

Олимпиада «Физтех» по физике, с

Класс 10

Вариант 10-02

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Гайку бросают с вышки со скоростью $V_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. В полете гайка все время приближалась к горизонтальной поверхности Земли и упала на нее со скоростью $2V_0$.

- 1) Найти вертикальную компоненту скорости гайки при падении на Землю.
- 2) Найти время полета гайки.
- 3) С какой высоты была брошена гайка?

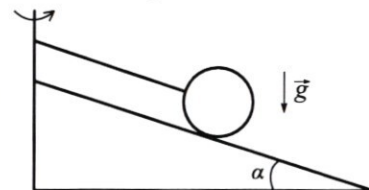
Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 2m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ .



- 1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?
- 2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?
- 3) За какое время человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F ($F > F_0$) к канату?

3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

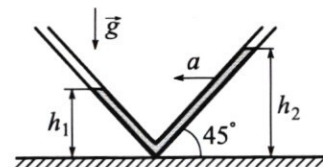


- 1) Найти силу давления шара на клин, если система покоится.
- 2) Найти силу давления шара на клин, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.

4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^\circ$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении с ускорением $a = 4$ м/с² уровень масла в одном из колен трубки устанавливается на высоте $h_1 = 10$ см.

- 1) На какой высоте h_2 установится уровень масла в другом колене?
- 2) С какой скоростью V будет двигаться жидкость в трубке относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет») и когда уровни масла будут находиться на одинаковой высоте?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Действие сил трения пренебрежимо мало.



5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 27°C и давлении $P = 3,55 \cdot 10^3$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

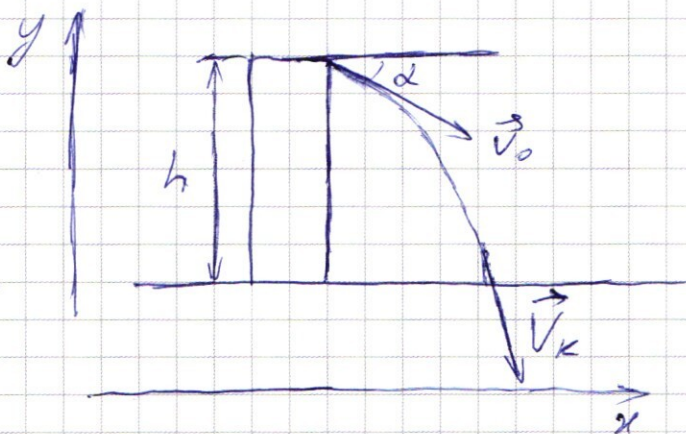
- 1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.
- 2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 5,6$ раза.

Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см³, $\mu = 18$ г/моль.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

Введем систему координат, как показано на рисунке, так, чтобы O по оси OY совпадал с землей,



а O по оси OX совпадал с точкой, откуда была брошена гайка

Пусть высота вышки равна h , а масса — m .

Запишем закон сохранения энергии

$$\frac{mV_0^2}{2} + mgh = \frac{m(2V_0)^2}{2}$$

$$\frac{V_0^2}{2} + gh = \frac{4V_0^2}{2}$$

$$h = \frac{3V_0^2}{2g} = 15 \text{ м}$$

Запишем уравнение движения гайки по оси OY

$$y(t) = h - V_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{g t^2}{2}$$

П.к. гайка на протяжении всего полета приближалась к земле, ее начальная проекция на OY отрицательна.

Найдем время, когда гайка упадет на землю

$$0 = 15 - 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot t - \frac{10 \cdot t^2}{2}$$

$$5t^2 + 5t - 15 = 0$$

$$t^2 + t - 3 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 1 + 12 = 13$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

П.к. нас интересует только положительное время, $t = \frac{\sqrt{13} - 1}{2}$ с

Запишем уравнение вертикальной проекции скорости

$$V_y(t) = -V_0 \cdot \sin \alpha - gt$$

$$V_y\left(\frac{\sqrt{13}-1}{2}\right) = -10 \cdot \frac{1}{2} - 10 \cdot \frac{\sqrt{13}-1}{2} = -5\sqrt{13} \text{ м/с}$$

