

# Олимпиада «Физтех» по физике, ф

## Класс 10 Вариант 10-02

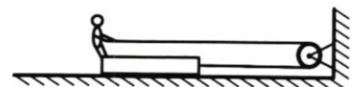
Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

**1.** Гайку бросают с вышки со скоростью  $V_0 = 10$  м/с под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту. В полете гайка все время приближалась к горизонтальной поверхности Земли и упала на нее со скоростью  $2V_0$ .

- 1) Найти вертикальную компоненту скорости гайки при падении на Землю.
- 2) Найти время полета гайки.
- 3) С какой высоты была брошена гайка?

Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха не учитывать.

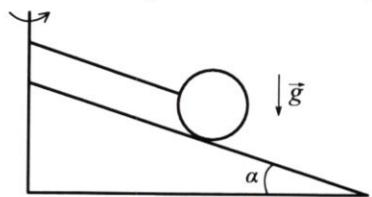
**2.** Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние  $S$  к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно  $m$  и  $M = 2m$ . Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом  $\mu$ .



- 1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?
- 2) С какой минимальной постоянной силой  $F_0$  надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?
- 3) За какое время человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу  $F$  ( $F > F_0$ ) к канату?

**3.** Однородный шар массой  $m$  и радиусом  $R$  находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной  $L$ , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

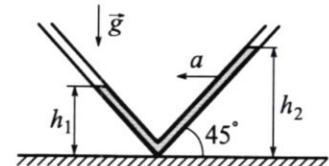
- 1) Найти силу давления шара на клин, если система покоятся.
- 2) Найти силу давления шара на клин, если система вращается с угловой скоростью  $\omega$  вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.



**4.** Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол  $\alpha = 45^\circ$ . При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении с ускорением  $a = 4$  м/с<sup>2</sup> уровень масла в одном из колен трубки устанавливается на высоте  $h_1 = 10$  см.

- 1) На какой высоте  $h_2$  установится уровень масла в другом колене?
- 2) С какой скоростью  $V$  будет двигаться жидкость в трубке относительно трубы после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет») и когда уровни масла будут находиться на одинаковой высоте?

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Действие сил трения пренебрежимо мало.



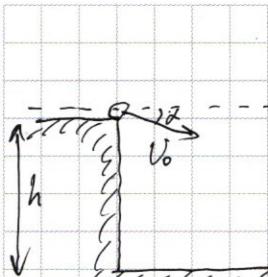
**5.** В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 27 °С и давлении  $P = 3,55 \cdot 10^3$  Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

- 1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.
- 2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в  $\gamma = 5,6$  раза.

Плотность и молярная масса воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>,  $\mu = 18$  г/моль.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



н.1.  
Г.к. гайка все время приближалась к земле  
то ее кинули все вверх, а бросал под углом  
(как на картинке)

$$\text{из 3(г). } mg h + \frac{m V_0^2}{2} = \frac{m 4 V_0^2}{2}, \text{ где } h - \text{высота}  
браски  
m - масса гайки.$$

$$2gh + V_0^2 = 4V_0^2 \\ h = \frac{3V_0^2}{2g} \Rightarrow h = \frac{3 \cdot 100}{2 \cdot 10} = 15 \text{ м.} - \text{высота броска.}$$

т.к.  $h = V_0 \sin \alpha \cdot t + \frac{gt^2}{2}$ , где  $t$  - время полета гайки.

$$\frac{gt^2}{2} + V_0 \sin \alpha \cdot t - h = 0$$

$$t^2 + t \cdot \frac{2}{g} V_0 \sin \alpha - \frac{2}{g} h = 0$$

$$t = -\frac{V_0 \sin \alpha}{g} \pm \sqrt{\frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{g^2} + \frac{2h}{g}}$$

$$t = -\frac{V_0 \sin \alpha}{g} + \frac{1}{g} \sqrt{V_0^2 \sin^2 \alpha + 2hg}$$

