

# Олимпиада «Физтех» по физике, ф

## Вариант 10-02

Класс 10

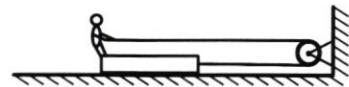
Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вложенного бланка не оцениваются.

**1.** Гайку бросают с вышки со скоростью  $V_0 = 10 \text{ м/с}$  под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту. В полете гайка все время приближалась к горизонтальной поверхности Земли и упала на нее со скоростью  $2V_0$ .

- 1) Найти вертикальную компоненту скорости гайки при падении на Землю.
- 2) Найти время полета гайки.
- 3) С какой высоты была брошена гайка?

Ускорение свободного падения принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Сопротивление воздуха не учитывать.

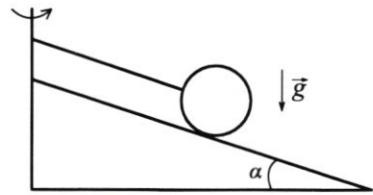
**2.** Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние  $S$  к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно  $m$  и  $M = 2m$ . Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом  $\mu$ .



- 1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?
- 2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?
- 3) За какое время человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу  $F$  ( $F > F_0$ ) к канату?

**3.** Однородный шар массой  $m$  и радиусом  $R$  находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной  $L$ , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

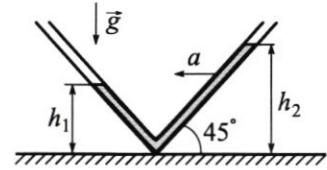
- 1) Найти силу давления шара на клин, если система покоятся.
- 2) Найти силу давления шара на клин, если система вращается с угловой скоростью  $\omega$  вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.



**4.** Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол  $\alpha = 45^\circ$ . При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении с ускорением  $a = 4 \text{ м/с}^2$  уровень масла в одном из колен трубки устанавливается на высоте  $h_1 = 10 \text{ см}$ .

- 1) На какой высоте  $h_2$  установится уровень масла в другом колене?
- 2) С какой скоростью  $V$  будет двигаться жидкость в трубке относительно трубы после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет») и когда уровни масла будут находиться на одинаковой высоте?

Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Действие сил трения пренебрежимо мало.



**5.** В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре  $27^\circ\text{C}$  и давлении  $P = 3,55 \cdot 10^3 \text{ Па}$ . В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

- 1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.
- 2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в  $\gamma = 5,6$  раза.

Плотность и молярная масса воды  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ ,  $\mu = 18 \text{ г/моль}$ .



② Система вращается, значит имеем центробежное ускорение  $a_n$ .

По второму з-му Ньютона  $M\vec{a}_n = \vec{F}$

В проекциях на оси:

$$Ox: -ma_n \cos \alpha = mg \sin \alpha - T$$

$$Oy: -ma_n \sin \alpha = N - mg \cos \alpha \Rightarrow N = mg \cos \alpha + ma_n \sin \alpha$$

По третьему з-му Ньютона  $N = P = mg \cos \alpha + ma_n \sin \alpha$   
 (по определению) формула нормального ускорения:

$$a_n = \omega^2 R_{bp}, R_{bp} - радиус вращения, R_{bp} = (L + R) \cos \alpha$$

$$a_n = \omega^2 (L + R) \cos \alpha, тогда получим$$

$$P = m (g \cos \alpha - \omega^2 (L + R) \cos \alpha \sin \alpha)$$

Ответ: 1)  $P_0 = mg \cos \alpha$ ; 2)  $P = m \cos \alpha (g - \omega^2 (L + R) \cdot \sin \alpha)$