Тогда вертикальная компонента в конце полета равна $5\sqrt{13}$ м/с

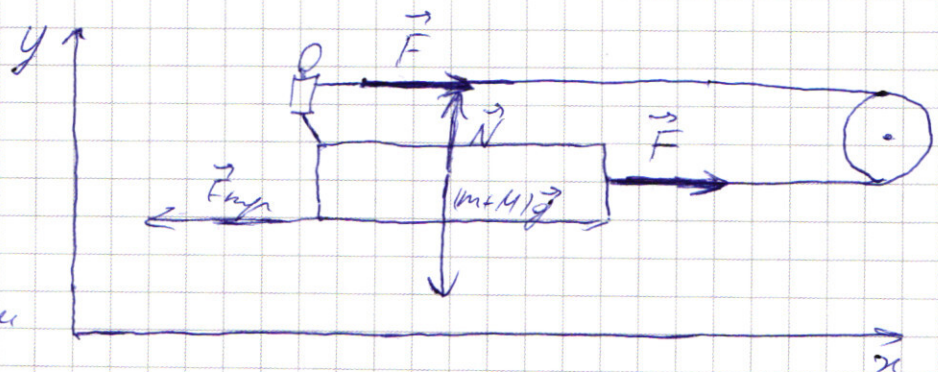
Ответ: $V_y = 5\sqrt{13}$ м/с; $t = \frac{\sqrt{13}-1}{2}$ с; $h = 15$ м

Задача 2

Рассмотрим систему из человека и ящика.

Введем

систему координат, как показано на рисунке. Так как нить невесомая и нерастяжимая, так невесомый и без трения, силы, действующие на человека и ящик со стороны веревки, равны.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Запишем второй закон Ньютона для нашей системы

$$2\vec{F} + \vec{N} + (m+M)\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}} = (m+M)\vec{a}$$

$$OY: N - (m+M)g = 0$$

$$OX: 2F - F_{\text{тр}} = (m+M)a$$

Сила реакции опоры, действующая на систему равна силе давления системы на пол.

$$N = (m+M)g = 3mg$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu(m+M)g = 3\mu mg$$

Очевидно, что сила, с которой человек тянет канат минимальна, если ускорение системы равно 0.

$$2F_0 = F_{\text{тр}}$$

$$F_0 = \frac{3}{2}\mu mg$$

Если человек приложит большую силу, у системы появится ускорение

Значит

$$F_{\text{тр}} = 2F - 3\mu mg$$

$$a = \frac{2F - 3\mu mg}{3m}$$

Тогда ~~и~~ запишем уравнение движения системы из состояния покоя.

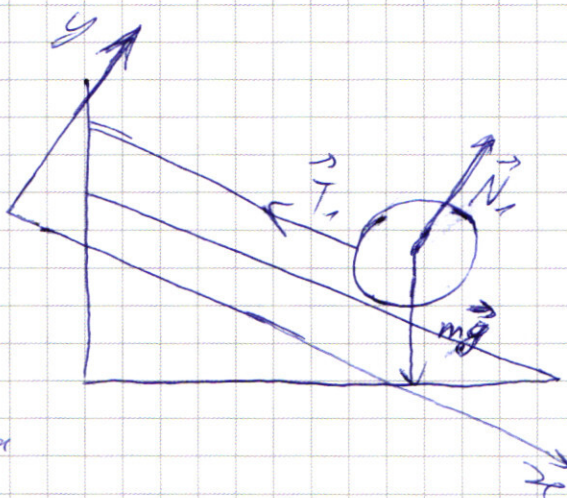
$$s = \frac{at^2}{2}$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{6Sm}{2F - 3\mu mg}}$$

Ответ: $P = 3mg$; $F_0 = \frac{3}{2}\mu mg$; $t = \sqrt{\frac{6Sm}{2F - 3\mu mg}}$

$\sqrt{3}$.

Введем ось Ox параллельно плоскости клина и ось Oy перпендикулярно ей.



(I) Если система покоится

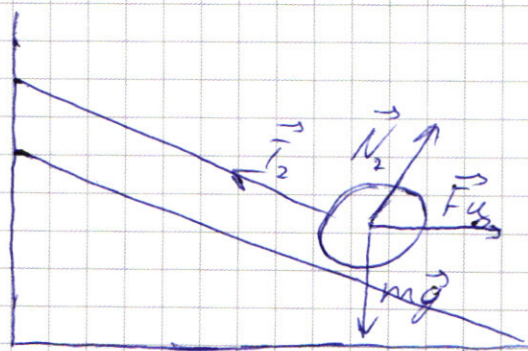
Запишем второй закон Ньютона в проекции на Oy

$$N_1 - mg \cos \alpha = 0$$

$$N_1 = mg \cos \alpha$$

Сила давления шарика на клин равна силе реакции опоры со стороны клина на шарик

(II) Если система движется, то на шарик начинает действовать центробежная сила, приложенная к центру шарика



$$F_c = \omega^2 (L + R) \cdot \cos \alpha \cdot m$$

Запишем второй закон Ньютона в проекции на Oy :

$$N_2 + F_c \cdot \sin \alpha = mg \cos \alpha$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$N_2 = mg \cos \alpha - \omega^2 (L+R) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot m$$

