МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

10 класс

ВАРИАНТ 3 ШИФІ

Бланк задания должен быть вложен в ра
Работы без вложенного задания не проверяются.

1. [4 балла] Найдите количество восьмизначных чисел, произведение цифр которых равно 700. Ответ необходимо представить в виде целого числа.

2. [4 балла] Дана геометрическая прогрессия $b_1, b_2, \ldots, b_{3000}$, все члены которой положительны, а их сумма равна S. Известно, что если все её члены с номерами, кратными 3 (т.е. $b_3, b_6, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 50 раз, сумма S увеличится в 10 раз. А как изменится S, если все её члены, стоящие на чётных местах (т.е. $b_2, b_4, \ldots, b_{3000}$), увеличить в 2 раза?

3. [4 балла] Решите уравнение $\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80}=x^2+10x+24$.

4. [6 баллов] Решите неравенство $2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4 \geqslant 0$.

5. [5 баллов] По воде вокруг поплавка против часовой стрелки по двум окружностям скользят водомерка и жук-плавунец. На поверхности воды введена прямоугольная система координат, в которой поплавок (общий центр окружностей) находится в точке $(0;0)$. Скорость водомерки в два раза больше скорости жука. В начальный момент времени водомерка и жук находятся в точках $M_0\left(-2;-2\sqrt{7}\right)$ и $N_0\left(5;5\sqrt{7}\right)$ соответственно. Определите координаты всех положений жука, при которых расстояние между насекомыми будет кратчайшим.

6. [6 баллов] а) Две окружности одинакового радиуса 5 пересекаются в точках A и B. На первой окружности выбрана точка C, а на второй – точка D. Оказалось, что точка B лежит на отрезке CD, а $\angle CAD = 90^\circ$. На перпендикуляре к CD, проходящем через точку B, выбрана точка F так, что $BF = BD$ (точки A и F расположены по одну сторону от прямой CD). Найдите длину отрезка CF.

   б) Пусть дополнительно известно, что $BC = 6$. Найдите площадь треугольника ACF.

7. [6 баллов] Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} |y-6-x|+|y-6+x|=12, \\ (|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

© МФТИ, 2020

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3) $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3-4x+80} = \underbrace{x^2+10x+24}_{=(x+4)(x+6)}$

ОДЗ: $x^3-4x+80 \geq 0$

$\frac{1}{\sqrt{2}}(x+6)\sqrt{x^3-4x+80} - (x+4)(x+6) = 0.$

$(x+6)\left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{x^3-4x+80}\right) - x - 4\right) = 0.$

- $x = -6$ — не подходит по ОДЗ.
- $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{x^3-4x+80} = x+4 \\ \cancel{x \geq +4} \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq -4 \\ \frac{x^3-4x+80}{2} = x^2+8x+16 \end{cases}$

$x^3-4x+80 = 2x^2+16x+32$

$x^3-2x^2-20x+48 = 0$

$x = 4$

$$\begin{array}{l|l} x^3-2x^2-20x+48 & x-4 \\ \underline{x^3-4x^2} & \overline{x^2+2x-12} \\ \quad 2x^2-20x & \\ \quad \underline{2x^2-8x} & \\ \qquad -12x+48 & \\ \qquad \underline{-12x+48} & \\ \qquad\qquad 0 & \end{array}$$

$(x-4)(x^2+2x-12) = 0.$

$x^2+2x-12 = 0$

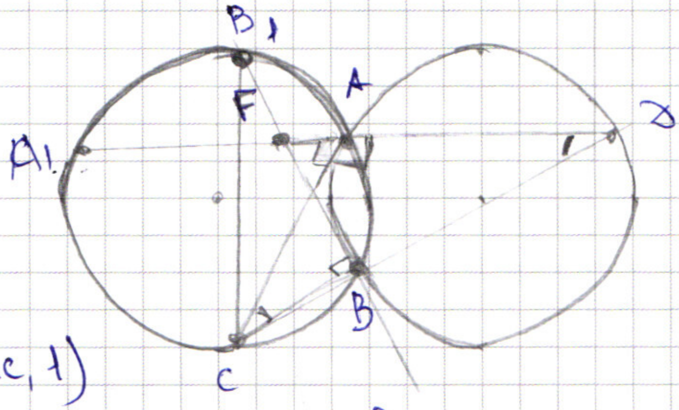
$D = 4 + 4\cdot 12 = 52$

$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{13}}{2} = -1 \pm \sqrt{13}$

$-1-\sqrt{13}$ – не подходит ~~по ОДЗ~~ $\Rightarrow x = \sqrt{13}-1.$
т.к. $x \geq -4$.

Ответ: 4; $\sqrt{13}-1$.

⑥



(рис, 1)

Дано:
$\angle CAD = 90^\circ$
$r_1 = r_2 = 5$
$BF = BD$

Найти: а) CF - ?
б) S_{ACF} - ?
если BC = 6.

Решение

а) 1. $\angle ACB = \angle ADB$; т.к. они опираются на равные дуги в окружностях.