### Задача 2

Дано:

$$S, m, \mu$$

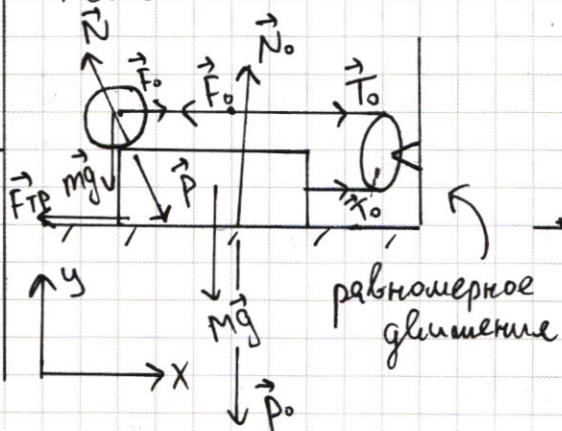
$$M = 2m$$

$$1) P_0 - ?$$

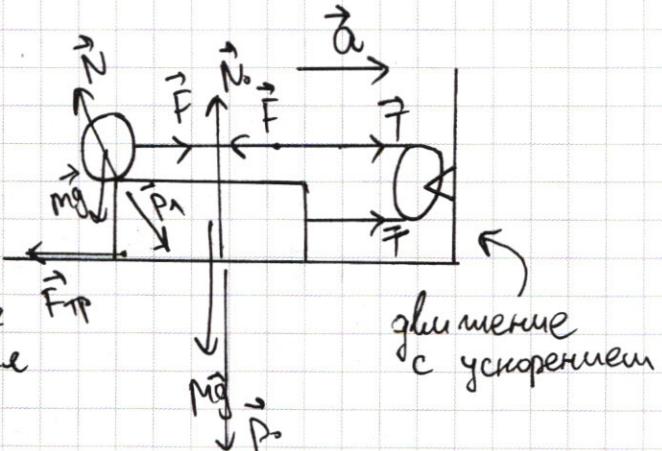
$$2) F_0 - ?$$

$$3) t - ?$$

Решение:



равномерное  
движение



движение  
с ускорением

① Запишем второй з-м Ньютона для диска (стационарно, что  $\omega = \text{const}$ ):  $\vec{T}_0 + \vec{P}_0 + \vec{F}_{TP} + \vec{Mg} + \vec{N}_0 = 0$  (т.к.  $\vec{a} = 0$ )

В проекциях на оси: ( $\vec{P}_0$  - сила давления со стороны полотна)

$$Ox: T_0 + P_x - F_{TP} = 0 \quad (F_{TP} = \mu N_0)$$

$$Oy: -Mg - P_y + N_0 = 0 \Rightarrow N_0 = Mg + P_y$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3

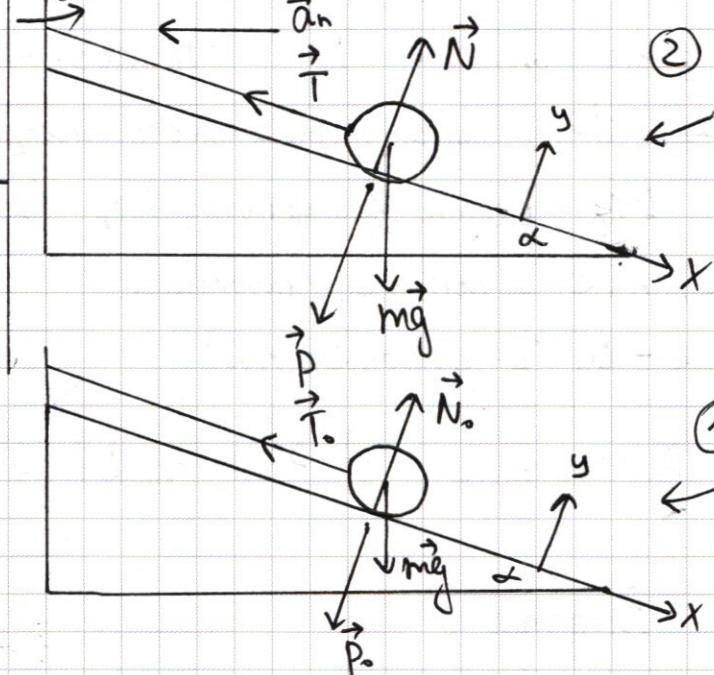
Дано:

$m, R, \alpha, L, \omega, g$

1)  $P_0 - ?$

2)  $P - ?$

Решение:



② Вращение с угловой  
скоростью  $\omega$

① Покой

① Система покоятся, значит векторная сумма действующих сил равна нулю  $\sum \vec{F} = 0$