Ответ: $N_1 = mg \cos \alpha$; $N_2 = mg \cos \alpha - \omega^2 m \sin \alpha (L+R) \cdot \cos \alpha$

Задача №5

Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона
для газа в начальный момент времени

$$pV = \nu RT$$

$$pV = \frac{m}{\mu} RT$$

$$\rho = \frac{p\mu}{RT}$$

П.к. температура газа оставалась постоян-
ной и газ пар насыщенный, при сжатии
его давление не менялось, следовательно
плотность также оставалась постоянной

$$\rho_2 = \frac{p\mu}{RT} = \frac{3550 \cdot 0,008}{6,31 \cdot 300} \approx 0,0206 \text{ кг/м}^3$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_0} = \frac{0,0206}{1000} = 0,0000206$$

Пусть изначально газ занимал объем V_0 и содержал
1 моль газа

После сжатия он будет занимать

$$\frac{1}{5,6} V_0 = \frac{5}{23} V_0, \text{ при этом сжатии, чтобы плотность}$$

оставалась постоянной должно было конденсироваться $(1 - \frac{1}{5.6}) J_0 = \frac{23}{29} J_0$ мол газа

сконденсировавшаяся вода будет занимать объем $V_8 = \frac{m}{\rho_8} = \frac{\frac{23}{29} J_0 \cdot \mu}{\rho_8} \approx 0,0000214 J_0$

$$PV_0 = J_0 RT$$

$$J_0 = \frac{PV_0}{RT} \approx 1,424 V_0$$

$$V_8 \approx 0,0000214 V_0$$

Этот объем пренебрежимо мал по сравнению с основным скачком, следовательно мы можем пренебречь объемом сконденсировавшейся воды, рассчитывая, сколько мол газа сконденсировалось.

После скачка газ будет занимать объем $\frac{1}{5.6} V_0 = \frac{5}{23} V_0$

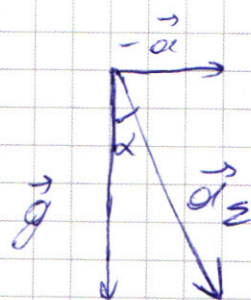
Тогда отношение объемов газа и воды будет равно

$$\frac{\frac{5}{23} \cdot V_0}{0,0000214 V_0} \approx 8486$$

$$\text{Ответ: } \frac{p_2}{p_8} = 0,0000206 ; \quad \frac{V_2}{V_8} = 8486$$

Задача 4

Перейдем в кинематическую систему отсчета, связанную с пружиной. В этой системе на ~~вещь~~ ~~будет~~



нас будет действовать ускорение, равное $\vec{a}$. Тогда общее ускорение $\vec{a}'$ будет равно

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Векторной сумме $\vec{g}$ и $\vec{a}$.

В этой системе отсчёта плоскость ~~в~~
поверхности масла будет ~~параллельна~~
перпендикулярна $\vec{a}$.

Обозначим за угол α угол между
землей и плоскостью поверхности
масла. Мы сможем найти

функцию этого угла

из векторного
треугольника

ускорений

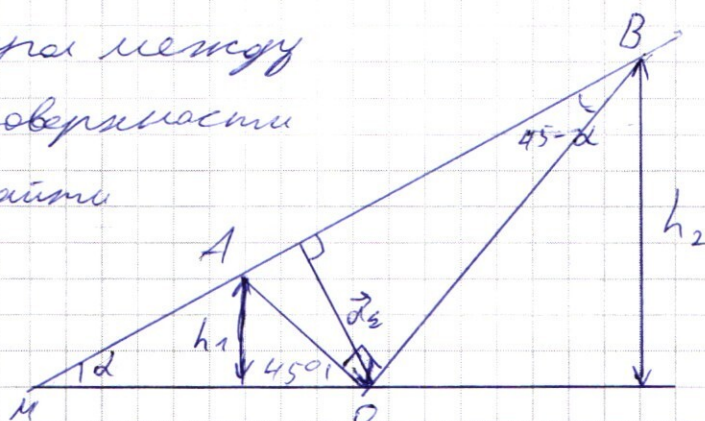
$$\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{2}}; \quad \cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{29}}$$

Обозначим за точки A и B крайние
точки масла в левом и правом колене
трубки соответственно, за O точку
перелома трубки, за M точку пересечения
AB с линией земли.