$\Rightarrow \angle ACB = \angle ADB = 45^\circ$ (т.к. $\triangle ADC$ - прямоугольный)

AC = AD, т.к. $\triangle ADC$ - равноб.

2. По условию FB = BD, $\angle FBD = 90^\circ$

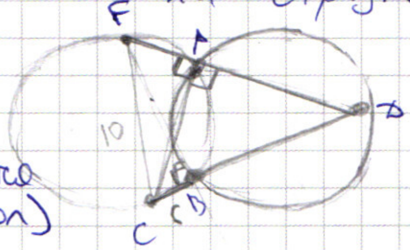
$\Rightarrow \triangle FBD$ - равнобедр. и прямоуг.

$\angle ADB = 45^\circ \Rightarrow$ точка A лежит на отрезке FD.

3. На рис. 1

$\angle B_1BC = 90^\circ$
B_1C - диаметр (т.к. опирается на этот угол)

$\angle A_1AC = 90^\circ$
A_1C - диаметр



(рис, 2)

$\Rightarrow$ у одной точки может быть проведен только один диаметр, значит у нас противоречие.

точка A_1 должна совпасть с точкой B_1.

$\Rightarrow$ они не будут совпадать пока точка F не будет лежать на окружности. (рис. 2).

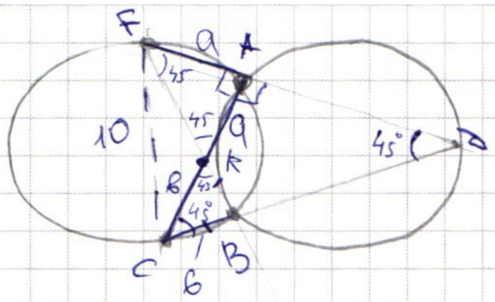
4. FC - диаметр окруж.

$\Rightarrow FC = 2r = 10$

Ответ: FC = 10.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

8). 1. $BC = 6$. (по условию)



$S_{AFC} = \frac{a(a+b)}{2}$, где

$a = FA = AK$.

$b = KC$

$b^2 = 36 + 36 \Rightarrow b = 6\sqrt{2}$.

$a^2 + (a+b)^2 = 100$

$a^2 + a^2 + 2ab + b^2 = 100 \Rightarrow 2a^2 + 2ab + b^2 = 100$

$2a^2 + 12\sqrt{2}a + 72 - 100 = 0$.

$2a^2 + 12\sqrt{2}a - 28 = 0$

$D = 144 \cdot 2 + 4 \cdot 28 \cdot 2 = 512$.

$a = \frac{-12\sqrt{2} \pm 16\sqrt{2}}{4} = -7\sqrt{2}; \sqrt{2}$

$\ominus$.

$a = \sqrt{2}$.

$S = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 6\sqrt{2})}{2} =$

$= \frac{2 + 12}{2} = 7$.

$S = 7$.

Ответ: $S_{AFC} = 7$.

4) $2x^4 + x^2 - 4x - 3x^2|x-2| + 4 \geq 0$

$3x^2|x-2| \leq 2x^4 + x^2 - 4x + 4$

$$\begin{cases} 3x^3 - 6x^2 \leq 2x^4 + x^2 - 4x + 4 \\ 3x^3 - 6x^2 \geq -2x^4 - x^2 + 4x - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x + 4 \geq 0 & (1) \\ 2x^4 + 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \geq 0 & (2) \end{cases}$$

рассмотрим (1) неравенство

$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4$

$2x^4+4 \geq 0$ - всегда.

$-3x^3+7x^2-4x$ - сумма коэффиц. равны $\Rightarrow$
$\Rightarrow \geq 0$.

x - любое

рассмотрим (2) неравенство

$2x^4+3x^3-5x^2-4x+4 \geq 0$

подходит $x=1$

$$\begin{array}{r|l} 2x^4+3x^3-5x^2-4x+4 & x-1 \\ \hline -\;2x^4-2x^3 & 2x^3+5x^2-4 \\ 5x^3-5x^2 & \\ 5x^3-5x^2 & \\ 0\;\;-4x+4 & \\ -4x+4 & \\ 0 & \end{array}$$

$(x-1)(2x^3+5x^2-4) \geq 0$

$2x^3+5x^2-4=0$

подходит $x=-2$

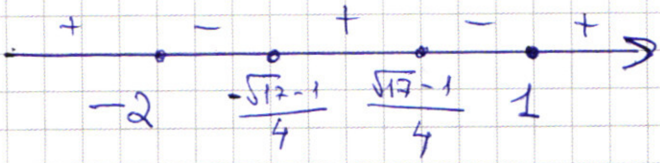
$$\begin{array}{r|l} 2x^3+5x^2-4 & x+2 \\ \hline -\;2x^3+4x^2 & 2x^2+x-2 \\ -\;x^2-4 & \\ x^2+2x & \\ -2x-4 & \\ -2x-4 & \\ 0 & \end{array}$$

$(x-1)(x+2)(2x^2+x-2) \geq 0$

$2x^2+x-2=0$

$D=1+4\cdot4=17$

$x=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{4}$.



$x=1$

$x=-2$.

