

Олимпиада «Физтех» по физике,

Вариант 10-02

Класс 10

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без в

1) Гайку бросают с вышки со скоростью $V_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. В полете гайка все время приближалась к горизонтальной поверхности Земли и упала на нее со скоростью $2V_0$.

1) Найти вертикальную компоненту скорости гайки при падении на Землю.

2) Найти время полета гайки.

3) С какой высоты была брошена гайка?

Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 2m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ .



1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?

$$(F_0) = ?$$

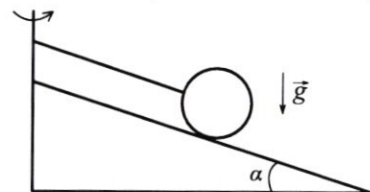
2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?

3) За какое время человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F ($F > F_0$) к канату?

3) Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

1) Найти силу давления шара на клин, если система покоится.

2) Найти силу давления шара на клин, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.

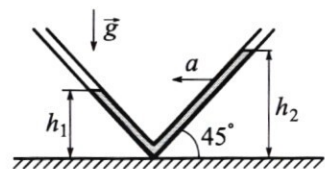


4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^\circ$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении с ускорением $a = 4$ м/с² уровень масла в одном из колен трубки устанавливается на высоте $h_1 = 10$ см.

1) На какой высоте h_2 установится уровень масла в другом колене?

2) С какой скоростью V будет двигаться жидкость в трубке относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет») и когда уровни масла будут находиться на одинаковой высоте?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Действие сил трения пренебрежимо мало.



5) В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 27°C и давлении $P = 3,55 \cdot 10^3$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.

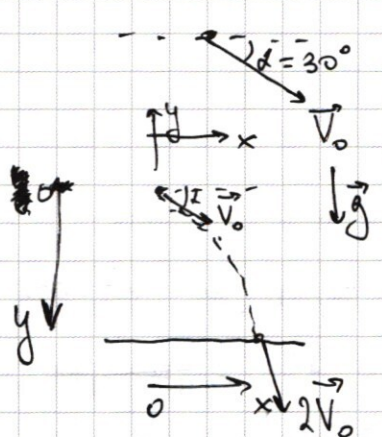
2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 5,6$ раза.

Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см³, $\mu = 18$ г/моль.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

21.

Поскольку лодка всё время приближалась к поверхности земли, то она была брошена под углом 50° к горизонту вниз, т.е. вектор скорости $\vec{v}_0$ в начальный момент времени был направлен вот так:



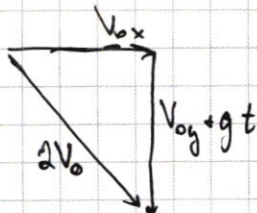
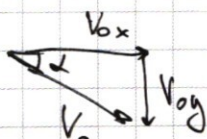
Поскольку сопротивление воздуха можно пренебречь, то ускорения по оси x нет, а значит, скорость по оси x постоянна:

$$V_x = V_0 \cos \alpha = \text{const.} \quad V_0 = \frac{10\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \text{ m/s}$$

Также, поскольку ускорение по оси y равно $\vec{g}$: $\vec{a}_y = \vec{g}$, то движение по

оси y равноускоренное. Значит скорость по оси y в конце на gt больше скорости по O_y вначале, где t - время полёта.

Далее ~~мы~~ ~~представим~~ ^{заменим} ~~свойства~~ теорему Пидгуня где
глейх ~~напишем~~ ^{напишем} ~~тема~~ : ~~то~~ ^{то} ~~качественно~~ и ~~количественно~~.



$$V_{ox}^2 + V_{oy}^2 = V_o^2$$

$$V_{ox}^2 + (V_{oy} + gt)^2 = (2V_o)^2$$

$$\frac{(V_0 \cdot \sin \alpha)^2}{2} + 2 \cdot V_0 \cdot \sin \alpha \cdot g t + g^2 t^2 = - \frac{(V_0 \sin \alpha)^2}{2}$$

$$g^2 t^2 + 2V_0 \sin \alpha \cdot g t + 3V_0^2 = 0$$

$$100t^2 + 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t - 3 \cdot 100 = 0 \quad | :100$$

