

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 4

ШИФР

Бланк задания должен быть вложен в раб
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 4900. Ответ необходимо представить в виде целого числа.
2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \dots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S . Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \dots, b_{3000}$), увеличить в 40 раз, сумма S увеличится в 5 раз. А как изменится S , если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \dots, b_{3000}$), увеличить в 3 раза?
3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2}\right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$.
4. [6 баллов] Решите неравенство $4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2|x + 2| + 4 \geq 0$.
5. [5 баллов] Вокруг крючка с червяком в одной плоскости с ним по двум окружностям плавают карась и пескарь. В указанной плоскости введена прямоугольная система координат, в которой крючок (общий центр окружностей) находится в точке $(0; 0)$. В начальный момент времени карась и пескарь находятся в точках $M_0(-1; 2\sqrt{2})$ и $N_0(2; -4\sqrt{2})$ соответственно. Скорость карася в два с половиной раза больше скорости пескаря, оба движутся по часовой стрелке. Определите координаты всех положений пескаря, при которых расстояние между рыбами будет кратчайшим.
6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 13 пересекаются в точках A и B . На первой окружности выбрана точка C , а на второй – точка D . Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD , а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD , проходящем через точку B , выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF . б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 10$. Найдите площадь треугольника ACF .
7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y + x + 8| + |y - x + 8| = 16, \\ (|x| - 15)^2 + (|y| - 8)^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

①

$a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8$ — иск. число

$$P = a_1 a_2 a_3 \dots a_8 = 4900 = 7^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2$$

возможные цифры: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

0 — не может быть, т.к. P будет = 0

3, 6, 9 — не могут быть, т.к. P будет содерж. множ. 3 в разложении, а он не содержит.

8 — не может, т.к. P будет : 8, а оно не кратно

↓
возможные цифры: 1, 2, 4, 5, 7

не использ. 4

тогда наше число должно
состоять из набора цифр:
2, 2, 5, 5, 7, 7, 1, 1

кол-во способов составить из
данного набора цифр число
равно:

$$\frac{8 \cdot 7}{2} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} = k_1$$

↑
выбираем
среди восьми
мест 2 для
цифр 7

↑
аналог.
из оставш.
для цифр
5

↑
для цифр
2

$$k_1 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{8} =$$

$$= 42 \cdot 60 = 2520$$

↑
использ. 4
набор цифр:

4, 5, 5, 7, 7, 1, 1, 1

кол-во способов сост.
из данного набора цифр
число равно:

$$8 \cdot \frac{7 \cdot 6}{2} \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} = k_2$$

↑
место для
4_{ки}

↑
для 5_{рок}

↑
для 7_{рок}

$$k_2 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4} =$$

$$= 42 \cdot 40 =$$

$$= 1680$$

итого кол-во возм. чисел
равно $K = k_1 + k_2 = 2520 + 1680 = 4200$ шт.

②

ном. прогрессия: $b, b_2, \dots, b_{3000}$, где b_i равно $b_0 \cdot q^{i-1}$

тогда S - начальная сумма

$$S = b_0 \frac{q^{3000} - 1}{q - 1}$$

вычислим сумму ~~членов~~ прогрессии с индексами, кратными 3:

$$\begin{aligned} S_{:3} &= b_0 q^2 + b_0 q^5 + \dots + b_0 q^{2999} = \\ &= b_0 q^2 (1 + q^3 + (q^3)^2 + \dots + (q^3)^{\frac{2999}{3}}) = \\ &= b_0 q^2 \frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1} \end{aligned}$$

увеличив каждый член прогрессии с инд., кратн. 3, в 40 раз, сумма этих членов так же увелич. в 40 раз $\Rightarrow S - S_{:3} + 40 S_{:3} = 5S$

$$39 S_{:3} = 4S$$

$$39 \cdot b_0 q^2 \frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1} = 4 b_0 \frac{q^{3000} - 1}{q - 1}$$

$$39 (q - 1) q^2 = 4 (q^3 - 1)$$

$$39 q^2 = 4 (q^2 + q + 1)$$

$$39 q^2 = 4 q^2 + 4 q + 4$$

$$35 q^2 - 4 q - 4 = 0$$

$$q_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 560}}{70} = \frac{4 \pm 24}{70}$$

$$q_1 = \frac{28}{70} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0,4 \quad q_2 = -\frac{2}{7}, \text{ но}$$

q должно быть > 0 , т.к. все члены послед-ты > 0 (иначе либо b_0 , либо $b_0 q$ будет < 0)

$\Downarrow$

$$q = 0,4$$

теперь вычислим сумму членов прогрессии с индексами : 2:

$$\begin{aligned} S_{:2} &= b_0 q + b_0 q^3 + \dots + b_0 q^{2999} = b_0 q (1 + q^2 + (q^2)^2 + \dots + (q^2)^{\frac{2999}{2}}) = \\ &= b_0 q \frac{q^{3000} - 1}{q^2 - 1} \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

в 3 раза $\rightarrow$ если $\downarrow$ увелич. все цены проф. ~~индексации~~ с чист. индексации, то их сумма ($S_{i,2}$) увелич. так же в 3 р.

$$\begin{aligned} S - S_{i,2} + 3S_{i,2} &= S \cdot \alpha, & \alpha - \text{коэф., обозначающий} \\ S + 2S_{i,2} &= S \cdot \alpha & \text{во сколько раз увелич.} \\ & & \text{сумма профессов} \end{aligned}$$

$$\cancel{b_0} \frac{q^{3000} - 1}{q - 1} + 2 \cancel{b_0} q \frac{q^{3000} - 1}{q^2 - 1} = \cancel{b_0} \frac{q^{3000} - 1}{q - 1} \alpha$$

$$q^2 - 1 + 2q(q - 1) = \alpha(q^2 - 1)$$

$$q + 1 + 2q = \alpha(q + 1)$$

$$q = 0,4$$

$$0,4 + 1 + 0,8 = \alpha(0,4 + 1)$$

$$\alpha = \frac{2,2}{1,4} = \frac{11}{7}$$

$\Downarrow$
сумма увеличится в $\frac{11}{7}$ раза

работает, если $q \neq 1$

* если $q = 1 \Rightarrow$ все цены послед. одинак. и равны b_0

$$\text{тогда: } S = 3000 b_0$$

$$3000 b_0 - 1000 b_0 + 40000 b_0 = 15000 b_0$$

$$42000 b_0 \neq 15000 b_0$$

$$\Downarrow \\ q \neq 1$$

Ответ: сумма увелич. в $\frac{11}{7}$.