т.к.  $t > 0$

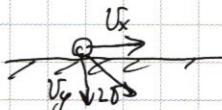
$$t = -\frac{V_0 \sin \alpha}{g} + \frac{1}{g} \sqrt{V_0^2 \sin^2 \alpha + 2hg}$$

$$t = -\frac{10 \cdot 0,5}{10} + \frac{1}{10} \sqrt{100 \cdot \frac{1}{4} + 20 \cdot 15} = -0,5 + \frac{1}{10} \cdot \sqrt{325} =$$

$$= -0,5 + \frac{1}{10} \cdot 5\sqrt{13} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{13} = \frac{1}{2} (\sqrt{13} - 1)$$

$$t \approx \frac{1}{2} \left( 3 + \frac{4}{7} - 1 \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{14+4}{7} \approx \frac{9}{7} \approx 1,29 \text{ с.}$$

В момент падения на землю



разложим на вертикальную  $V_y$ , и горизонтальную  $V_x$

## №1 (продолжение)

т.к.  $V_x = \text{const}$  для всех временных моментов  $\Rightarrow V_x = V_0 \cos \alpha$

$$\text{из Т. Пифагора } V_x^2 + V_y^2 = 4V_0^2 \Rightarrow V_0^2 \cos^2 \alpha + V_y^2 = 4V_0^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_y^2 = V_0^2 (4 - \cos^2 \alpha) \Rightarrow V_y = V_0 \sqrt{(4 - \cos^2 \alpha)}$$

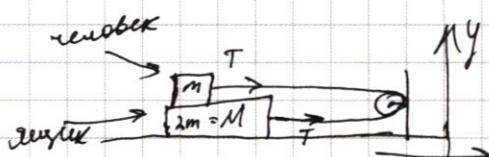
$$V_y = 10 \cdot \sqrt{4 - \frac{3}{4}} = 10 \cdot \sqrt{\frac{13}{4}} = 5 \cdot \sqrt{13} \approx 5 \cdot (3 + \frac{1}{7}) = 15 + \frac{20}{7} \approx \\ \approx 15 + 2,9 = 17,9 \text{ м/с.}$$

Ответ: 1)  $V_y = 5\sqrt{13} \approx 17,9 \text{ с}$

2)  $t = \frac{1}{2}(\sqrt{13} - 1) \approx 1,29 \text{ с}$

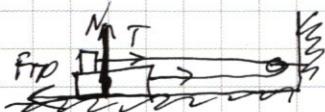
3)  $h = 15 \text{ м}$

№2.



Т.к. на человека и ящика действует только одна вертикальная сила — сила тяжести и сила ~~и~~ нормальной реакции опоры грунта, то  $(m+M)g = N \Rightarrow N = 3mg$  — такой силой будет давить на стоящий ящик с человеком.

Максимальная сила  $F_0$  означает, что ящик будет двигаться равномерно и в проекции на ось ОХ:



$$2T = F_{Tp} \Rightarrow 2T = \mu N \Rightarrow \text{т.к. } F_0 = T \text{ т.а. } F_0 = \frac{1}{2}F_{Tp} \text{ и } F_0 = \mu \cdot 3mg \Rightarrow F_0 = 1,5 \mu Mg$$

Если  $F > F_0 \Rightarrow$  система движется равноускоренно:

$$2F - F_{Tp} = 3ma \quad (\text{из 2 закона Ньютона})$$

$$2F - \mu \cdot 3mg = 3ma \Rightarrow a = \frac{2F - \mu \cdot 3mg}{3m}$$

$$\text{При этом } S = V_0 t + \frac{at^2}{2} \Rightarrow \text{т.к. } V_0 = 0 \Rightarrow S = \frac{a t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2S - 3m}{2F_0 - 3\mu mg}} = \sqrt{\frac{6Sm}{2F_0 - 3\mu mg}} = \sqrt{\frac{6Sm}{2F - 3\mu mg}},$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