$$t^2 + t - 3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{15}}{2}$$

 $t =$

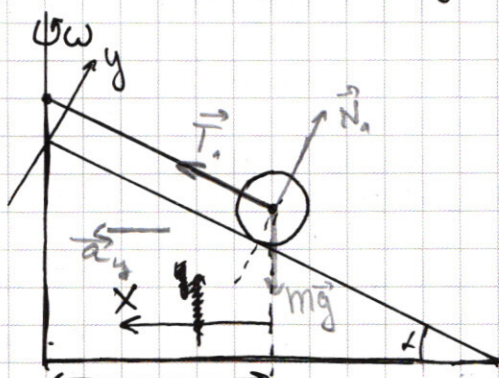
$$t = \frac{\sqrt{13'41}}{2} \approx \frac{3,6-1}{2} = \frac{2,6}{2} = \underline{\underline{1,3c.}}$$

Время полёта зайки - ~~1,3c~~ $t = 1,3c$.

Значит $V_y = V_{0y} + gt = V_0 \cdot \sin \alpha + gt = 10 \cdot \frac{1}{2} + 10 \cdot 1,3 = 5 + 13 = \underline{\underline{18 \frac{м}{с}}}$.

$$H = V_{0y}t + \frac{gt^2}{2} = 5 \cdot 1,3 + \frac{10 \cdot 1,69}{2} = 5 \cdot 1,3 + 5 \cdot 1,69 = 5 \cdot (1,3 + 1,69) = 5 \cdot 2,99 \approx \underline{\underline{15 м.}}$$

Ответ: $V_y \approx 18 \frac{м}{с}$, $t \approx 1,3c$, ~~15 м~~ $H \approx 15 м$.



N3

Дано: $m; k; \alpha; L; \omega(2)$

Найти: 1) $N_1 = ?$

2) $N_2 = ?$

Решение: 1) В первом случае на

шар действуют три силы: $\vec{N}_1; \vec{T}_1; m\vec{g}$. В проекции на ось y , перпендикулярную поверхности плоскости, пишем ~~второй~~ закон Ньютона выведет так: $0 = N_1 - mg \cdot \cos \alpha$. Значит

$$\underline{\underline{N_1 = mg \cdot \cos \alpha.}}$$

2) Во втором случае на шар действуют 3 силы: $\vec{N}_2, \vec{T}_2$ и $m\vec{g}$. В проекции на ~~ось~~ ^{по} ~~ось~~ ^{ме} y 2 закон Ньютона выведет так:

$$-m \cdot a_y \cdot \sin \alpha = N_2 - mg \cdot \cos \alpha. \text{ Здесь } a_y \text{ — это центростремительное}$$

ускорение шара, которое по модулю равно $a_y = \omega^2 r$, где ω — угловая скорость вращения, а r — это радиус вращения, который равен $r = (L + R) \cdot \cos \alpha$. Если подставить значение a_y во 2 закон Ньютона, то получим $m \cdot \omega^2 \cdot (L + R) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha =$

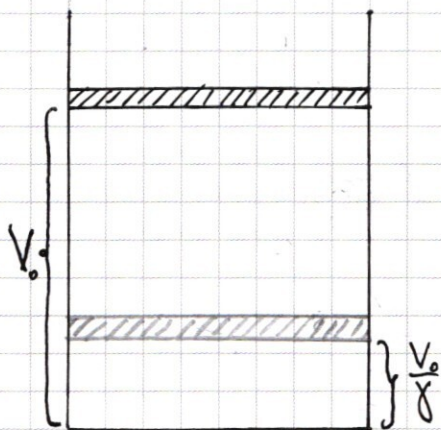
$$= N_2 - mg \cos \alpha \quad \underline{\underline{N_2 = \cancel{mg \cos \alpha} \quad m \cdot \cos \alpha \cdot (g - \omega^2 (L + R) \cdot \sin \alpha)}}.$$

Ответ: 1) $N_1 = mg \cos \alpha$

2) $N_2 = m \cdot \cos \alpha (g - \omega^2 (L + R) \cdot \sin \alpha)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N5.