$x=\frac{\sqrt{17}-1}{4}$

$x=\frac{-\sqrt{17}-1}{4}$

Ответ: $(-\infty;-2] \cup \left[\frac{-\sqrt{17}-1}{2}; \frac{\sqrt{17}-1}{2}\right] \cup$
$\cup [1;+\infty)$.

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 4

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

7. $\begin{cases} |y-6-x| + |y-6+x| = 12 \\ (|x|-8)^2 + (|y|-6)^2 = a \end{cases}$

$|y-6-x| + |y-6+x| = 12.$

$y-6-x=0.$
$y = x+6.$

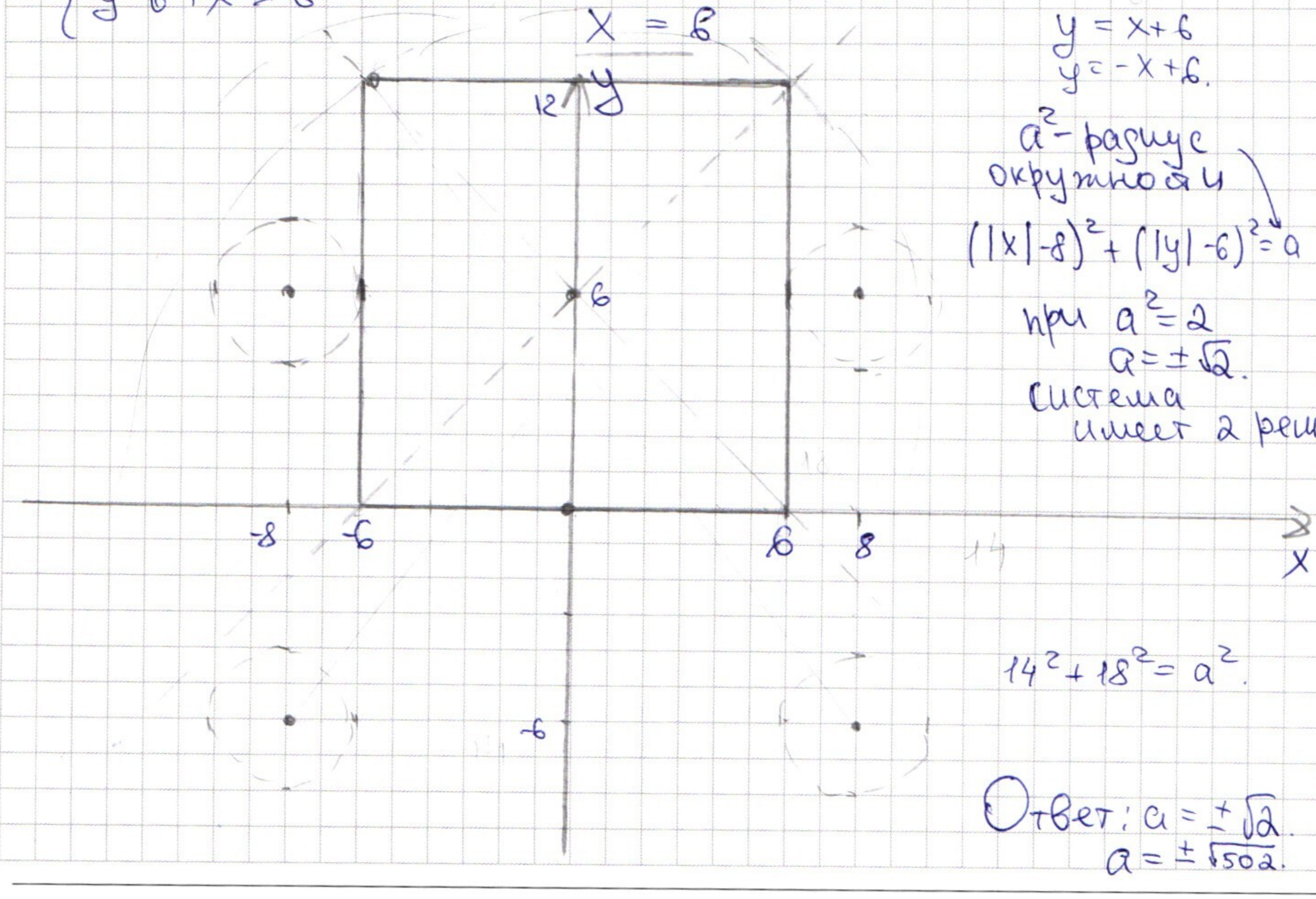
$y-6+x=0.$
$y=-x+6.$

1. $\begin{cases} y-6-x \geq 0 \\ y-6+x \geq 0 \end{cases}$ $y-6-x+y-6+x=12$
$y = 12$

2. $\begin{cases} y-6-x \geq 0 \\ y-6+x \leq 0 \end{cases}$ $y-6-x-y+6-x=12$
$-2x = 12 \Rightarrow x=-6$

3. $\begin{cases} y-6-x \leq 0 \\ y-6+x \leq 0 \end{cases}$ $-y+6+x-y+6-x=12$
$-2y+12=12 \Rightarrow y=0.$

4. $\begin{cases} y-6-x \leq 0 \\ y-6+x \geq 0 \end{cases}$ $-y+6+x+y-6+x=12$
$x = 6$



$y = x+6$
$y=-x+6.$

a^2 – радиус окружности
$(|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a$

при $a^2 = 2$
$a = \pm\sqrt{2}.$
Система имеет 2 реш.