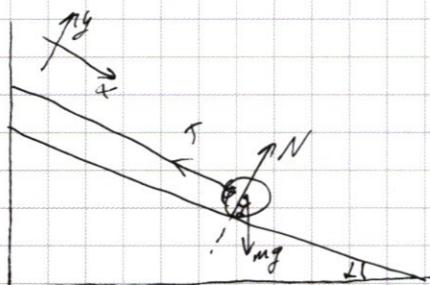
*№ 2 (задание)*

Ответ: 1)  $N = 3mg$  (шина движется на пок.)

$$2) F = 1,5 \mu mg$$

$$3) t = \sqrt{\frac{65m}{2F - 3\mu mg}}$$

*№ 3.*

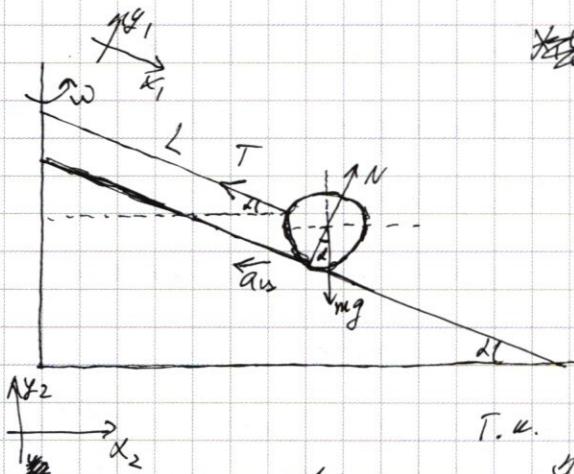


оси  $Ox$  // поверхности кривой  
 $Oy$  - перп. кривой.

т.к. ее в равновесии

$$\begin{cases} T = mg \sin \theta \\ N = mg \cos \theta \Rightarrow \text{шина движется} \\ \text{по кривой } N = mg \cos \theta. \end{cases}$$

2)



оси  $Ox_1, Oy_1$  - параллельно предыдущему  
пункту

оси  $Ox_2, Oy_2$  - параллельно земле  
и земле  
(но оси вращ. и т.е. в загадочный  
момент)

$$Ox_2: T \cos \theta - N \sin \theta = mg$$

$$T \cdot \alpha = \omega^2 R_{огр}, \text{ а } R_{огр} = (L+R) \cdot \cos \theta$$

$$\text{т.к. } \alpha = \omega^2 R_{огр}, \text{ а } R_{огр} = (L+R) \cdot \cos \theta$$

$$\text{На } Oy_2: T \sin \theta + N \cos \theta = mg$$

$$T = \frac{mg - N \cos \theta}{\sin \theta}$$

Подставим в (1)

### в3 (продолжение)

$$\frac{mg - N \cos \alpha}{\sin \alpha}, \cos \alpha - N \sin \alpha = m \omega^2 (L + R) \cdot \cos \alpha$$

~~$$(mg - N \cos \alpha) \cos \alpha - N \sin^2 \alpha = m \omega^2 (L + R) \sin \alpha \cos \alpha$$~~

$$(mg - N \cos \alpha) \cos \alpha - N \sin^2 \alpha = m \omega^2 (L + R) \sin \alpha \cos \alpha$$

$$mg \cos \alpha - (N \cos^2 \alpha + N \sin^2 \alpha) = m \omega^2 (L + R) \sin \alpha \cos \alpha$$

$$mg \cos \alpha - N = \frac{m \omega^2 (L + R) \sin \alpha \cos \alpha}{2}$$

$$N = mg \cos \alpha - m \omega^2 (L + R) \sin \alpha \cos \alpha$$

$$N = m \cos \alpha (g - \omega^2 (L + R) \sin \alpha) = m \cos \alpha (g - \omega^2 (L + R) \sin \alpha)$$