③

$$\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$\frac{x+10}{2\sqrt{2}} \sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x+10)(x-4)$$

нпм $x = -10$

$$x^3 - 64x + 200 = -1000 + 640 + 200 < 0$$

~~не~~ не удовлетворяет 013 $\Rightarrow x \neq -10 \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ можно сократить на $(x+10)$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = 2\sqrt{2}(x-4) \Rightarrow x \geq 4 (*)$$

возведем в квадрат

$$x^3 - 64x + 200 = 8(x-4)^2$$

$$x^3 - 64x + 200 = 8x^2 - 64x + 128$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

нпм $x = 6$ $36 \cdot 6 - 8 \cdot 36 + 36 \cdot 12 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 6$ - корень

разделим на $(x-6)$

	1	-8	0	72
6	1	-2	-12	0

$$(x-6)(x^2 - 2x - 12) = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 48}}{2} = 1 \pm \sqrt{13}$$

$$1 - \sqrt{13} < 4 \text{] противоречит условию } (*) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (1 - \sqrt{13}) - \text{ не корень}$$

Ответ: $x = 6, x = 1 + \sqrt{13}$

④

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 | x+2 | + 4 \geq 0$$

1). нпм $x \geq -2$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^3 - 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + 4x^3 - 9x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4x^3(x+1) - 9x^2(x+1) + 4(x+1) \geq 0$$

$$(x+1)(4x^3 - 9x^2 + 4) \geq 0$$

$$(x+1)(4x^3 - 8x^2 - x^2 + 2x - 2x + 4) \geq 0$$

$$(x+1)(4x^2(x-2) - x(x-2) - 2(x-2)) \geq 0$$

$$(x+1)(x-2)(4x^2 - x - 2) \geq 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 33}}{8} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

$$\frac{1 - \sqrt{33}}{8} \quad \checkmark \quad -1$$

$$1 - \sqrt{33} \quad \checkmark \quad -8$$

$$9 \quad \checkmark \quad \sqrt{33}$$

$$81 \quad \checkmark \quad 33$$

$\Rightarrow$

$$\frac{1 - \sqrt{33}}{8} > -1$$

$$\frac{1 + \sqrt{33}}{8} \quad \checkmark \quad 2$$

$$1 + \sqrt{33} \quad \checkmark \quad 16$$

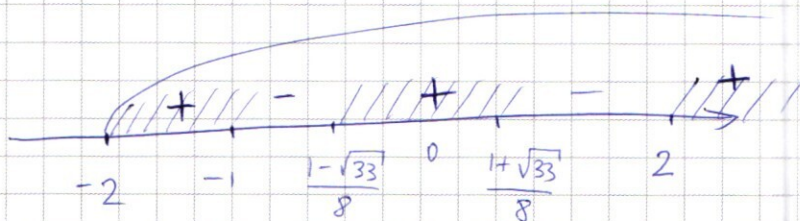
$$\sqrt{33} \quad \checkmark \quad 15$$

$$33 \quad \checkmark \quad 225$$

$\Leftarrow$

$$\frac{1 + \sqrt{33}}{8} < 2$$

$\Downarrow$



2) при $x < -2$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$$

~~$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$$~~

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

при $x < -2$ пусть $a = -x$, где $a > 0$

$$\begin{aligned} \text{тогда } 4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 &= \\ &= 4a^4 - 5a^3 + 11a^2 - 4a + 4 = A \end{aligned}$$

замечим, что при $a \geq 2$

$$\begin{aligned} 4a^4 &\checkmark 5a^3 \\ 4a &\checkmark 5 \\ &> (\text{при } a \geq 2) \end{aligned}$$

$A > 0$, т.к.

$$\begin{aligned} 11a^2 &\checkmark 4a \\ 11a &\checkmark 4 \end{aligned}$$

$> (\text{при } a \geq 2)$

при $x < -2$ $a > 2 \Rightarrow$ неравенство верно для $x < -2$

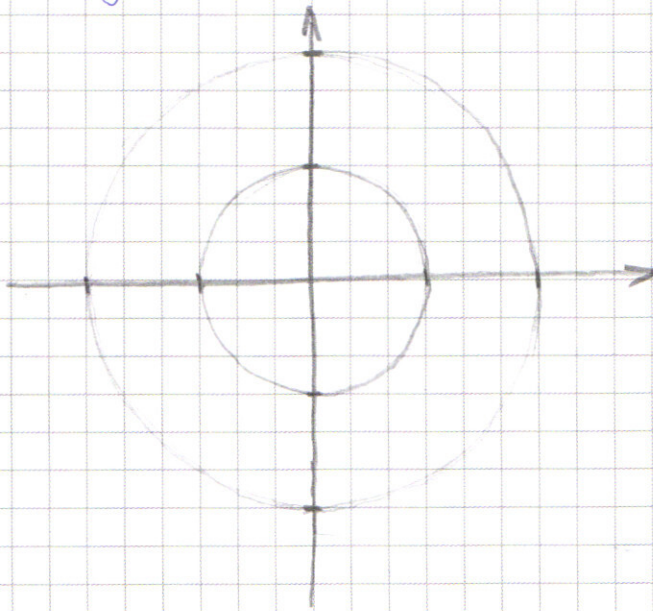


Ответ: $x \in (-\infty; -1] \cup [\frac{1-\sqrt{33}}{8}; \frac{1+\sqrt{33}}{8}] \cup [2; +\infty)$