Дано: $T = 300\text{K}$

$$p = p_{\text{нп}} = 3,55 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

$$\gamma = 5,6$$

$$\rho = 1 \text{ г/см}^3$$

$$\mu = 18 \text{ г/моль}$$

Найти: 1) $\rho_n / \rho_0 = ?$

2) V_n / V_0 в момент, когда $V_n = \frac{V_0}{\gamma}$, V_0 - начальный

объём.

Решение: 1) Для пара запишем уравнение Менделеева-Клапейрона: $pV = \nu RT$; $pV = \frac{m}{\mu} \cdot RT$; $p \cdot \mu = \frac{m}{V} \cdot RT$;

$$\frac{p \cdot \mu}{R \cdot T} = \left(\frac{m}{V} \right) \rightarrow \frac{m}{V} = \rho, \text{ значит плотность пара равна } \rho = \frac{p \cdot \mu}{R \cdot T}.$$

Также, поскольку $\mu = \text{const}$, $p = \text{const}$, $R = \text{const}$ и $T = \text{const}$, то $\rho = \text{const}$. $\rho_n = \frac{18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 3,55 \cdot 10^3 \text{ Па}}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 300 \text{ К}} \approx 7,7 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$

$$\text{Значит, } \frac{\rho_n}{\rho_0} = \frac{7,7 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}{1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} = 7,7 \cdot 10^{-3} \approx 0,0077.$$

2) Мы можем пренебречь изменением объёма пара из-за того, что преобладасть вода, и сказать, что объём пара уменьшается только за счёт уменьшения количества вещества пара, т.е.

$$\frac{V_{n0}}{V_{n2}} = \frac{\nu_{n0}}{\nu_{n2}} \quad V_{n2} = \frac{V_0}{\gamma}, \text{ значит } \nu_{n0} = \gamma \cdot \nu_{n2} / \mu$$

$$m_{n0} = \gamma \cdot m_{n2}, \text{ но } m_0 = m_{n0} - m_{n2} \quad m_0 = m_{n2} (\gamma - 1) / \rho_0$$

~~$$V_B = (1-\gamma) \cdot m_{n2} \cdot g_n$$~~

$$V_B = \frac{M_B}{p_B} = \frac{(\gamma-1) \cdot m_{n2}}{p_B}$$

$$V_B = \frac{(\gamma-1) \cdot m_{n2}}{p_B} \cdot p_n$$

$$V_B = \frac{(\gamma-1) \cdot m_{n2}}{p_B} \cdot p_n \rightarrow V_{n2}$$

$$\frac{V_B}{p_n} = \frac{(\gamma-1)}{p_B} \cdot V_{n2}$$

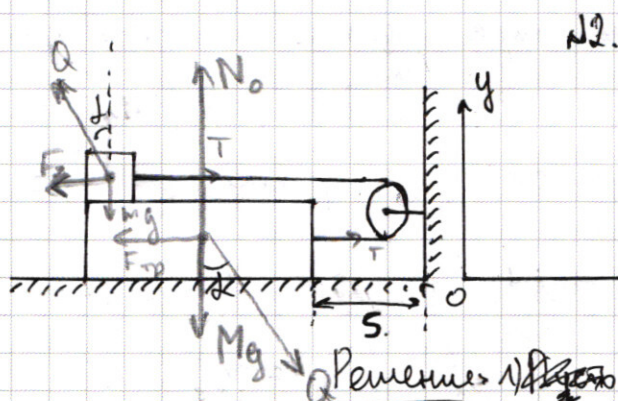
~~$$\frac{V_{n2}}{V_B} = \frac{p_B \cdot (\gamma-1)}{p_n}$$~~

$$\frac{V_{n2}}{V_B} = \frac{p_B \cdot \gamma}{p_n \cdot (\gamma-1)}$$

$$\frac{V_{n2}}{V_B} = \frac{1000}{7,7 \cdot (5,6-1)} = \frac{1000}{7,7 \cdot 4,6} \approx \underline{\underline{28,2}}$$

Ответ: 1) ~~$\frac{p_n}{p_B} = 7,7 \cdot 10^{-3}$~~ $\frac{p_n}{p_B} = 7,7 \cdot 10^{-3} = 0,0077$