Из треугольника MBO легко убедиться,
что угол $ABO = 45 - \alpha$

$$\sin(45 - \alpha) = \sin 45 \cos \alpha - \cos 45 \sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{58}}$$

$$\cos(45 - \alpha) = \sin 45 \sin \alpha + \cos 45 \cos \alpha = \frac{7}{\sqrt{58}}$$



Из треугольника AOB $\tan \angle ABO = \frac{AO}{BO} = \frac{\sin(45^\circ - \alpha)}{\cos(45^\circ - \alpha)} = \frac{2}{7}$

$$AO = \frac{h_1}{\sin 45^\circ}; \quad BO = \frac{h_2}{\sin 45^\circ}$$

$$\frac{AO}{BO} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{2}{7}$$

$$h_2 = \frac{7}{2} h_1 = 35 \text{ см}$$

После того, как ускорение трубки прекратится, на масло будет действовать только ускорение свободного падения.

Обозначим за m потенциальную энергию уровня на высоте h_1 , плотность масла ρ , площадь поперечного сечения S .

Запишем закон сохранения энергии.

~~$\rho \cdot S \cdot h_1$~~

$$\rho \cdot S \cdot 0,25\sqrt{2} \cdot g \cdot \frac{0,25}{2} = 2\rho \cdot S \cdot \frac{0,25\sqrt{2}}{2} \cdot g \cdot \frac{0,25}{4} + \frac{\rho \cdot S \cdot 0,45\sqrt{2} V^2}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{g}{8} = \frac{\sqrt{2}}{8} \cdot \frac{g}{8} + \frac{0,45\sqrt{2} \cdot V^2}{2}$$

$$\frac{10\sqrt{2}}{64} = \frac{0,45\sqrt{2} \cdot V^2}{2}$$

$$V^2 = \frac{20}{64 \cdot 0,45} = \frac{20}{64 \cdot \frac{9}{20}} = \frac{20^2}{8^2 \cdot 3^2}$$

$$V = \frac{20}{24} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6} \text{ м/с}$$

Ответ: $h_2 = 35 \text{ см}; \quad V = \frac{5}{6} \text{ м/с}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$V_{0x} = V_0 \cos \alpha$$

$$V_{0y} = V_0 \sin \alpha$$

$$y(t) = V_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$$

$$\frac{m V_0^2}{2} + mgh = \frac{4m V_0^2}{2}$$

$$gh = \frac{3 V_0^2}{2}$$

$$h = \frac{3 V_0^2}{2g} = \frac{3}{2} \cdot \frac{100}{10} = \boxed{15 \text{ м}}$$

$$\sqrt{V_0^2 \cos^2 \alpha + V_0^2 \sin^2 \alpha - 2 V_0 \sin \alpha gt}$$

$$y(t) = 15 - V_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$$

$$5t^2 + 5t - 15 = 0$$

$$t^2 + t - 3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$t = \frac{\sqrt{13} - 1}{2}$$

$$5\sqrt{13} = V_{yK}$$

$$5\sqrt{13} + 25 \cdot 13 + 25 \cdot 3 = 25 \cdot 16 = 100 \cdot 4 = 200 \text{ В}$$