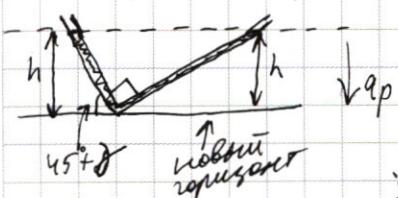
Ответ: 1)  $N = mg \cos \alpha$

2)  $N = m \cos \alpha (g - \omega^2 (L + R) \sin \alpha)$

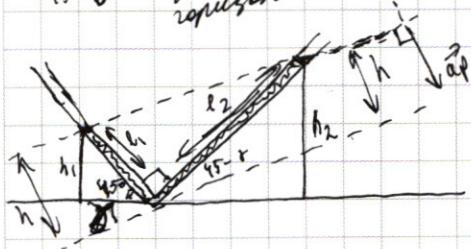
Планетка в движении имеет  $\vec{v}$ .  
Нормаль в движении имеет  $\vec{N}$ .

Введем разделяющее ускорение  $\vec{a}_p = \vec{g} + \vec{a}$ .  
Т.к. поверхность ~~будет~~ <sup>насса</sup> образует гравитационную поверхность,  
т.к. стремится к минимуму потенциальной энергии,  
то можно считать что наина труда стоит под насса

У ~~дела~~ ускорение свободного падения равно  $a_p$ .



Из равновесия давлений на 1 уровне (закон Ньютона)  
насса находится на первом уровне, причем  
этот уровень  $\perp$  вектору  $a_p$ .



Пусть длина заполненной трубы сева -  $l_1$ ,  
справа -  $l_2$ .

$$\text{Тогда: } l_1 \cdot \sin 45^\circ = h_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{l_1}{l_2} = \frac{h_1}{h_2}$$

$$\text{Таким образом } l_1 \sin(45^\circ + \alpha) = l_2 \sin(45^\circ - \alpha)$$

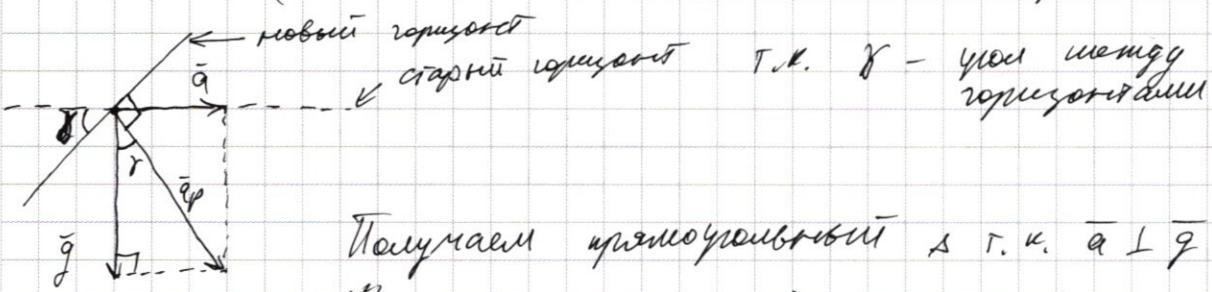
## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 9 (продолжение)

$$\Rightarrow \frac{e_1}{e_2} = \frac{\sin(45^\circ - \gamma)}{\sin(45^\circ + \gamma)} = \frac{\sin 45^\circ \cos \gamma - \sin \gamma \cos 45^\circ}{\sin 45^\circ \cos \gamma + \sin \gamma \cos 45^\circ} = \frac{\cancel{\sin 45^\circ}}$$

$$= \frac{\sin 45^\circ (\cos \gamma - \sin \gamma)}{\sin 45^\circ (\cos \gamma + \sin \gamma)} = \frac{\cos \gamma - \sin \gamma}{\cos \gamma + \sin \gamma}$$

Найдем  $\sin \gamma$  и  $\cos \gamma$ .