⑤

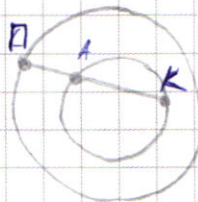
$M_0(-1; 2\sqrt{2})$ - координата карась $\Rightarrow$ карась движется по окр. $O_K(0,0)$ $R_K = \sqrt{(-1)^2 + (2\sqrt{2})^2} = 3$

$N_0(2; -4\sqrt{2})$ - координата пещеря $\Rightarrow$ пещеря движется по окр. $O_P(0,0)$ $R_P = \sqrt{2^2 + (-4\sqrt{2})^2} = 6$



докажем то, что кратч. расстояние между К и П ~~не может~~ будет $= 3$ (разница радиусов окр. $|R_P - R_K|$)

~~если~~ проведем отрезок КП (соедин. К и П в какой-то промежуток времени) если отрезок пересекает меньш. окружность в 2 точках, то



A - вторая т. пересечения заметим то, что PK - точно не ~~меньше 3~~ ~~меньше 3~~, т.к. $PA < PK$, $PA \leq 3$

если отрезок пересекает меньш. окр. в 1 точке (г-ть, что $PA \leq 3$)



A - точка, где сейчас карась

проведем PO , PO и меньш. окр. $= C, B$

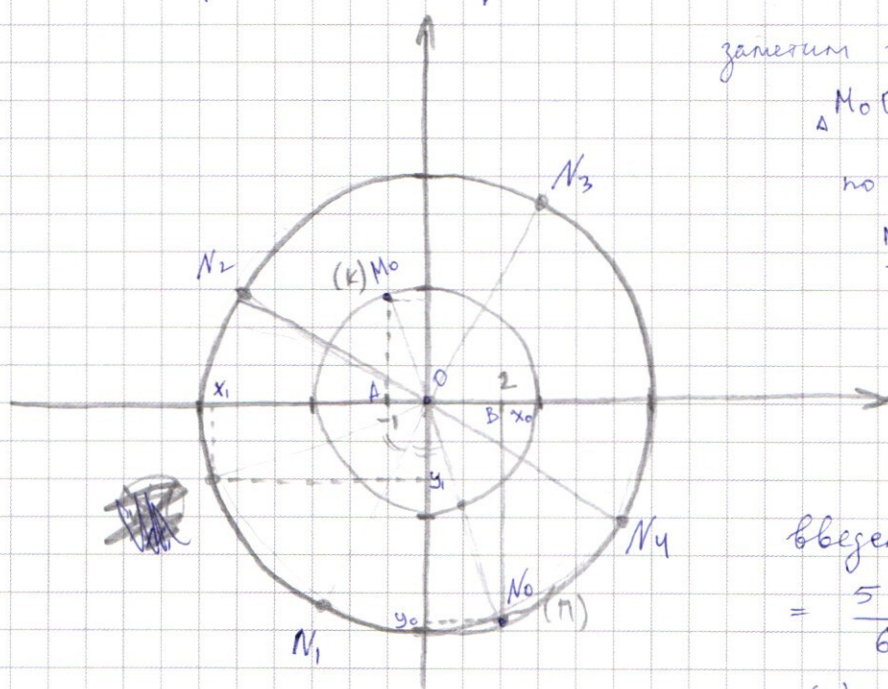
CB - диаметр меньш. окр., A на окр. $\Rightarrow \angle ABC \leq 90^\circ$

($\angle ABC < 90^\circ$, если $A \neq B$ и $\angle ABC = 90^\circ$, если $A = B$)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

или $A=B$, то $PA-PB = PO-BO = 3$
 если $A \neq B$, то $\angle ABP > 90^\circ \Rightarrow \angle PAB < \angle ABP \Rightarrow$
 $\Rightarrow AP > PB = 3$
 ч. т. д.

теперь определим положение, в кот. между P и K
 расстояние равно 3.



замечим то, что изнач.

$$\triangle MOA \sim \triangle NOB$$

по двум стор. и углу

$$\frac{MOA}{NOB} = \frac{AO}{OB} = \frac{1}{2}$$



M_0, O, N_0 - на
 одной прямой.

$$\begin{aligned} \text{Введем } \omega_k &= \frac{v_k}{R_k} = \frac{5v_n}{2R_k} = \\ &= \frac{5v_n}{6} \\ \omega_n &= \frac{v_n}{R_n} = \frac{v_n}{6} \end{aligned}$$

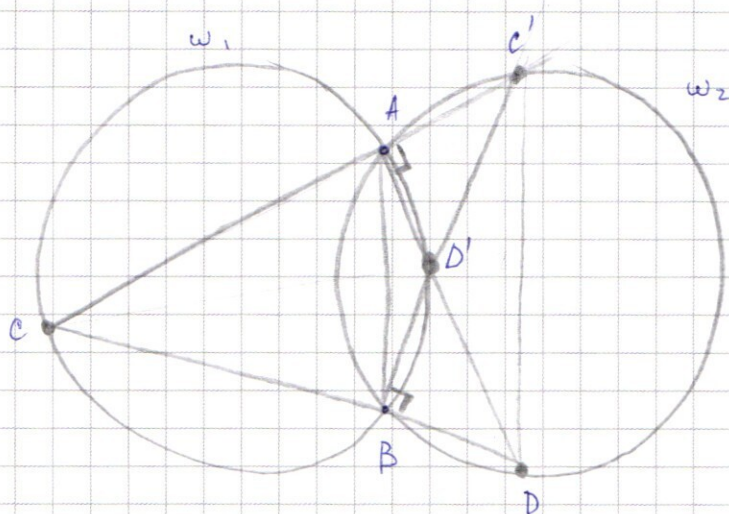
где ω_k и ω_n - угловые скорости k и n ,
 причем ω_k в 5 раз больше $\omega_n \Rightarrow$

$$\begin{aligned} \Rightarrow t \text{ (за кот. } k \text{ догонит } n \text{ (} k, n, O \text{ на одной} \\ \text{прямой и } k, n \text{ по одну стор. от } O)) \\ = \frac{2\pi}{\omega_k - \omega_n} = \frac{2\pi}{4\omega_n} \end{aligned}$$

$$\text{за это время } n \text{ пройдет } t \cdot \omega_n = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow$$