$14^2+18^2=a^2.$

Ответ: $a = \pm\sqrt{2}.$
$a=\pm\sqrt{502}.$

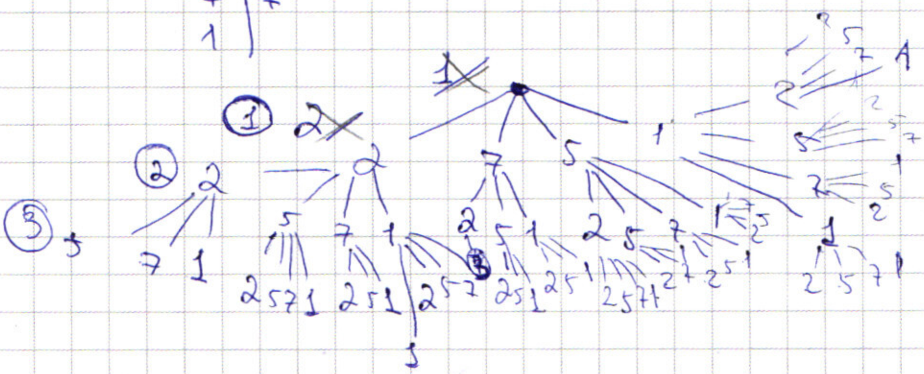
☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

1

700	2
350	2
175	5
35	5
7	7
1	

$700 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 1$

~~Х1 – 4/6.~~
~~Х2 –~~



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

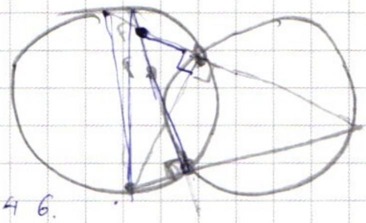
$x = 6 - y$
$x = y - 6$

$x^3 - 4x + 80 = (x-20)(x^2-4) + 20x^2$

при $y > 6$

$y-6-x$ $-$ $-$ $+$

$y-6+x$ $-$ $6-y$ $+$ $y-6$ $+$



③ $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = x^2 + 10x + 24$

ОДЗ: $x^3 - 4x + 80 \geq 0$

$20 \cdot 4 = 40 \cdot 2 = 8 \cdot 10$

$\frac{x}{\sqrt{2}} = -3\sqrt{2}$

$x = -6$

$x^2 + 10x + 24 = 0$

$D = 100 - 4 \cdot 24 = 4$

$x = \frac{-10 \pm 2}{2} = -6; -4$

$-192 + 24 + 80$

$x^2 + 4x + 6x + 24 =$

$= x(x+4) + 6(x+4) = (x+4)(x+6)$

$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2}\right)\sqrt{x^3 - 4x + 80} = (x+4)(x+6)$

$x^3 - 4x + 80 = 0$

$64 = 4^3$

$-125 + 20 + 80$ ⊖

$-64 + 16 + 80$ ⊕

$4{,}5^2 = 20{,}25$; $20{,}25 \cdot 4{,}5 = 91{,}125$

$-\cancel{91{,}125 + 18 + 80}$

$-4(x-20)$

$x^3 - 20x^2 - 4x + 80 + 20x^2 = x^2(x-20) - 4(x-20) + 20x^2 =$

$= (x-20)(x^2-4) + 20x^2$

$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot x_8 = 700$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geq 0.$

$3x^2|x-2|\leq 2x^4+x^2-4x+4.$

$$\begin{cases}3x^3-6x^2\leq 2x^4+x^2-4x+4\\ 3x^3-6x^2\geq -2x^4-x^2+4x-4\end{cases}$$

$$\begin{cases}2x^4-3x^3+7x^2-4x+4\geq 0\\ 2x^4+3x^3-5x^2-4x+4\geq 0\end{cases}$$