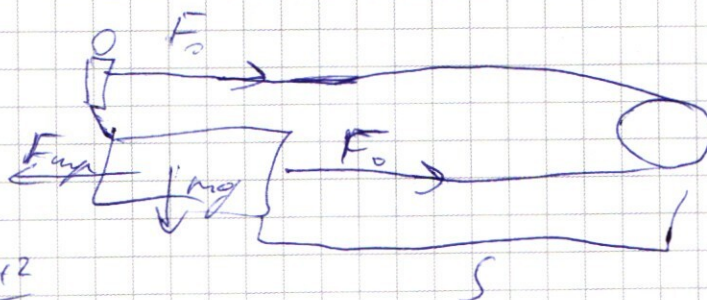
$$F_{\text{уп}} = 3mg$$

$$F_{\text{уп}} = 3\mu mg$$

$$F_0 = \frac{3}{2}\mu mg$$

$$\frac{2F - 3\mu mg}{m} = a$$

N2



$$S = \frac{a + 12}{2}$$

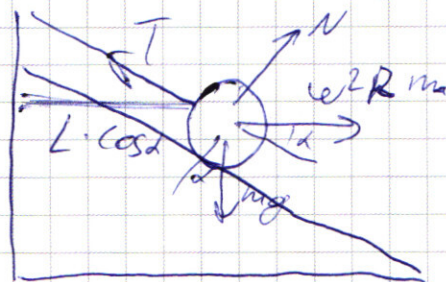
$$t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \frac{2S \text{ м}}{2F - 3\mu mg}$$

$$P = mg \cos \alpha$$

$$F_{\text{ц}} = \omega^2 L \cos \alpha$$

$$mg \cos \alpha = N + \omega^2 R L \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot m$$

$$N = m \cos \alpha (g - \omega^2 L \sin \alpha)$$



$$pV = \nu RT = \frac{m}{M_0} RT$$

$$p = \frac{p}{M_0} RT$$

$$p(V - \Delta V) = (\nu - \Delta \nu) RT$$

$$\frac{V - \Delta V}{V} = \frac{\nu - \Delta \nu}{\nu} \quad \frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{\Delta V}{V}$$

$$e_{\Delta \nu} = e_{\Delta V} \quad ; \quad \nu = V$$

$$p(V - \Delta V - \Delta V_0) = (\nu - \Delta \nu) RT$$

$$\Delta V_0 = \frac{\Delta \nu \cdot M_0}{p_0}$$

$$pV - p_1 V - p_1 V_0 = \nu RT - \Delta \nu RT$$

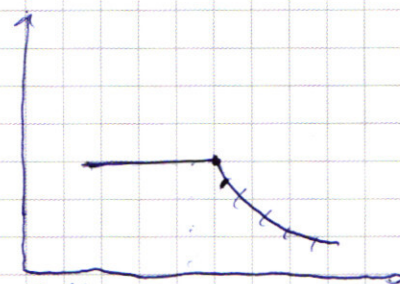
$$\Delta \nu RT = p_1 V - p_1 V_0$$

$$\frac{p M_0 \Delta \nu}{p_1} = p_1 V - \frac{p \cdot \Delta \nu M_0}{p_0} \quad \frac{0,00206}{1000}$$

$$\frac{M_0 \Delta \nu}{p_0} = \Delta V - \frac{\Delta \nu M_0}{p_1}$$

$$0,0000206$$

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{\Delta V}{M_0 \Delta \nu} - 1$$



$$p_2 = \frac{p M_0}{RT}$$

$$RT = \frac{p M_0}{p_2}$$

$$\frac{V}{V_0} = 5,6 = \frac{\nu}{\nu_0}$$

$$p = \frac{p}{M_0} RT$$

$$p = \frac{p M_0}{RT} = \frac{355 \cdot 0,018}{6,37 \cdot 300}$$

$$\begin{array}{r} 355 \\ \times 0,018 \\ \hline 2840 \\ 355 \\ \hline 6,390 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 83,1 \\ + 83,3 \\ \hline 166,4 \\ \times 157,5 \\ \hline 24930 \\ 83100 \\ 124650 \\ 157500 \\ \hline 2611800 \end{array}$$

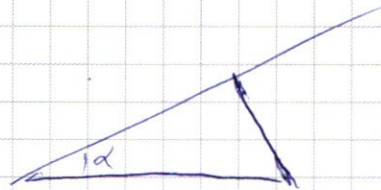
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

д. 4.



$$\sqrt{16} = 2\sqrt{29}$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{29}} \quad \cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{29}}$$