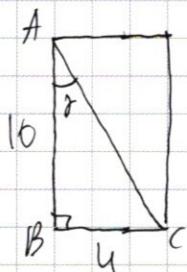


Получаем прямоугольный  $\triangle$  т.к.  $\alpha \perp g$  по условию

$$\text{т.к. } g = 10 \text{ м/с}^2, \quad a = 4 \text{ м/с}^2$$

$$\text{по Т Пифагора } AC = \sqrt{160 + 16} = \sqrt{176}$$

$$\sin \gamma = \frac{4}{\sqrt{176}} ; \quad \cos \gamma = \frac{10}{\sqrt{176}}$$



$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{\frac{10}{\sqrt{176}} - \frac{4}{\sqrt{176}}}{\frac{10}{\sqrt{176}} + \frac{4}{\sqrt{176}}} = \frac{10-4}{10+4} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

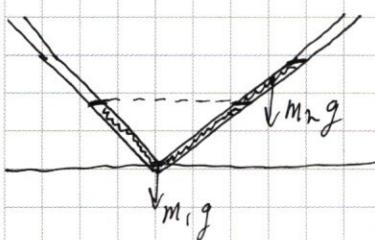
$$\text{т.к. } \frac{e_1}{e_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{3}{7} \Rightarrow h_2 = \frac{7 \cdot h_1}{3} = \frac{7 \cdot 10}{3} = \frac{70}{3} = 23 \frac{1}{3} \text{ см} \approx 23,33 \text{ см}$$

2) Перейдем в систему отсчета так, чтобы  $g$  не нас трубка стала неподвижна. т.к. скорость трубки теперь  $\text{const} \Rightarrow$  massa CO - консерватива.

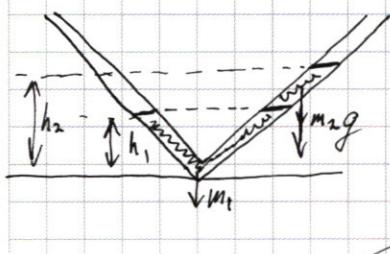
В начальный момент относительно трубки шаро.

~~шар~~ не движется

Если разделим ~~шар~~ мячи на 2 части на 2 рисунка (симметричные и античные) массами  $m_1$  и  $m_2$  соотносятся как



#### н 4 (иродовитство)



~~симметричной части водяного потока на нее действует верхняя симметрическая сила  $m_2 g$ .  
Причем она равна силе, действующей на симметрическую ( $m_1$ ) симметрическую силу  $m_2 g \cos 45^\circ$ .~~

Значит движение происходит вниз:  $(m_1 + m_2) g = m_2 g \cos 45^\circ$

$$z) g = \frac{m_2 g \cos 45^\circ}{m_1 + m_2}$$

Когда уровни массы в трубках будут на 1 уровне  
скорость воды из З.Л.7. будет  $V$ :

$$\frac{(m_1 + m_2) V^2}{2} = m_2 g \frac{h_2 + h_1}{2} \quad (\text{т.к. центр массы кусочка } m_2 \text{ на высоте } \frac{h_1 + h_2}{2})$$

$$\text{значит это } \frac{m_1}{2} : \left( \frac{m_1 + m_2}{2} \right) = h_1 : h_2 \quad \text{т.к. } \rho = \text{const.}$$

$$\frac{m_1}{2} \cdot h_2 = h_1 \cdot \left( \frac{m_1}{2} + m_2 \right)$$

$$m_1 h_2 = h_1 (m_1 + 2m_2)$$

$$m_1 h_2 = m_1 h_1 + 2m_2 h_1$$

$$m_1 (h_2 - h_1) = 2m_2 h_1$$

$$\frac{(m_1 + m_2) V^2}{2} = m_2 g \frac{h_2 + h_1}{2} \quad \cancel{\Rightarrow \frac{m_1 + m_2}{2} \left( \frac{m_1 (h_2 - h_1)}{2 h_1} \right) V^2 = m_2 g (h_2 + h_1)}$$

$$\left( \frac{2m_2 h_1}{h_2 - h_1} + m_2 \right) V^2 = m_2 g (h_2 + h_1) \quad | : m_2$$

$$\frac{2h_1 + h_2 - h_1}{h_2 - h_1} \cdot V^2 = g (h_2 + h_1)$$

$$\frac{h_1 + h_2}{h_2 - h_1} V^2 = g (h_2 + h_1) \quad | : (h_2 + h_1)$$

$$V = \sqrt{g (h_2 - h_1)} \Rightarrow V = \sqrt{10 \cdot 0,133} \approx 1,15 \text{ м/с}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

