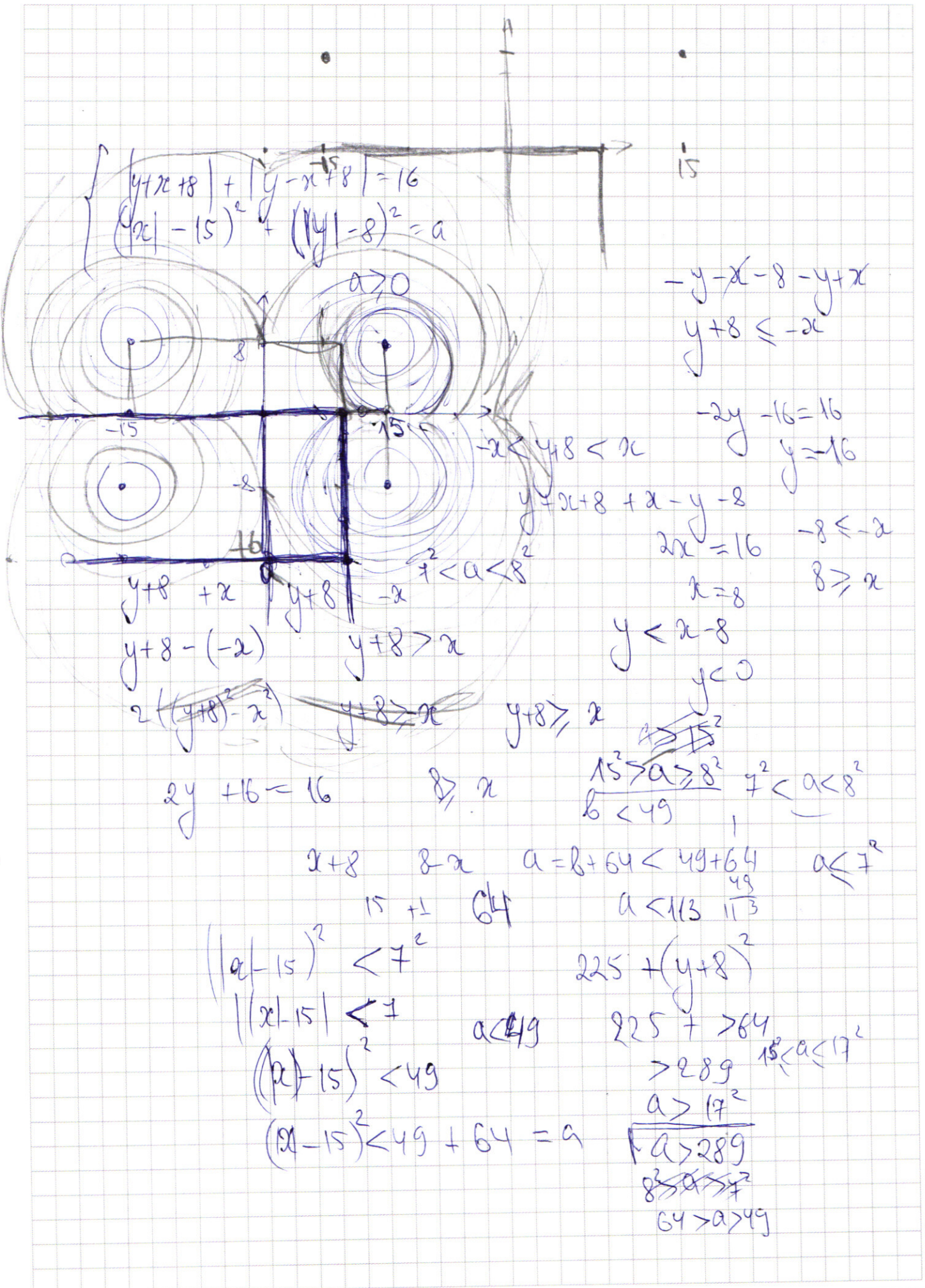
$$DN = 26 = CM$$

$$AC = AD$$

$$S = \frac{7\sqrt{2} \cdot 17\sqrt{2}}{2} = 119$$

$$(x + 10\sqrt{2})^2 + x^2$$

$$2x^2 + 20\sqrt{2}x + 289 \cdot 2 + 45 \cdot 2 = 676$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $4900 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \cdot 1^2$

$1 \quad 1 \quad 2 \quad 2 \quad 5 \quad 5 \quad 7 \quad 7$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 42 \\ \times 60 \\ \hline 2520 \end{array}$$

$4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 8! = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 60 \cdot 42 = 2520$