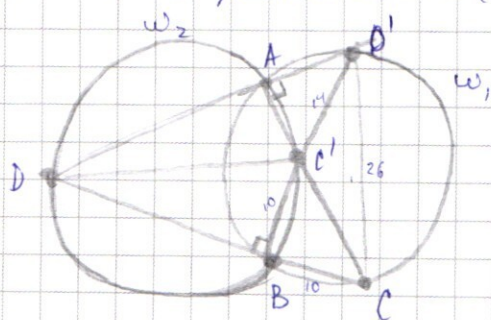
$\Rightarrow k$ и n окажутся в нужном положении
 когда n будет иметь координаты точки $(-4\sqrt{2}, -2)$
 $\angle NOA = 90^\circ \Rightarrow y_0 \perp x_0 \Rightarrow \angle NOOy_0 = \angle x_0ON_1 \Rightarrow \triangle ON_1Oy_0$
 $\triangle ON_1Oy_0$ по стороне $ON_1 = ON$ и углам $\Rightarrow$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



- а). обознач. вторые точки пересек. AC с ω_2 и AD с ω_1 ,
за A' и D'
- $\angle CAD = 90^\circ \Rightarrow \angle C'AD = 90^\circ \Rightarrow C'D$ - диаметр ω_2
 CD' - диаметр ω_1 $\Rightarrow$
- $\Rightarrow$ перпендикуляр к CD , проходящий через B ,
будет пересек. ω_1 и ω_2 в т. D' и C'
- $\angle BC'D = \angle BAD = \angle BAD' = \angle BCD' \approx$
 $CD' = C'D$ (диаметры равных окр.) $\Rightarrow$
- $\Rightarrow \triangle CD'B = \triangle C'BD \Rightarrow BD' = BD \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ точка F совпадает с точкой $D' \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ отрезок $CF = CD' = \text{диаметр} = 2R = 2b$

8). $CB = 10$, $CD' = 26$
 $(BD')^2 = 26^2 - 10^2 = 24^2 \Rightarrow BD' = 24$, но $C'B = CB = 10$
 $\Rightarrow$ ~~нужно~~ ~~поставить~~ ~~метки~~ на картинке (чтобы $C' \in [BD']$)



$$\begin{aligned} D'E' &= 26 \quad BC = 10 \Rightarrow BD' = 24 \\ C'B &= CB \quad (\text{из п. а}) \Rightarrow \\ \Rightarrow C'D' &= 24 - 10 = 14 \\ C'C &= \sqrt{200} \quad (\text{т. Пифагора}) \end{aligned}$$

прям. отрезков хорд равны ρ и ω , $\Rightarrow$

$$\rightarrow CC' \cdot C'A = BC' \cdot C'D$$

$$C'A = \frac{10 \cdot 14}{\sqrt{200}} = \frac{10 \cdot 14}{10\sqrt{2}} = \frac{14}{\sqrt{2}}$$

$$\begin{array}{r} 1352 \\ - 196 \\ \hline 1156 \end{array}$$

$$BA^2 + (AC')^2 = (BC')^2$$

$$AD^2 = 26^2 - \frac{196}{2} = \frac{676 \cdot 2 - 196}{2} = \frac{1352 - 196}{2} = \frac{1156}{2}$$

$$AD = \sqrt{\frac{1156}{2}}$$

$$\begin{array}{r} 1156 \div 2 \\ 578 \quad 2 \\ 289 \quad 17 \\ \hline 81 \quad 17 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \end{array}$$

~~S_A~~

$$(AD')^2 = 14^2 - \frac{14^2}{2} = \frac{14^2}{2}$$

$$AD' = \frac{14}{\sqrt{2}}$$

$$AC^2 = 26^2 - \frac{14^2}{2} = \frac{2 \cdot 676 - 196}{2} = \frac{1156}{2}$$

$$AC = \sqrt{\frac{1156}{2}}$$

$$\begin{aligned} S_{ACF} = S_{ACD'} &= \frac{1}{2} AC \cdot AD' = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{1156}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{14}{\sqrt{2}} = \\ &= \frac{\sqrt{1156} \cdot 14}{4} = \frac{2\sqrt{289} \cdot 2 \cdot 7}{4} = 7\sqrt{289} = \\ &= 7 \cdot 17 = 119 \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