н 4 (продолжение)

Ответ: 1)  $h_2 = 23 \frac{1}{3} \text{ см} \approx 23,33 \text{ см}$

2) сразу после изгнания ускорения скорость <sup>масла</sup> ~~воды~~ относительно трубки равна 0

когда уровень масла на 1 уровне, скорость масла относительно трубки равна  $V = \sqrt{1,33} \approx 1,15 \text{ м/с}$

$$\frac{(m_1 + m_2) V^2}{2} = m_2 g \frac{(h_1 + h_2)}{2}$$

$$\frac{f_1}{277} = \frac{f_1}{2770}$$

$$(m_1 + m_2) V^2 = m_2 g (h_1 + h_2)$$

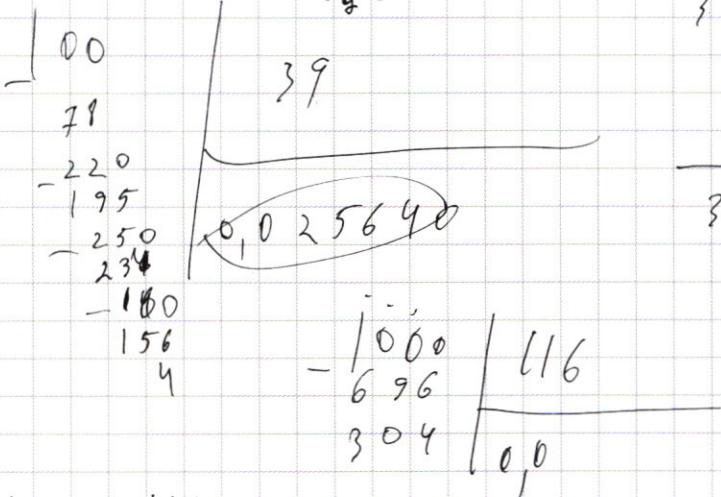
$$\frac{2(h_1 + h_2 - h_1)}{h_2 - h_1} V^2 = g (h_1 + h_2)$$

$$V = \sqrt{g(h_2 - h_1)}$$

$$60 \cdot 0,133 \quad 1,33 = 1,15$$

$$\frac{PM}{RT} = \frac{2,55 \cdot 10^3 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{2,77 \cdot 300} = \frac{1,470}{277}$$

$$a_y = w^2 (L + R) \cos \alpha \quad \frac{277}{3266}$$



$$\frac{300}{3300} \quad \frac{1}{10,6}$$

$$6 \quad 660 + 36 \\ 696$$

$$T \cos \alpha - N \sin \alpha = m a_x$$

$$T \sin \alpha + N \cos \alpha = m g$$

$$T = \frac{mg - N \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$S > \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\begin{array}{r|rr} 1000 & 116 \\ \hline 928 & \underline{0,0862} \\ \hline 720 & 8842 \\ \hline 696 & 928 \\ \hline 840 & \end{array}$$

$$t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$$

$$2F - F_{Tp} = 3m a$$

$$2F - \mu_3 m g = 3m a$$

$$\frac{2F - \mu_3 m g}{3m} = a \quad t = \frac{6m^{\frac{1}{2}}}{2F - \mu_3 m g}$$

$$3\mu m g = 2F \quad m g \cos \alpha - N \cos^2 \alpha - N \sin^2 \alpha = m a \sin \alpha$$

$$m g \cos \alpha - N = m w^2 (R + L) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha$$

чистовик

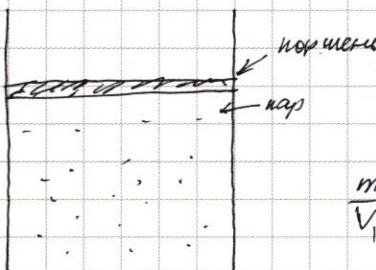
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

н5.