$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4\geq 0$ $\quad -2$

$2-3+7-4+4$

$2+3-7+4+4$

~~36-24+28+8+4~~

$36+24-28+8+4$

$2-3+7-4+4$

$36-24+28-8+4$

$36+24+28$

$36-24+28-8+4$

$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4=$

$$\frac{8\sqrt2\pi}{t_1}=\frac{20\sqrt2\pi}{t_2}$$ t_1, t_2 время оборота

$$\frac{t_2}{t_1}=\frac{20\sqrt2}{8\sqrt2}$$

$$\frac{t_2}{t_1}=\frac{20}{8}\Rightarrow t_2=\frac{20}{8}t_1$$

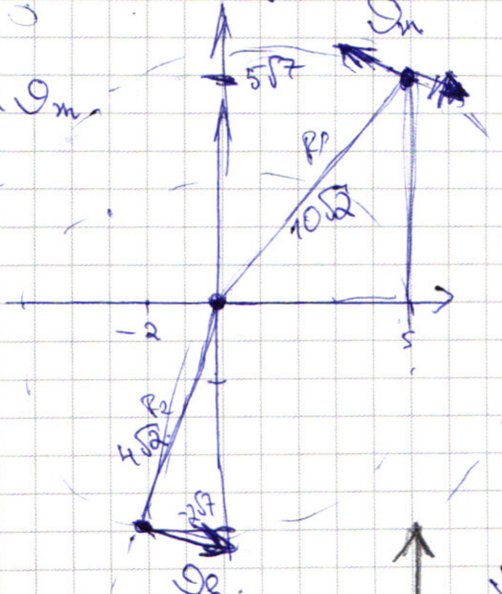
$T=\frac{l}{t_2}$

$$\frac{t_2}{t_1}=\frac{20}{8}$$

$16\cdot2\cdot36$

$4\cdot7$

(5) $\quad \vartheta_8=2\vartheta_m$



$-2\sqrt7$

$2{,}8\approx3$

-6

$5\approx3=15$

$1{,}75$

$100\cdot2$

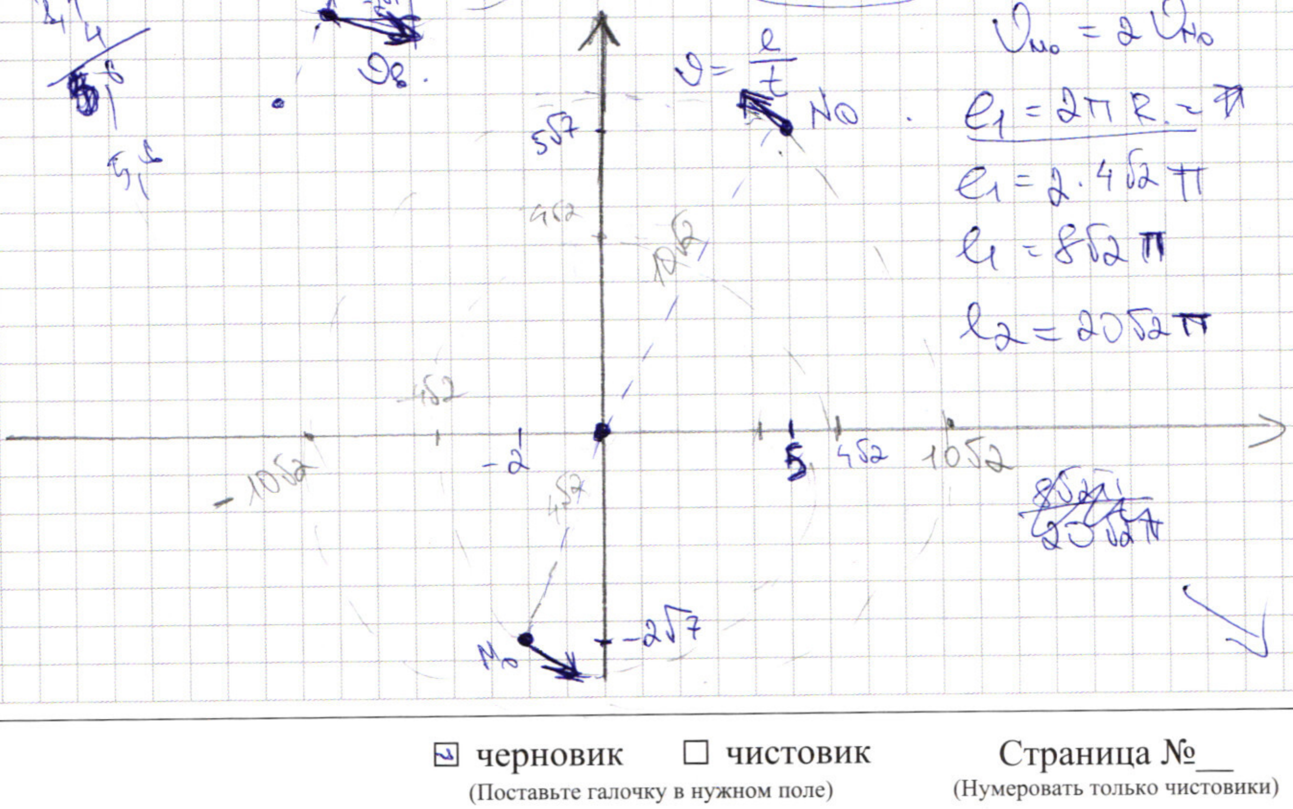
$R_1=\sqrt{25\cdot7+25}=\sqrt{175+25}=\sqrt{200}$

$R_2=\sqrt{4\cdot7+4}=\sqrt{28+4}=\sqrt{32}$

$R_1=10\sqrt2$

$R_2=4\sqrt2$.