$$\sin(45 - \alpha) = \sin 45 \cos \alpha - \cos 45 \sin \alpha$$

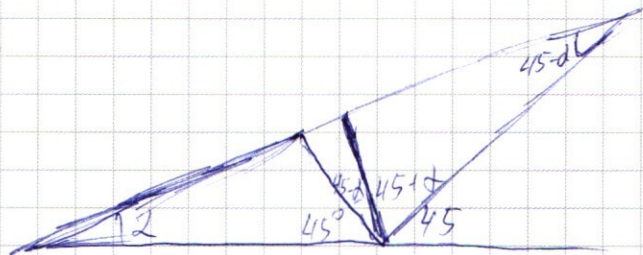
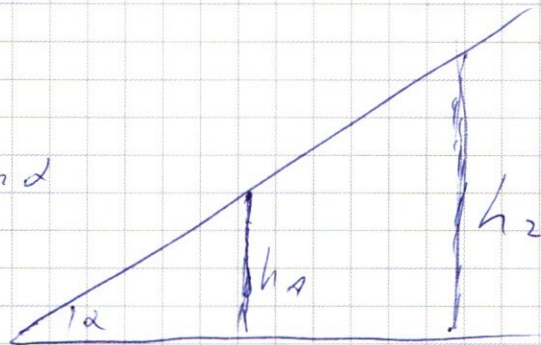
$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{5}{\sqrt{29}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{29}} = \frac{1}{2}$$

$$\sin(45 - \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{5}{\sqrt{29}} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{29}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{3}{\sqrt{29}} \right) = \frac{3\sqrt{58}}{2 \cdot 29} = \frac{3}{\sqrt{58}}$$

$$\cos(45 - \alpha) = \frac{7}{\sqrt{58}}$$

$$\tan(45 - \alpha) = \frac{2}{7}$$



$$\frac{h_1}{\sin 45} = \frac{h_2}{\sin 45} = \frac{2}{7}$$

а(4)

$$h_2 = 35 \quad v(h)$$

$$\Delta p = \rho g \Delta h = \rho \cdot 25$$

$$F = \Delta p \cdot S$$

$$m = \rho \cdot S \cdot \frac{20}{\sqrt{2}} = 10\sqrt{2}$$

$$\frac{35\sqrt{2}}{10}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{10}$$

$$\frac{7}{20}$$

$$\alpha = \frac{F}{m} = \frac{\rho g \Delta h \cdot S}{\rho \cdot S \cdot \frac{20}{\sqrt{2}}} = \frac{25 \cdot 20}{20\sqrt{2}} = \frac{25}{\sqrt{2}} \cdot \Delta h$$

$$V_0 = \frac{2RT}{p}$$

$$V_0 \rightarrow \frac{V_0}{5.6} \quad \Delta V_2 = \frac{4.6}{5.6} V_0 = \frac{23}{28} V_0$$

$$\Delta V = \frac{23}{5.6} \quad \Delta V = \left(1 - \frac{1}{5.6}\right) = \frac{4.6}{5.6} \cdot \Delta V = \frac{23}{28} \Delta V$$

$$\Delta V_0 = \frac{23}{28} \cdot \frac{M_0}{p_0} \quad \Delta V = \frac{23}{28} \cdot \frac{9.018}{1000} \Delta V$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ 9.018 \\ \hline 184 \\ 23 \\ \hline 0.0414 \end{array}$$

$$\frac{0.0414}{28000} =$$

$$\begin{array}{r} 414 \mid 28000000 \\ 414 \mid 0,00001478 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41400000 \\ 28000000 \\ \hline 134000000 \\ 112000000 \\ \hline 220000000 \\ 186000000 \\ \hline 240000000 \end{array}$$

$$0.00001478$$

$$\begin{array}{r} 280 \\ 0.042 \\ \hline 1148 \\ 280 \\ \hline 1184 \\ 286 \\ \hline 1474,4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ 3 \\ \hline 2483 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3550 \mid 2493 \\ 2483 \mid 1,424 \\ \hline 10570 \\ 8972 \\ \hline 5980 \\ 4886 \\ \hline 9840 \end{array}$$

$$\Delta V = \frac{2p}{RT} \cdot V_0 = 1,424 V_0$$

$$\Delta V = \frac{1}{5.6} \cdot \frac{5}{28} V_0$$

$$\begin{array}{r} 1,424 \\ 0,00001424 \\ \hline 11392 \\ 5686 \\ \hline 1424 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,179 \\ 0,0000211 \\ \hline 1780 \\ 0,211 \end{array}$$

$$0,0000210752 \approx 0,0000211 V_0$$

$$\begin{array}{r} 1780000211 \\ 16881 \mid 148,6,3 \\ \hline 1020 \\ 844 \\ \hline 1760 \\ 1682 \\ \hline 720 \\ 633 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\frac{5}{28}$$

$$\begin{array}{r} 5 \mid 28 \\ \hline 0,1785 \\ 50 \\ 28 \\ \hline 220 \\ 186 \\ \hline 240 \\ 214 \\ \hline 760 \end{array}$$