из закона Клайперона - Менделеева:

$$PV_1 = \frac{m_1}{M} RT, 29^\circ C$$

$$\frac{m_1}{V_1} = \frac{P \cdot M}{R T}$$

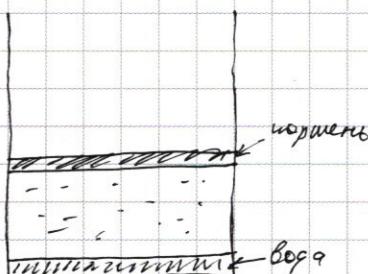
$V_1$  - объем пара в начале  
~~закономерного изменения~~  
~~закономерного изменения~~  
 $m_1$  - масса пара в начале  
~~закономерного изменения~~  
 $T$  - температура (const на всем  
закономерном изменении)

т.к. по определению плотность пара  $\rho_n = \frac{m_1}{V_1} =$

$$\Rightarrow \rho_n = \frac{P \cdot M}{R T}$$

плотность воды  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$

$$\rho_n = \frac{3,55 \cdot 10^3 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 300} = \frac{3,55 \cdot 2}{160 \cdot 2,77} = \frac{7,1}{277} = \frac{71}{2770} \approx \frac{1}{39}$$



$$\frac{\rho_n}{\rho_b} = \frac{\frac{1}{39}}{1000} = \frac{1}{39000} \approx 0,02564 \cdot 10^{-3}$$

2) Пусть в начале объем пара  $V_1$ , в конце  $V_2$ . Соответственно  
масса пара в начале  $m_1$ , в конце  $m_2$ .

Тогда из закона Клайперона - Менделеева; ч т.к. давление  
пара на всем протяжении эксперимента const, т.к. при  
данной температуре это же приращение давления в коне.

$$PV_1 = \frac{m_1}{M} RT \quad | \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot T, \text{ т.к. } \frac{V_2}{V_1} = \gamma \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \gamma \Rightarrow m_2 = \gamma m_1.$$

$$PV_2 = \frac{m_2}{M} RT$$

При этом оставшаяся масса преобразовалась в воду

т.е. масса воды  $m_b = m_1 - m_2 = \gamma m_2 - m_2 = m_2 (\gamma - 1)$

$$\text{Значит объем воды } V_b = \frac{m_b}{\rho} = \frac{m_2 (\gamma - 1)}{\rho}$$

## N5 (продолжение)

при  $T_0 = 270 \text{ K}$   $V_2 = \frac{m_2 R T}{M p}$

отношение объема пара к объему воды:

$$\frac{V_2}{V_0} = \frac{m_2 R T / p}{M p / M (r-1)} = \frac{R T / p}{M p / (r-1)}$$

$$\frac{V_2}{V_0} = \frac{1000 \cdot 8,31 \cdot 300}{18 \cdot 10^{-3} \cdot 3,55 \cdot 10^3 \cdot 9,6} = \frac{10^5 \cdot 2,77 \cdot 1}{2 \cdot 3,55 \cdot 9,6} = \frac{2,77}{32,66} \cdot 10^5 \approx \frac{1}{11,6} \cdot 10^5 \approx$$

$$\approx 0,086 \cdot 10^5 = 8,6 \cdot 10^3$$

Ответ:  ~~$\frac{p_1}{p_0} = \frac{T_1}{T_0}$~~  1)  $\frac{p_1}{p_0} = \frac{71}{2770} \cdot 10^{-3} \approx \frac{1}{39} \cdot 10^{-3} \approx 0,02564 \cdot 10^{-3}$