2) $\frac{V_{n2}}{V_B} \approx 28,2$



Дано: S ; m ; $M = 2m$; μ ; $F(s)$

Найти: 1) $N_0 = ?$

2) $F_0 = ?$

3) $\alpha = ?$

Решение: Рассмотрим систему человек + ящик. В проекции на Oy действует 3 силы: N_0 , mg и Mg . Значит также, условие по Oy нет, значит $N_0 = mg + Mg$

$$N_0 = 3mg$$

2) ~~Решение~~ На человека со стороны ящика действует сила реакции опоры Q . Пусть, угол между вектором этой силы и вертикалью равен α , тогда проекция этой ~~силы~~ на Oy равна $Q \cdot \cos \alpha = mg$, а проекция на Ox равна $Q \cdot \sin \alpha$. Тогда если процировать 2 закон Ньютона ~~на ось~~ ~~для человека~~ Ox , то получим:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$0 = T - F_0 - Q \sin \alpha$$

$$F_0 + Q \sin \alpha = T$$

$$Q = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

$$\begin{cases} F_0 + mg \tan \alpha = T \\ T + mg \tan \alpha = 3\mu mg \end{cases}$$

$$F_0 + 2mg \tan \alpha = 3\mu mg$$

$$F_0 = 3\mu mg - 2mg \tan \alpha$$

$$F_0 = 3\mu mg - 2mg \tan \alpha$$

как видно, сила F_0 линейно зависит от тангенса α , ^{поэтому} ~~можно~~

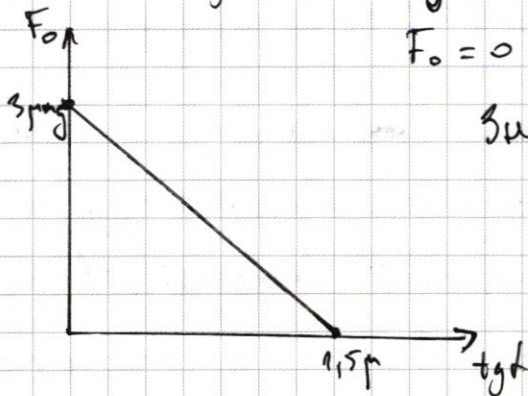
~~сделать график зависимости~~ ~~график~~ ^{график} зависимости

F_0 от $\tan \alpha$.

$\tan \alpha = 0$, когда $\alpha = 0^\circ$ и $F_0 = 3\mu mg$.

$F_0 = 0$, когда $\tan \alpha = 1,5\mu$.

Значит, минимальная $F_0 = 0$, когда $\tan \alpha = 1,5\mu$



Ответ: 1) $3\mu mg$ 2) $N_0 = 3mg$

2) $F_0 = 0$ при $\tan \alpha = 1,5\mu$

№4.

Дано: $h_1 = 10 \text{ м}$

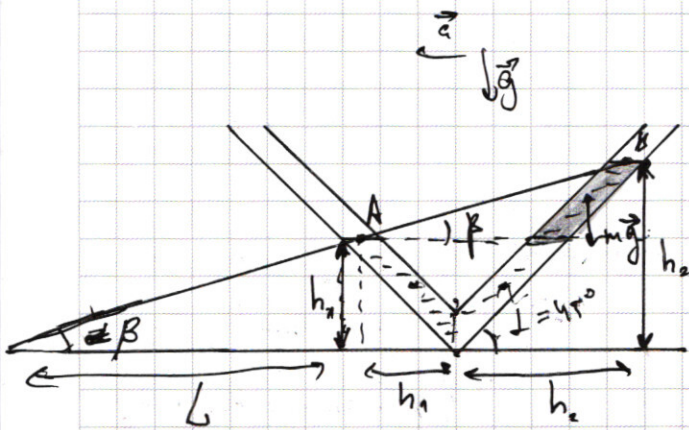
$\angle = 45^\circ$

$a = 4 \text{ м/с}^2$

$h_3 = h_1$

Найти: 1) $h_2 = ?$

2) V , когда $h_3 = h_1$



Решение: 1) так как жидкость в трубе движется с ускорением, то β - угол, который образовывается линией, соединяющей край поверхности A и B и линией, направленной по ускорению. Тогда $\tan \beta = \frac{a}{g}$. $\tan \beta = 0,4$,

$$\tan \beta = \frac{h_2 - h_1}{h_2 + h_1} = \frac{h_2 - 10}{h_2 + 10} \quad \tan \beta = 0,4 = \frac{h_2 - 10}{h_2 + 10}$$