$\vartheta=\frac{l}{t}$



$\vartheta_{N_0}=2\vartheta_{M_0}$

$l_1=2\pi R$

$l_1=2\cdot4\sqrt2\pi$

$l_1=8\sqrt2\pi$

$l_2=20\sqrt2\pi$

$$\frac{8\sqrt2\pi}{20\sqrt2\pi}$$

☑ черновик $\quad$ ☐ чистовик $\quad$ Страница №__

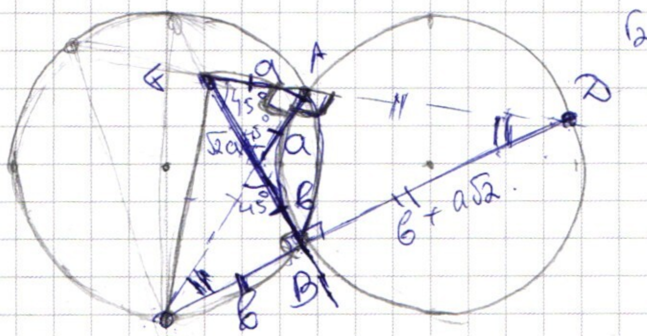
(Поставьте галочку в нужном поле) $\quad$ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

6



$r_2 = r_1 = r = 5$

$FB = BD$.

Найти: CF - ?

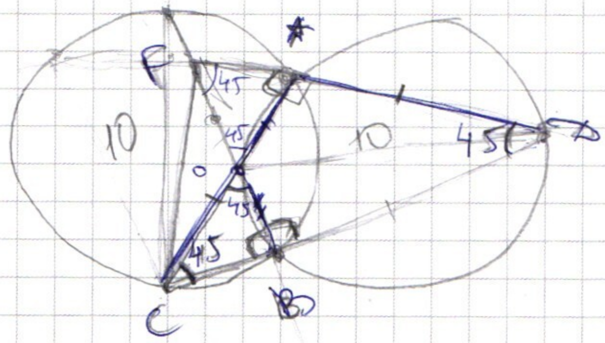
а)

$\angle ACB = 45°$
$\angle ADC = 45$ $\Rightarrow AC = AD$

A - лежит на FD.

$2x^2 = (2b + a\sqrt{2})^2$

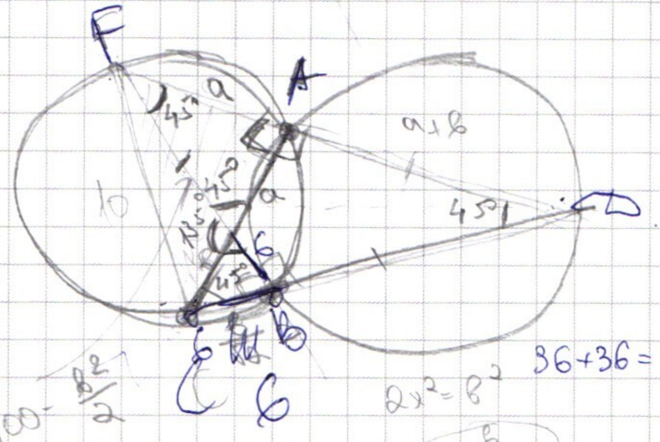
$x^2 = 4b^2 + \cancel{4b\,a\sqrt{2}}$
$+ 4\sqrt{2}ab + 2a^2$.



$\frac{FA}{CB} = \frac{CO}{OA}$

$\frac{CA}{FB} = \frac{AD}{BD}$

$FC = 10$



б) S_{ACF} - ?

$\triangle FAC$

$a^2 + (a+b)^2 = 100$

$S = \frac{(a+b)\cdot a}{2}$

$100 - \frac{b^2}{2} =$

$36 + 36 = b^2$.

$100 - \frac{b^2}{2}$

C 6

$2x^2 = b^2$

$x = \frac{b}{\sqrt{2}}$

$\frac{b}{\sqrt{2}} = 6$.

$b = \sqrt{2}\,6$.

$72 = b^2$

$b = 6\sqrt{2}$.

$$\left[\begin{array}{l} a^2 + (a+b)^2 = 100 \\ S = \frac{(a+b)a}{2} \\ 2\cdot\left(\sqrt{100 - \frac{b^2}{2}}\right)^2 = (a+b)^2 \end{array}\right.$$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

$$\begin{cases} a^2+(a+b)^2=100 \\ S=\dfrac{a\cdot(a+b)}{2} \end{cases}$$

$a^2+a^2+2ab+b^2$

$$2\left(100-\frac{b^2}{2}\right)=(2a+b)^2$$

$200-b^2=4a^2+4ab+b^2$

$200=4a^2+4ab+2b^2$

$100=2a^2+2ab+b^2$

$a^2+(a+6\sqrt2)^2=100.$

$S=\dfrac{a(a+6\sqrt2)}{2}.$

$2a^2+12\sqrt2 a+72=100.$

$2a^2+12\sqrt2 a-28=0.$

$D=144\cdot2+4\cdot28\cdot2=$

$=288+224=512.=$

$\sqrt D=16\sqrt2$

$28\cdot4=112$, $112\cdot2=224$

$144\cdot2=288$

$288+224=512$

$256\cdot2.=512.$

$\frac{28\sqrt2}{4}$, $\frac{4\sqrt2}{4}$

$$a=\frac{-12\sqrt2\pm16\sqrt2}{4}=-7\sqrt2;\ \sqrt2$$

$(-)$. $(+)$.