2)  $\frac{V_2}{V_0} \approx \frac{277}{3266} \cdot 10^5 \approx \frac{1}{11,6} \cdot 10^5 \approx 8,6 \cdot 10^3$



$$9,6 \cdot 2 = 9,2$$

$$\begin{array}{r} & 4 \\ & 1 \\ \times & 3,55 \\ \hline & 9,2 \end{array}$$

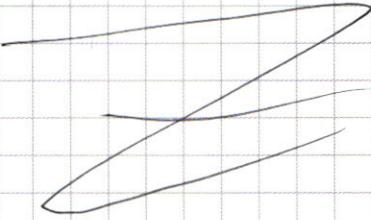
$$\begin{array}{r} 2,77 \\ \hline 32,66 \end{array}$$

$$\frac{69}{3} = 23$$

1710

$$\begin{array}{r} 3195 \\ \hline 32660 \end{array}$$

~~15~~



$$\begin{array}{r} 2,77 \\ \times 1,15 \\ \hline 1385 \\ 277 \\ \hline 4155 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1 \\ \times 2,77 \\ \hline 112 \\ 1554 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,77 \\ \times 1,11 \\ \hline 1277 \\ 277 \\ \hline 3047 \end{array}$$

$$8,10,6 = 28 + 4,8 = 92,8$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ - 92,8 \\ \hline 7,20 \end{array}$$

$$66 + 3,6 = c$$

$$\times 3,6$$

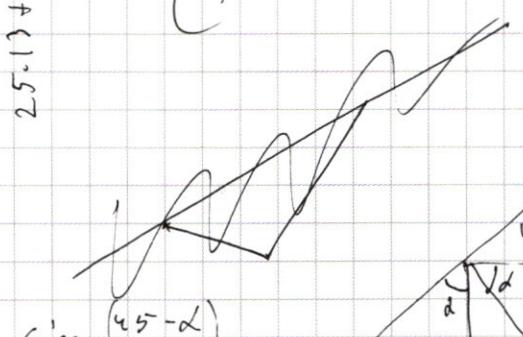
$$\begin{array}{r} 400 \\ - 100 \\ \hline 300 \\ - 92,8 \\ \hline 7,20 \\ - 6,9,6 \\ \hline 0,0862 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,0862 \\ \times 11,5 \\ \hline 11,5 \\ 11,5 \\ 11,5 \\ \hline 13225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ - 28 \\ \hline 72 \\ - 220 \\ \hline 195 \\ - 250 \\ \hline 25 \\ - 160 \\ \hline 95 \\ - 156 \\ \hline 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 39000 \\ \hline 0,025640 \end{array}$$

$$\frac{4}{\sqrt{116}} - \frac{10}{\sqrt{116}}$$

$$\begin{array}{r} 39 \cdot 5 \\ - 200 - 5 \\ \hline 234 \end{array}$$



$$\frac{\sin(45-\alpha)}{\sin(45+\alpha)}$$

$$\frac{\cos\beta - \sin\beta}{\cos\beta + \sin\beta}$$

$$h_1 \cdot \frac{4}{7} = h_2 \cdot 2$$

$$h_1 \cdot \frac{3}{7} = h_2$$

$$\tan \alpha = \frac{h_1}{h_2}$$

$$\frac{h_1}{\sin 45} \cdot \sin(45+\alpha) = \frac{h_2}{\sin 45} \cdot \cos(45-\alpha)$$

$$\frac{10 \cdot \frac{4}{7}}{7} = h_2$$

$$h_1 \cdot \sin(45+\alpha) = h_2 \cdot \sin(45-\alpha)$$

$$\sin(45-\alpha) = ?$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cos\alpha - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$100+16$$

$$\frac{10-4}{14} = \frac{6}{14}$$

$$\frac{3}{7}$$

$$\begin{aligned} \sin(\alpha \pm \beta) &= \sin\alpha \cos\beta \pm \sin\beta \cos\alpha \\ \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos\beta \pm \sin\beta) & \end{aligned}$$