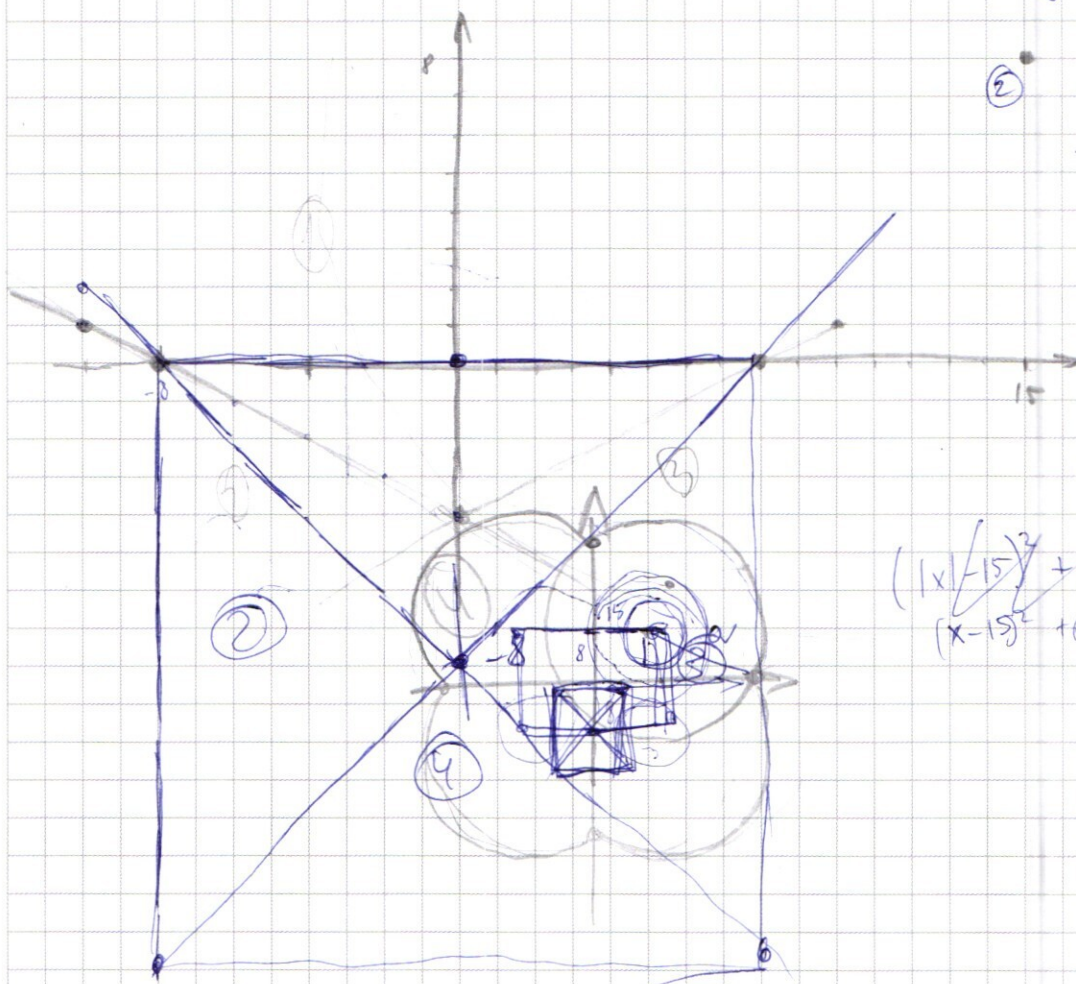
$$\begin{cases} |y+x+8| + |y-x+8| = 16 \\ (|x|-15)^2 + (|y|-8)^2 = a \end{cases}$$

$O(15, 8) \quad R = \sqrt{a}$

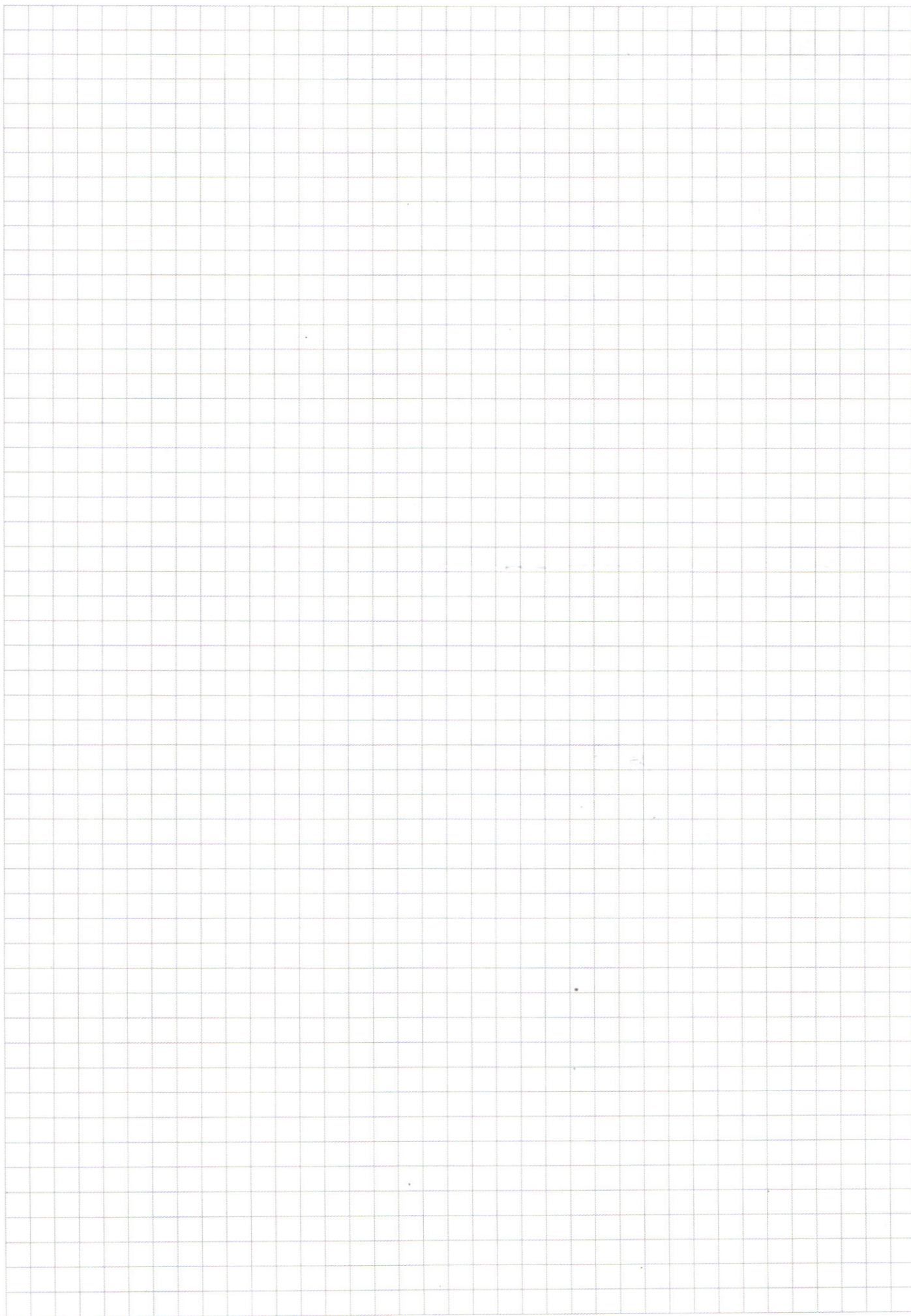
$$\begin{aligned} y+x+8 &= 0 \\ y-x+8 &= 0 \end{aligned}$$