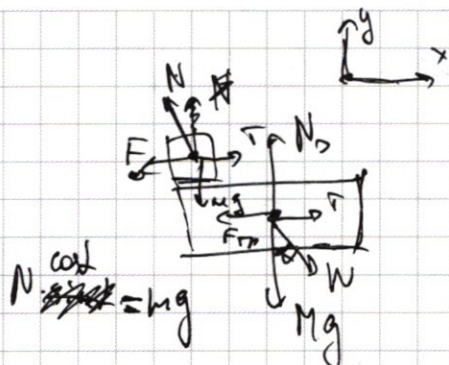
$$\text{или } 0,4 h_2 + 4 = h_2 - 10$$

$$14 = 0,6 h_2$$

$$h_2 = \frac{14}{0,6} = \frac{14 \cdot 10}{6} = \frac{14 \cdot 70}{3} = 23,3 \text{ м}$$

2) Перейдем в СО трубы. Как только a ускорение стало равным 0, β - угол, который образовывается линией, соединяющей край поверхности A и B и линией, направленной по ускорению. Пусть поперечное сечение трубы равно S , а плотность масла равна ρ . Тогда в начале у масла была потенциальная энергия $(\rho \cdot S \cdot h_1 \sqrt{2}) \cdot g \cdot \frac{h_1}{2} + (\rho \cdot S \cdot h_2 \sqrt{2}) \cdot g \cdot \frac{h_2}{2}$. В конце у жидкости осталась потенциальная энергия $(\rho \cdot S \cdot h_1 \sqrt{2} + \rho \cdot S \cdot h_2 \sqrt{2}) \cdot g \cdot \frac{h_1 + h_2}{2}$ и кинетическая энергия $(\rho \cdot S \cdot h_1 \sqrt{2} + \rho \cdot S \cdot h_2 \sqrt{2}) \cdot g \cdot \frac{V^2}{2}$. По закону сохранения энергии, энергия в начале равна энергии в конце.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\sum F_x: T + T = F_0 + F_{\text{тр}}$$

$$N \sin \alpha + T = F_{\text{тр}}$$

$$N \sin \alpha + F_0 = T$$

$$\mu N_0 = F_{\text{тр}}$$

$$N_0 = 5mg$$

$$mg \cdot \tan \alpha + F_0 = T$$

$$N = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

$$N \cdot \sin \alpha = mg \cdot \tan \alpha$$

$$1) \sum F_y = 0: N \cos \alpha = mg$$

$$2) \sum F_x = 0: N \sin \alpha + F_0 = T$$

$$3) \sum F_y = 0: N \cos \alpha = mg$$

$$N = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

$$mg \cdot \tan \alpha + F_0 = T$$

$$2mg \cdot \tan \alpha + F_0 = 3\mu mg$$

$$2mg \tan \alpha + F_0 = 3\mu mg$$

$$F_0 = 0,20$$

$$2mg \tan \alpha = 2,8\mu mg$$

$$2 \tan \alpha = 2,8\mu$$

$$\tan \alpha = 1,4\mu$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + 2,25\mu = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + 2,25\mu}}$$

$$Q \sin \alpha + F_0 = T$$

$$Q \sin \alpha + T = F_{\text{тр}}$$

$$Q \sin \alpha + Q \sin \alpha + F_0 = F_{\text{тр}}$$

$$Q = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

$$2 \cdot \frac{mg}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha + F_0 = 3\mu mg$$

$$2mg \cdot \tan \alpha + F_0 = 3\mu mg$$

$$(\rho \cdot S \cdot h_1 \cdot \sqrt{2}) \cdot g \cdot \frac{h_1}{2} + (\rho S h_2 \sqrt{2}) \cdot g \cdot \frac{h_2}{2} = (\rho S h_1 \sqrt{2} + \rho S h_2 \sqrt{2}) \cdot g \cdot \frac{h_1 + h_2}{2} + (\rho S h_1 \sqrt{2} + \rho S h_2 \sqrt{2}) \cdot \frac{V^2}{2} \quad | : 2 : \rho S$$