$a=\sqrt2.$

$$S=\frac{\sqrt2(\sqrt2+6\sqrt2)}{2}=\frac{2+12}{2}=7.$$

$S=7$

Ответ: $CF=10.$ $S=7.$

$x=6-y.$
$x=y-6.$

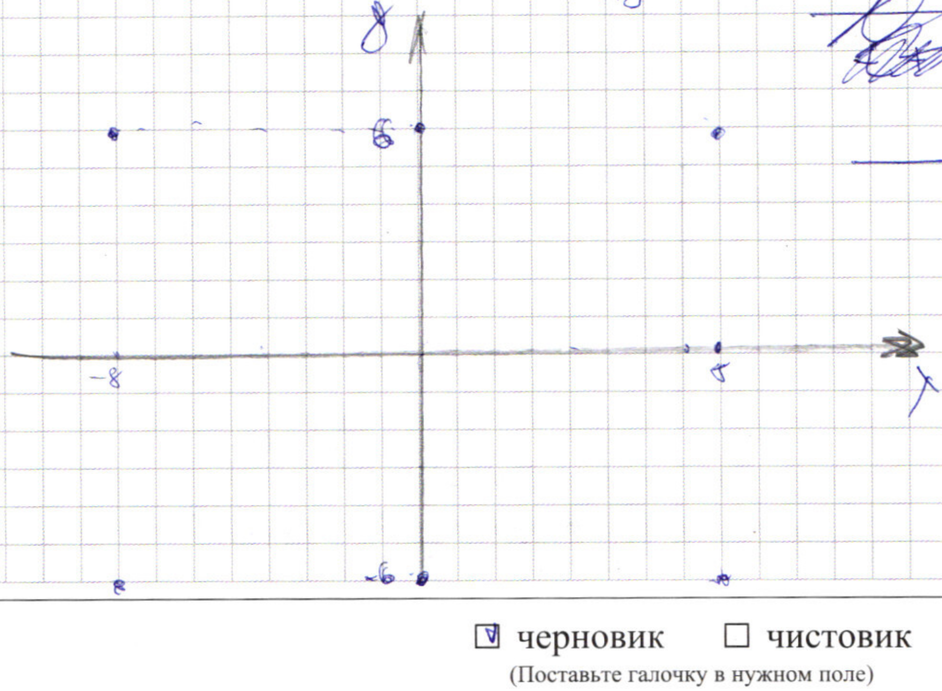
7. $$\begin{cases} |y-6-x|+|y-6+x|=12 \\ (|x|-8)^2+(|y|-6)^2=a \end{cases}$$

окружность.

два решения.

~~при y 6 x~~ $\geq 0.$

~~углах~~



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4=0.$

$2-3+7-4+4.$ $x \neq \pm 1$

$x=\pm 2 \Rightarrow 32-24+28-8+4=$ ~~...~~ $32.$

$4+4-8-32$

$32+24+28+8+4$

$64 \cdot 4 = 256$; $64 \cdot 3 = 192$; $16 \cdot 7 = 112$

$2 \cdot 2 \cdot 256$ $512-192+112-16+4.$

$3x^2|x-2| \leq 2x^4+x^2-4x+4.$

$3x^3-6x^2 \leq 2x^4+x^2-4x+4.$

$2x^4-3x^3+7x^2-4x+4$

$b_1, b_2, \dots b_{3000}$ S

$b_3, b_6, \dots b_{3000}$ $10S$

$\times 50$

$b_2, b_4, \dots b_{3000}$. $- ?\ S$

$b_1\ b_2\ b_3$

$2\ 6\ 18 \dots$

$2\ 4\ 8\ 16$

$b_n = b_1 q^{n-1}.$

$b_3 = b_2 \cdot 3^2 = 18.$

$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$

$S_n = b_1 + b_1 q + b_1 q^2 + b_1 q^3 + \dots b_1 q^{n-1}$

$b_1 = 1.$

$S_n = b_1(1+q+q^2+\dots q^{n-1}) =$

$|y-6-x|+|y-6+x|=12.$

$(y-x)-6$ $(y+x)-6$

$S_n = b_1(1+q+q^2+\dots+q^{n-1}).$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

$|y-6-x|+|y-6+x|=12.$

1) $y-6-x+y-6+x=12.$

$2y=24$ при $y-6-x\geq 0$

$y=12.$ $y-6+x\geq 0$

2) $y-6-x-y+6-x$

175 | 5
15 | 35
25

$-y+6+x+y-6+x=12.$

$2x=12 \quad x=6.$

700	2
350	2
175	5
35	5
7	7
1	

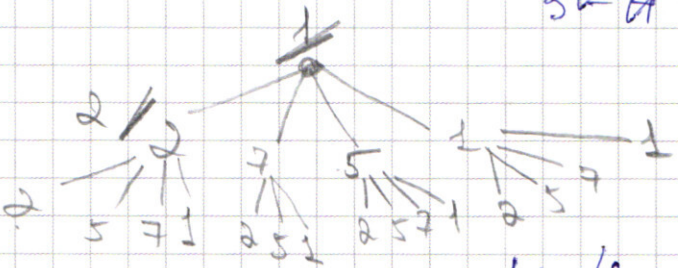
$700=2\cdot 2\cdot 5\cdot 5\cdot 7.$ 2, 5, 7, 1.