2. $A = \frac{8!}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8$

$$\begin{array}{r} 30 \\ \times 56 \\ \hline 1680 \\ + 2520 \\ \hline 4200 \end{array}$$

$$b_1(q^{3000} - 1) + bq + bq^2 + \dots + bq^{2999} = \frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1} = S$$

$$\frac{b_1(q^{3000} - 1)}{(q - 1)} \cdot \frac{39bq^2 + 39bq^5 + 39bq^8 + \dots}{q^3} = \frac{39bq^2(q^{3000} - 1)}{q^3 - 1}$$

$3000b = S$

$3000b$

$39 \cdot 1000b$

$= 42000b = 5S$

1500

$\frac{39q+1}{q^3-1} = \frac{22}{q^3-1} = \frac{11}{q^3-1}$

$\frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1} = 5S = \frac{5b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1}$

$\frac{b_1(q^{3000} - 1)}{q - 1}$

$(2b_1q)(1 + q^2 + q^4 + \dots + q^{2998})$

$\frac{2b_1q(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$

$\frac{(2q + b_1(q+1))(q^{3000} - 1)}{q^2 - 1}$

$\frac{4q^2 + q + 1}{q^2 + q + 1} = 5$

$140 - 164$

$4q^2 + q + 1 = 5q^2 + 5q + 5$

$q^2 + 4q + 4 = 0$

$(q + 2)^2 = 0$

$35q^2 - 4q - 4 = 0$

$q = \frac{4 + 140}{2 \pm 12} = 12$

$q > 0 \Rightarrow q = \frac{14}{35} = 94$

$\frac{-10}{35}$

$\frac{2}{5} - \frac{5}{7}$

$$\frac{b(q^{3000}-1)}{q-1} = S$$

$$\frac{5b(q^{3000}-1)}{q-1} = 5S = \frac{b(q^{3000}-1)}{q-1} + \frac{39bq^2(q^{3000}-1)}{q^3-1}$$

$$\frac{4}{q-1} = \frac{39q^2}{q^3-1} \left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \sqrt{x^2-64x+200} \right) = x^2+16x+40$$

$$4 = \frac{39q^2}{q^3+q+1} \left(\frac{x+10}{2\sqrt{2}} (x\sqrt{2}+10\sqrt{2}) \right)$$

1	0	-64	200
2	1	2	-60
4	1	4	-48
2,5	1	2,5	

$$35q^2 - 4q - 4 = 0$$

$$\frac{2}{4} = 4 + 4 \cdot 35 = 144 = 12^2 \quad (x+10) \quad (x+10)(x-4)$$

$$q = \frac{-2 \pm 12}{35}$$

$$q > 0 \Rightarrow q = \frac{10}{35} = \frac{2}{5} = 0,4$$

$$\frac{2bq(q^{3000}-1)}{q^2-1} \neq \frac{b(q^{3000}-1)}{q-1} = \frac{11S}{7}$$

$$= \frac{b(q^{3000}-1)}{q-1} \cdot \left(\frac{2q}{q+1} + 1 \right)$$

$$\frac{6}{1+\sqrt{13}}$$

$$\frac{0,8}{1,7} + 1$$

$$\frac{4}{7} + 1$$

$$\frac{11}{7}$$

$$x-6$$

$$x^3 - 8x$$

$$1 \quad -8 \quad 0 \quad 72$$

$$1 \quad -2 \quad -12 \quad 0$$

$$x^2 - 2x - 12$$

$$1 + 12 = (\sqrt{13})^2$$

$$\sqrt{16} \quad 1 + \sqrt{13} \pm \sqrt{13}$$

$$16 \quad 14 + 2\sqrt{13}$$

$$2 \sim 2\sqrt{13}$$

$$\frac{\sqrt{x^3-64x+200}}{2\sqrt{2}} = x-4$$

$$x \geq 4$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$512 - 512$$

$$216 \quad 384$$

$$27 - 72 \quad 416 - 384$$

$$729 - 8 \cdot 9 \quad 32$$

$$x + \sqrt{13} + 19^2 \cdot 1$$

$$216 -$$

$$8 \cdot 36 - 8 \cdot 36$$

$$36 - 2 = 72$$

$$1 + \sqrt{13}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 | x+2 | + 4 \geq 0$$

$$x \geq -2 \quad 4x^2$$

$$4x^4 - 5x^2 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4x^2(4x^2 - 9) - 5x^2 + 4x + 4$$

$$x^2(2x-3)(2x+3)$$

$$4 \cdot 16 - 5 \cdot 8 - 9 \cdot 4 + 12 \geq 0$$

$$64 - 40 - 36$$

$$-12$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad -5 \quad -9 \quad 4 \quad 4 \\ 2 \quad 4 \quad 3 \quad -3 \quad -2 \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 4 \quad 11 \\ -2 \quad 4 \quad -5 \quad 7 \quad -10 \quad 24 \\ -1 \quad 4 \quad -1 \quad -2 \quad 0 \end{array}$$

$$4(x-2)(x+1)(x-\frac{1}{2})(x+\frac{1}{4}) \geq 0$$

$$x < -2$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad 5 \quad 11 \quad 4 \quad 4 \\ -2 \quad 4 \quad -3 \quad 17 \quad -30 \\ -1 \quad 4 \quad 1 \quad 10 \quad -6 \quad 10 \\ -0.5 \quad 4 \quad 3 \\ -\frac{1}{4} \quad 4 \quad 4 \quad 10 \quad 15 \end{array}$$