① $ab > 0$
 $2y + 16 = 16$
 $y = 0$

② $ac < 0, bc > 0$
 $-y-x-8+y-x+8=16$
 $-2x=16$
 $x=-8$



$$\begin{aligned} (|x|-15)^2 + 64 &= a \\ (x-15)^2 + 64 &= a \end{aligned}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

①
$$\begin{array}{r} 4900 \mid 2 \\ 5 \\ 2 \\ 5 \\ 5 \\ 7 \\ 7 \\ 1 \mid 1 \end{array}$$

$$4900 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$$

$$1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$$

$$\frac{8 \cdot 7}{7} \cdot \frac{6 \cdot 5}{5} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2} = \frac{42}{20} \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 2520 \text{ км/ч}$$

② $b, bq, bq^2, bq^3, \dots, bq^{2999} \quad \Sigma = S$

$$b, \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$S_1 = b, (1 + q + \dots + q^{2999}) = b, \frac{q^{3000} - 1}{q - 1}$$

$$S_{i3} = b, q^2 (1 + q^3 + q^6 + \dots + q^{2997}) = b, q^2 \frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1}$$

$$(q^3)^{999}$$

$$S_2 = S_1 - S_{i3} + S_{i3} \cdot 40 = 5 S_1$$

$$39 S_{i3} = 4 S_1$$

$$39 q^2 \frac{q^{3000} - 1}{q^3 - 1} = 4 \frac{q^{3000} - 1}{q - 1}$$

$$39 q^2 (q - 1) = 4 (q^3 - 1) = 4 (q - 1) (q^2 + q + 1)$$

$$39 q^2 = 4 q^2 + 4 q + 4$$

$$35 q^2 - 4 q - 4 = 0$$

$$q_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 560}}{70}$$

$$q_1 = \frac{28}{70} = \frac{4}{10} = 0,4 = \frac{2}{5}$$

$$q_2 = -\frac{20}{70} = -\frac{2}{7} < 0 \text{ не мож.}$$

$$S_1 = b_1 \frac{q^{3000} - 1}{q - 1}$$

$$\begin{aligned} S_{1:2} &= b_1 q + b_1 q^3 + \dots + b_1 q^{2999} = \\ &= b_1 q (1 + q^2 + (q^2)^2 + \dots + (q^2)^{\frac{2999}{2}}) = \\ &= b_1 q \frac{q^{3000} - 1}{q^2 - 1} \end{aligned}$$

$$S_1 - S_{1:2} + S_{1:2} \cdot 3 = ?$$

$$S_1 + 2S_{1:2} = 0 \cdot S_1 x$$

$$\cancel{b_1} \frac{q^{3000} - 1}{q - 1} + 2 \cancel{b_1} q \frac{q^{3000} - 1}{q^2 - 1} = \cancel{b_1} \frac{q^{3000} - 1}{q - 1} x$$

$$1 + 2 \frac{q}{q+1} = x$$

$$q+1 + 2q = x(q+1)$$

$$3q+1 = x(q+1)$$

$$q = 0,4$$

$$1,2 + 1 = x(0,4 + 1)$$

$$x = \frac{2,2}{1,4} = \frac{22}{14} = \frac{11}{7}$$

увеличилось в $\frac{11}{7}$ раза

$$\textcircled{3} \left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$64 - 64 \cdot 4 + 200 = 128 + 200$$

$$7^3 - 8 \cdot 7^2 + 72 = 0$$

$$7 \cdot 49 - 49 \cdot 7 - 49 + 72 = 0$$

$$\frac{(x+10)}{2\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = x^2 + 6x - 40$$

$$-1000 + 640 + 200 < 0$$

$$100 - 60 - 40$$

$$\sqrt{x^3 - 64x + 200} = (x-4)2\sqrt{2}$$

$$x-4 \geq 0 \quad (x \geq 4)$$

$$x^3 - 64x + 200 =$$

$$(x^2 - 8x + 16) \cdot 8$$

$$64 - 64 \cdot 4 + 200 =$$

$$x^3 - 8x^2 - 64x + 64x + 200 - 128 = 0$$

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

$$\begin{array}{c|c|c} 1 & 6 & -40 \\ -10 & 1 & -4 \\ \hline 1 & 6 & -40 \end{array}$$

$$(x+10)(x-4)$$

$$64 - 8 \cdot 16 + 72 = 0$$



черновик



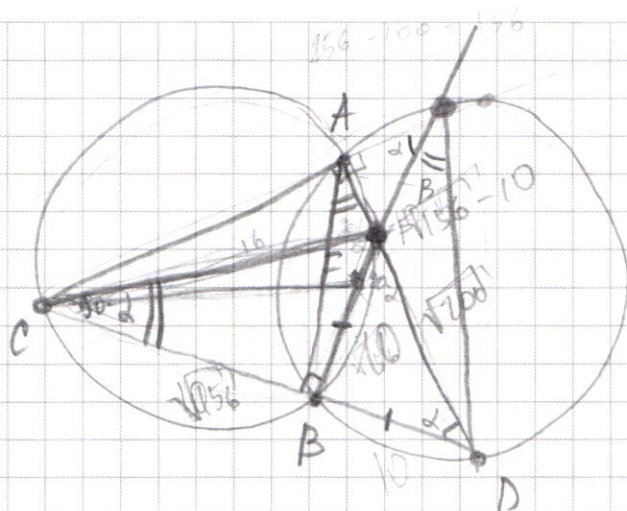
чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