1 – 4 вар.

2 – 4 вар.

3 – 4

4^8



1 – 4 в.

$2-4^2 \cdot 1=16$ 49

$3-4^3-2.$

64·45

1 – 4

$2-4^2\ 1$

3 –

1 – 4

$2-4^2$

$3-4^3-$

$4^3-5\cdot 3$

14
14
56
14
196

306

$196+306=\sqrt{502}.$

196
502

4^8-

18
18
26
18
306

$14^2+18^2=x^2$

~~144+306=~~ 450.

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}(x + 2\cdot 3) \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(x+12)$

$\frac{1}{\sqrt{2}}(x+6)\sqrt{x^3-4x+80} - (x+4)(x+6) = 0.$

$(x+6)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{x^3-4x+80} - x - 4\right) = 0.$

$x=-6 \quad \frac{1}{2}\sqrt{x^3-4x+80} = x+4.$

$\cos\alpha + \cos\beta = \frac{1}{2}\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

ОДЗ: $x \geq -4.$

$\frac{1}{2}(x^3-4x+80) = x^2+8x+16$

$x^3-4x+80 = 2x^2+16x+32.$

$x^3-2x^2-16x-4x+80-32=0$

$x^3-2x^2-20x+48=0. \quad x=4.$

$64-32-80+48=0.$

$$\begin{array}{l|l} x^3-2x^2-20x+48 & x-4 \\ \hline -(x^3-4x^2) & x^2+2x-12 \\ \quad 2x^2-20x & \\ \quad -(2x^2-8x) & \\ \qquad -12x+48 & \\ \qquad -(-12x+48) & \\ \qquad\qquad 0 & \end{array}$$

$\Rightarrow (x-4)(x^2+2x-12)=0.$

$x=4.$

$D = 4+48 = 52.$

$x = \frac{-2\pm\sqrt{52}}{2} = \frac{-2\pm2\sqrt{13}}{2} = -1\pm\sqrt{13}.$

$\sqrt{13} \approx 3{,}6.$

Ответ: $x=-6.$
$x=4$
$x=\sqrt{13}-1.$

$\sqrt{13}-1$

$64-16+80$

$-216+24+80.$

$x^3-4x+80.$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$2x^4+x^2-4x-3x^2|x-2|+4\geq 0$

$\Downarrow$

$\begin{cases}2x^4-3x^3+7x^2-4x+4\geq 0\\ 2x^4+3x^3-5x^2-4x+4\geq 0\end{cases}$

при $x=1$. $2+3-5-4+4$.

$$\begin{array}{l|l} 2x^4+3x^3-5x^2-4x+4 & x-1 \\ \hline -\ 2x^4-2x^3 & 2x^3+5x^2-4 \\ \quad -\ 5x^3-5x^2 & \\ \quad\ \ 5x^3-5x^2 & \\ \qquad 0\ -4x+4 & \\ \qquad\quad -4x+4 & \\ \qquad\qquad 0 & \end{array}$$

$(x-1)(2x^3+5x^2-4)\geq 0$.

$2x^3+5x^2-4=0$.

$-16+20-4$ $x=-2$

$$\begin{array}{l|l} 2x^3+5x^2-4 & x+2 \\ \hline -\ 2x^3+2x^2 & 2x^2+3x \\ \quad -\ 3x^2-4 & \\ \quad\ \ 3x^2+6x & \\ \quad\ -6x-4 & \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} 2x^3+5x^2-4 & x+2 \\ \hline -\ 2x^3+4x^2 & 2x^2+x-2. \\ \quad -\ x^2-4 & \\ \quad\ \ x^2+2x & \\ \quad -2x-4 & \\ \quad -2x-4 & \\ \qquad 0. & \end{array}$$

$(x-1)(x+2)(2x^2+x-2)\geq 0$.

$x=1$ $\quad D=1+4\cdot 2\cdot 2=17$.

$x=-2$. $\quad x=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{4}$ $\approx\frac{3}{4}$

$x=\frac{-1+\sqrt{17}}{4}$ $\frac{3}{2}$

$x=\frac{-1-\sqrt{17}}{4}$, $-\frac{5}{2}$ $-\frac{5}{4}$

-2

+ − + − +

$\frac{-1-\sqrt{17}}{4}$ -2 $\frac{-1+\sqrt{17}}{4}$ 1

$\frac{-1-\sqrt{17}}{4}$

$x\in\left(-\infty;\cancel{\frac{-1-\sqrt{17}}{4}}\right]\cup\left[\cancel{-2};\cancel{\frac{-1+\sqrt{17}}{4}}\right]\cup$

$x\in(-\infty;-2]\cup\left[\frac{-1-\sqrt{17}}{4};\frac{-1+\sqrt{17}}{4}\right]\cup[1;+\infty)$. $\cup\ \cancel{[1;+\infty)}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)