$$h_1^2 \sqrt{2} g \cdot \frac{1}{2} + h_2^2 \sqrt{2} g = (h_1 + h_2) \sqrt{2} \cdot (h_1 + h_2) g + (h_1 + h_2) \sqrt{2} \cdot \frac{V^2}{2}$$

$$(h_1^2 + h_2^2) \sqrt{2} g = (h_1^2 + 2h_1h_2 + h_2^2) \sqrt{2} g + (h_1 + h_2) \sqrt{2} \cdot V^2$$

$$10 \cdot (100 + \frac{49000}{9}) \sqrt{2} g - (100 + \frac{17000}{3} + \frac{49000}{9}) \sqrt{2} g + (10 + \frac{70}{3}) V^2$$

$$\cancel{1000} + \frac{49000}{9} - \cancel{1000} - \frac{17000}{3} + \frac{49000}{9} + (10 + \frac{70}{3}) V^2$$

$$= \frac{17000}{3}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$(\gamma-1) m_{n1} = m_{b2} \cdot \rho$$

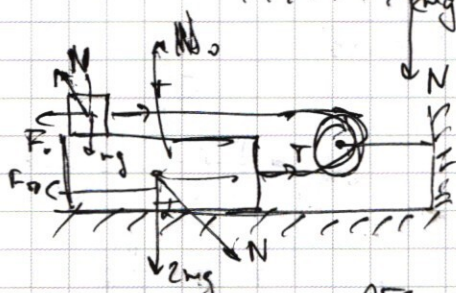
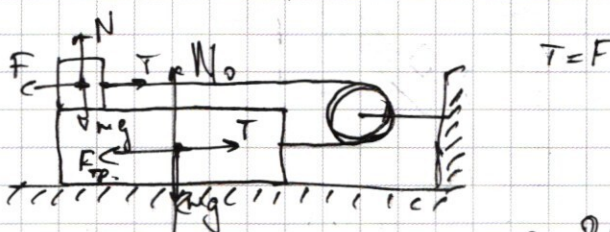
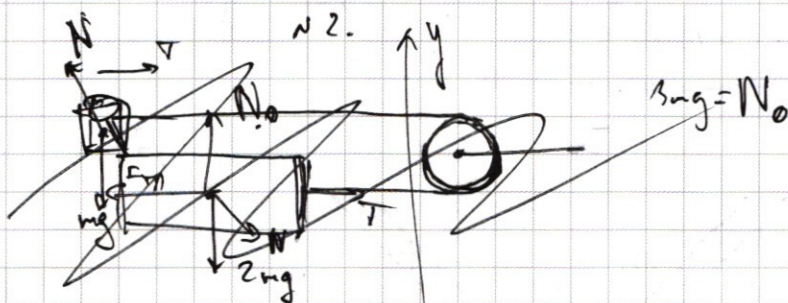
$$(\gamma-1) \cdot m_{n2} \cdot \rho = m_{b2} \cdot \rho_n$$

$$(\gamma-1) \cdot V_{n2} = V_{b2} \cdot \frac{\rho_n}{\rho_b}$$

$$\frac{V_{n2}}{V_{b2}} = \frac{\rho_n}{(\gamma-1) \cdot \rho_b}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 7,7 \\ \hline 14,6 \\ + 462 \\ \hline 554,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100000 \\ - 7084 \\ \hline 29160 \\ - 28336 \\ \hline 8240 \\ - 7084 \\ \hline 11560 \end{array} \quad \begin{array}{l} 5542 \\ 2823 \end{array}$$



$$2T = F_0 + F_{rp}$$

$$\mu \cdot 5mg = 2N \sin \alpha + F_0$$

$$0 = 2N \sin \alpha + F_0 - \mu 5mg$$

$$T = -N \sin \alpha + \mu \cdot 5mg$$

$$T = N \sin \alpha + F_0$$

$$2T = F_0 + \mu 5mg \quad 2T = F_0 + \mu 3mg$$

$$N \cdot \cos \alpha = mg$$

$$\begin{array}{r} 3,5 \\ \times 3,5 \\ \hline 17,5 \\ + 105 \\ \hline 122,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,7 \\ \times 3,7 \\ \hline 25,8 \\ + 111 \\ \hline 136,9 \end{array}$$