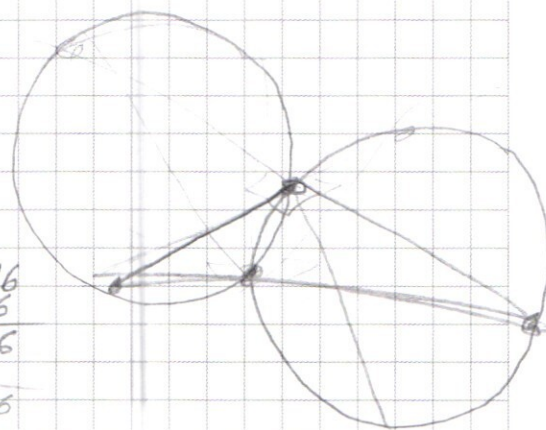
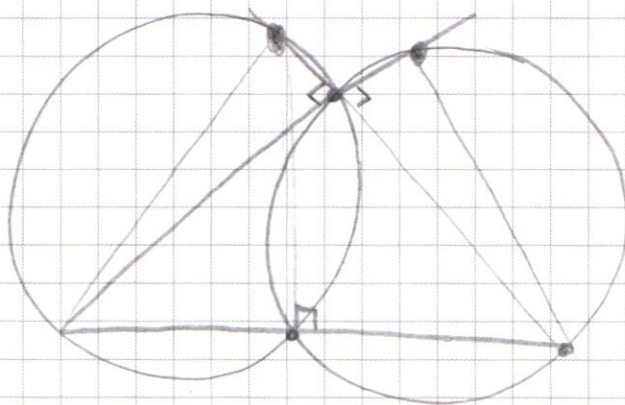
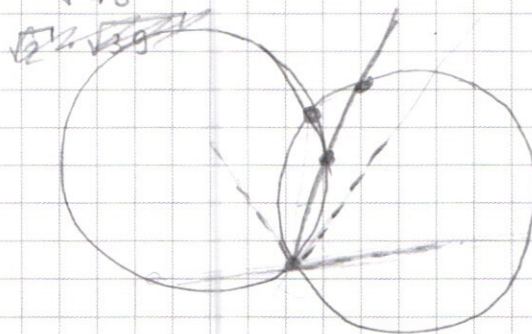
Страница №

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\begin{aligned} 10 \cdot (\sqrt{156} - 10) &= \sqrt{200} \cdot AF \\ 10 \sqrt{156} - 100 &= 10 \sqrt{2} \cdot AF \\ \sqrt{156} - 10 &= \sqrt{2} \cdot AF \\ \sqrt{78} - 5\sqrt{2} &= AF \end{aligned}$$



$$\begin{array}{r} \times 16 \\ 16 \\ \hline + 96 \\ 16 \\ \hline 256 \end{array}$$

256

$$256 - (\sqrt{78} - 5\sqrt{2})^2 = AC^2$$

$$256 - 78 + 5\sqrt{156} - 50 = AC^2$$

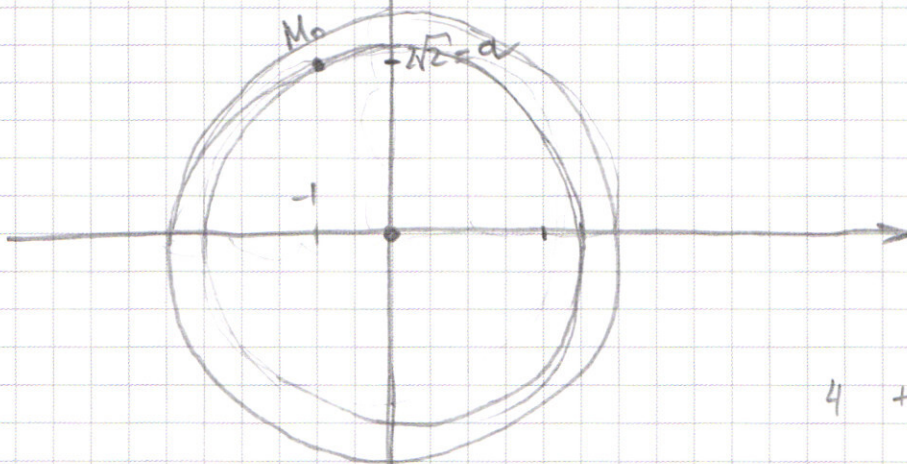
$$128 + 5\sqrt{156} = AC^2$$

$$AC = \sqrt{128 + 5\sqrt{156}}$$

$$S = \frac{1}{2} AC \cdot AF = \frac{1}{2} \sqrt{128 + 5\sqrt{36}} \cdot (\sqrt{78} - 5\sqrt{2})$$