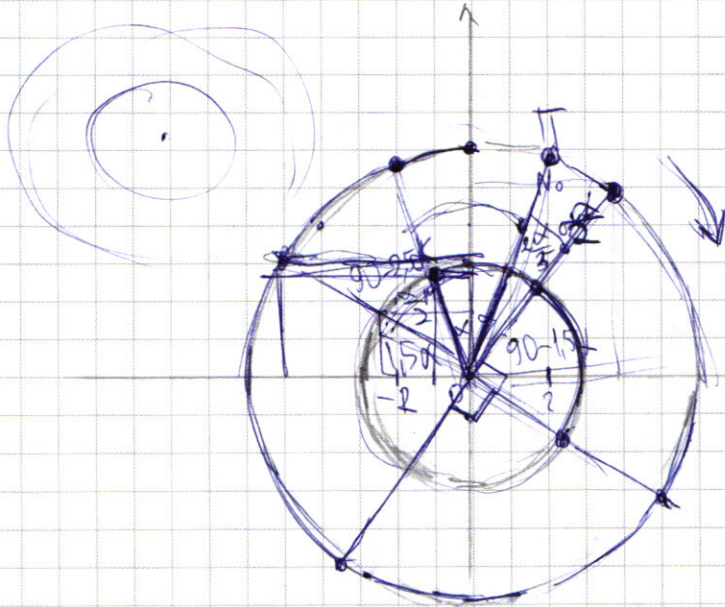
$$4x^4 + 5x^3 + 10x^2 + (x+2)^2 \geq 0$$

$$x^2(4x^2 + 5x + 10) \geq 0$$

$$-25 - 4$$

$$25 -$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 10 \\ 10 \\ 135 \end{array}$$



$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 36 \\ x^2 + y^2 &= 9 \\ 4 + 32 &= 36 = 6^2 \end{aligned}$$

$$1 + 8 =$$

$$2,5 \text{ } \mu\pi = \mu_k$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= -\frac{360}{2\sqrt{2}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

$$2x = 4x$$

$$x = \frac{\alpha}{2}$$

$$\begin{aligned} 360 &= 4x \\ x &= 90 \end{aligned}$$

$$2 + 16 = 18$$

$$\frac{1}{3} \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\operatorname{tg} 150 = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} 90\alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} 90\alpha} =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{\sqrt{2}}{4} + 3 - 2\sqrt{2}}{4 - \sqrt{2} \cdot (3 - 2\sqrt{2})} \\ &= \frac{12 - 7\sqrt{2}}{8 - 3\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2} - 7}{4\sqrt{2} - 3} \end{aligned}$$

$$\frac{(6\sqrt{2} - 7)(4\sqrt{2} + 3)}{23}$$

$$2x + \frac{\alpha}{2} = 2,5x$$

$$\left((27 - 10\sqrt{2})a^2 + (23a)^2 \right) = 36$$

$$729 + 200 \quad 929 - 540\sqrt{2} + 529a^2 = 36$$

$$\frac{6\pi}{2,5\mu}$$

$$\frac{12\pi}{\mu}$$

$$(729 \cdot 2 - 270 \cdot 2\sqrt{2})a^2 = 36$$

$$2,4\pi$$

$$\frac{9,4\pi}{360}$$

$$\frac{\mu}{360}$$

$$\frac{12\pi}{\mu}$$

$$12x$$

$$\frac{27 \cdot 23}{69} = 46$$

$$\begin{aligned} (81 - 30\sqrt{2})a^2 &= 2 \\ a &= \sqrt{\frac{2}{(81 - 30\sqrt{2})}} \end{aligned}$$

$$\frac{360}{2,4\pi}$$

$$\frac{360}{12\pi}$$

$$\frac{360\mu}{\pi} = x$$

$$\frac{x}{24}$$

$$\frac{a}{12}$$

$$\frac{5x}{1} \cup x$$

$$\sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin \alpha \cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2} \cos \alpha = \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{\cos \alpha}{2}$$

$$\frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{3} - \frac{\sin \frac{\alpha}{2} \cdot 2\sqrt{2}}{3} = \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = (2\sqrt{2} + 3) \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} &= \frac{1}{(2\sqrt{2} + 3)} = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{1} \\ &= 3 - 2\sqrt{2} \end{aligned}$$