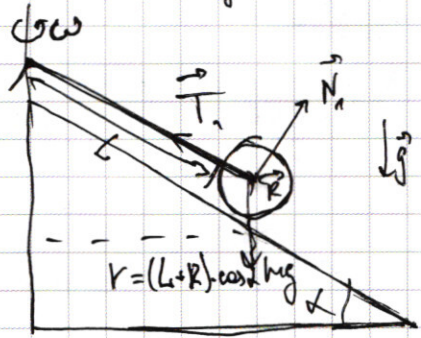
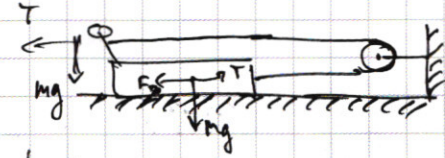
$$\begin{array}{r} 3,8 \\ \times 3,6 \\ \hline 22,8 \\ + 108 \\ \hline 129,6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 114 \overline{) 4} \\ 8 \overline{) 285} \\ - 34 \overline{) 12} \\ \hline 20 \end{array}$$

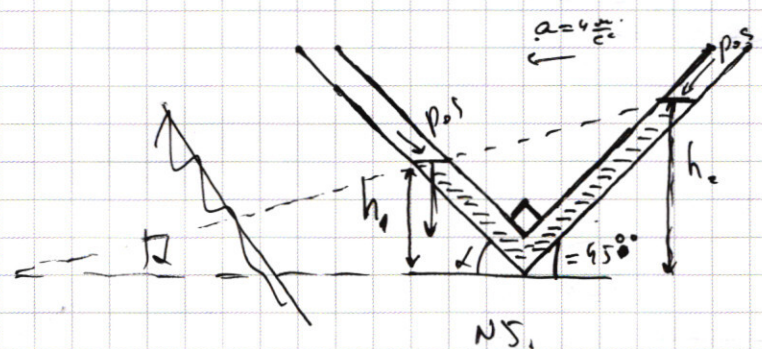
$$\begin{array}{r} 6,8 \overline{) 4} \\ 4 \overline{) 28} \\ \hline 28 \end{array}$$

$$\left(\frac{\sqrt{15}-1}{2} \right)^2 = \frac{15 - 2\sqrt{15} + 1}{4} = \frac{14 - 2\sqrt{15}}{4} = \frac{6,9}{4} = 2,85$$

$pV = \frac{m}{M} \cdot RT$
 $\frac{p \cdot m}{RT} = \frac{m}{V}$
 $\rho = \frac{p \cdot M}{RT}$



$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$



$$2,7 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

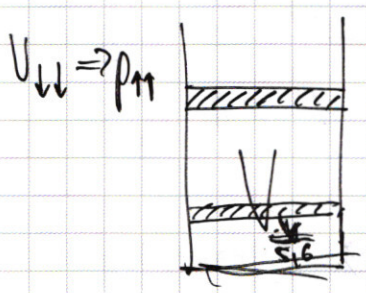
$$\begin{array}{r} 355 \\ \times 18 \\ \hline 2840 \\ + 6990 \\ \hline 6340 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6350 \\ - 5817 \\ \hline 533 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5330 \\ - 4986 \\ \hline 344 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3440 \\ - 3440 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6642 \\ \hline 732 \end{array}$$



$T = 300 \text{ K}$
 $P = 3,55 \cdot 10^3 \text{ Pa}$
 $\rho = 1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}$
 $\mu = 18 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$

$$T = \text{const.}$$

$$\rho_n = \frac{m \cdot P}{R \cdot T} = \frac{18 \cdot 10^{-3} \cdot 3,55 \cdot 10^3}{8,31 \cdot 300} = 7,7 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_0 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\frac{V_{n1}}{V_{n2}} = \frac{V_{n1}}{V_{n2}} = \gamma = 5,6$$

$$V_{n1} = \gamma \cdot V_{n2}$$

$$V_{n1} - V_{n2} = V_{n2} (\gamma - 1) = \frac{m_0}{\rho}$$

$$(\gamma - 1) \cdot m_{n2} = m_0$$