$$1^2 + (2\sqrt{2})^2 = R_M^2$$

$$R_M = 3$$



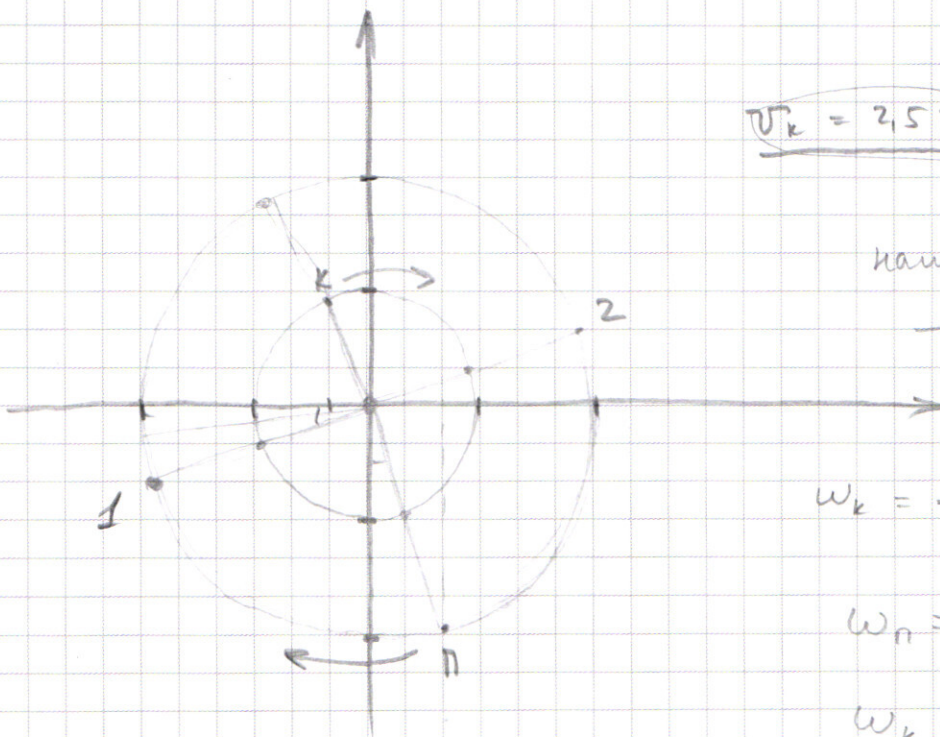
$$4 + 32 = 6^2$$

$$-4\sqrt{2}$$

$$\parallel$$

$$-2a$$

$$\underline{v_k = 2,5 v_n}$$



наим. возм. раз —
— 3

$$\omega_k = \frac{v_k}{3(R_k)} = \frac{2,5 v_n}{3} = \frac{5 v_n}{6}$$

$$\omega_n = \frac{v_n}{6(R_n)} = \frac{v_n}{6}$$

$$\omega_k = 5 \omega_n$$

$$\frac{2\pi}{4 \omega_n} = \dots$$

$$\omega_n \cdot \frac{2\pi}{4 \omega_n} = \frac{2\pi}{4}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$x^3 - 8x^2 + 72 = 0$$

	1	-8	0	72
6	1	-2	-12	0

$$(x - 6)(x^2 - 2x - 12) = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 48}}{2} =$$

$$= 1 \pm \sqrt{13}$$

$$x^3 - 64x + 200$$

$$100 - 64 \cdot 5 + 200 = 100 - 320 + 200 = -20$$

$$-8 \cdot 64 - 64 \cdot 8 + 200 = -512 - 512 + 200 = -824$$

$$-64 - 64 \cdot 4 + 200 = -64 - 256 + 200 = -120$$

$$-64 - 64 \cdot 8 + 200 = -64 - 512 + 200 = -376$$

Ответы: 6, $1 \pm \sqrt{13}$, -10

$1 - \sqrt{13}$ не кор. , т.к. $x > 4$

$$-10^5$$

$$6, 1 + \sqrt{13}$$

$$36 \cdot 6 - 64 \cdot 6 + 200$$

$$-6 \cdot 28$$

$$-168$$

$$\begin{array}{r} \times 28 \\ 6 \\ \hline 168 \end{array}$$

$$(1 + \sqrt{13})^3 - 64(1 + \sqrt{13}) + 200 \checkmark 0$$

$$(1 + \sqrt{13})(1 + 2\sqrt{13} + 13 - 64) + 200 \checkmark 0$$

$$200 \checkmark (1 + \sqrt{13})(25 - 2\sqrt{13})$$

$$200 \checkmark 2(1 + \sqrt{13})(25 - \sqrt{13})$$

$$100 \checkmark (1 + \sqrt{13})(1 - \sqrt{13}) + 24(1 + \sqrt{13})$$

$$\begin{array}{r} -12 \quad 12 \\ 100 \checkmark 1 - 13 + 24 \\ + 24\sqrt{13} \end{array}$$

$$88 \checkmark 24\sqrt{13}$$

$$11 \checkmark 3\sqrt{13}$$

$$121 \checkmark 9 \cdot 13 = 117$$

☒ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 |x+2| + 4 \geq 0$$

$$x \geq -2$$

$$4x^4 + x^2 + 4x - 5x^2 - 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + 4x^3 - 9x^3 - 9x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4x^3(x+1) - 9x^2(x+1) + 4(x+1) \geq 0$$

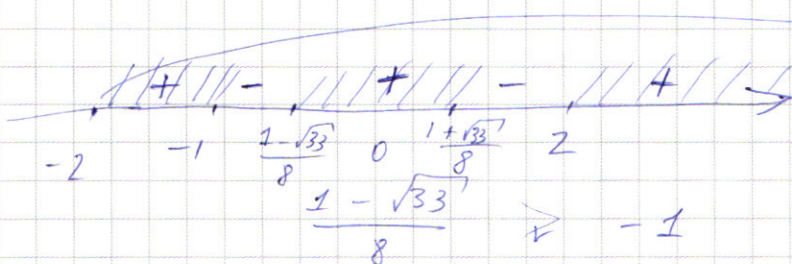
$$(x+1)(4x^3 - 9x^2 + 4) \geq 0$$

$$\cancel{0 \cdot 0 \cdot 4 \cdot 4}$$

4	-9	0	4
2	4	-1	-2

$$(x+1)(x-2)(4x^2 - x - 2) \geq 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 4 \cdot (-2)}}{8} = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$



$$1 - \sqrt{33} < -8$$

$$9 > \sqrt{33}$$

$$\frac{1 + \sqrt{33}}{8} < 2$$

$$1 + \sqrt{33} < 16$$

$$\sqrt{33} < 15$$

Ответ: $x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1 - \sqrt{33}}{8}; \frac{1 + \sqrt{33}}{8}\right] \cup [2; +\infty)$

$$x < -2$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^3 + 10x^2 + 4 \geq 0$$

$$4x^4 + 5x^3 + 11x^2 + 4x + 4 \geq 0$$

$$4 \cdot 25 + 19 + 4 \cdot 4$$

$$\cancel{144 + 196 + 144 + 16 + 16}$$

при $x \geq 5$ $4x^4 \geq 5x^3$
 $11x^2 \geq 4x$

верно ≥ 0 при

$$|x| \geq 5$$

$$\cancel{144 + 196 + 144 + 16 + 16}$$

проверим

$$-4, -3$$

$$\oplus$$

$$4 \cdot 81 - 5 \cdot 27 + 11 \cdot 9 - 12 + 4 = 12.87 - 5.27 = 7.6$$

$$\ominus$$

$$4^5 + 5 \cdot 4^3$$

$$4x^4 \geq 5x^3$$

$$4x \geq 5$$

при $x \geq 1$ $\oplus$

$$11x^2 \geq 4x$$

$$11x \geq 4 \quad \oplus$$

верно при
 всех $x < -2$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 14 \\ \hline 56 \\ \times 14 \\ \hline 98 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 26 \\ 26 \\ + 156 \\ \hline 52 \\ \times 26 \\ \hline 676 \end{array} \quad \begin{array}{r} 576 = \\ = 242 \end{array}$$