По второму з-ну Ньютона

$$m \vec{a} = \vec{F}, \quad \vec{F} = 0 \quad \text{т.к. покой.}$$

В проекциях на оси:

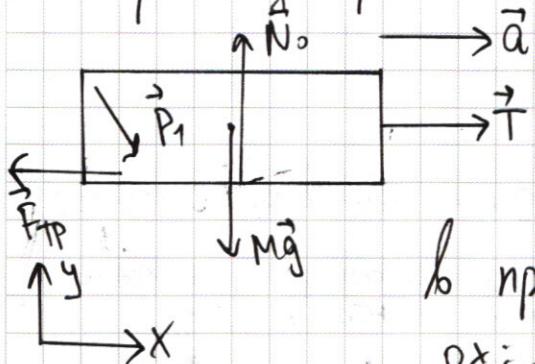
$$ox: 0 = mg \sin \alpha - T_0$$

$$oy: 0 = N_0 - mg \cos \alpha \Rightarrow N_0 = mg \cos \alpha$$

По третьему з-ну Ньютона сила давления шара на кин P равна по модулю силе реакции опоры:  $N_0$

$$P_0 = N_0 = mg \cos \alpha.$$

(3) И.к  $F > F_0$ , где  $F_0$  - мин. сила, то движение будет равноускоренным.  $T = F$



Запишем второй з-м Ньютона  
для осика:

$$2ma = N_0 + \vec{T} + Mg + \vec{F}_{Tp} + \vec{P}_1 \quad (M=2m)$$

по проекциях:

$$0x: 2ma = T - F_{Tp} + P_{x1} \quad (F_{Tp} = \mu N_0)$$

$$0y: 0 = N_0 - Mg - P_y \Rightarrow N_0 = 3mg \text{ (сн. вине)}$$

Получаем:  $2ma = F + F_m - 3\mu mg$ ,  $F_m$  откуда

$$a = \frac{2F + 3\mu mg}{2m}$$

Уравнение равноускоренного движения:

$$S = V_0 t + \frac{1}{2} at^2, \quad V_0 = 0, \text{ тогда}$$

$$S = \frac{1}{2} at^2, \text{ откуда}$$

$$t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{2S \cdot 2m}{2F + 3\mu mg}} = 2 \sqrt{\frac{Sm}{2F + 3\mu mg}}$$

$$\text{Отвем: 1)} P_0 = 3mg; 2) F_0 = \frac{3}{2}\mu mg; 3) t = 2 \sqrt{\frac{Sm}{2F + 3\mu mg}}$$

Задача 1

Дано:

$$V_0 = 10 \text{ м/c}$$

$$\angle = 30^\circ$$

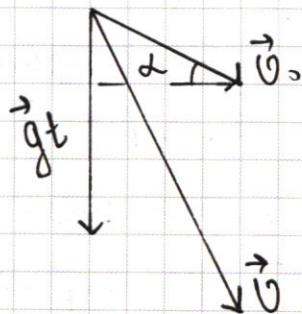
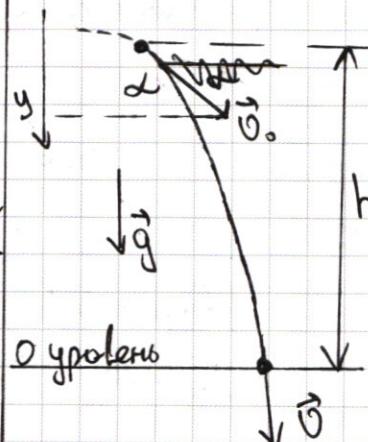
$$V = 2V_0 = 20 \text{ м/c}$$

$$V_y - ?$$

$$t - ?$$

$$h - ?$$

Решение:



(3) Запишем закон сохранения энергии для гайки

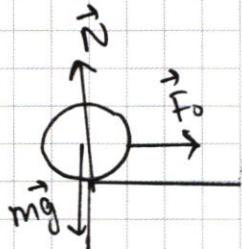
## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Запишем второй з-н Ньютона для человека ( $v = \text{const}$ ,  $a = 0$ ):  $\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_o = 0$  ( $\vec{F}_o$  - сила, с которой человек тянет канат)

В проекциях на оси:

$$ox: \cancel{0 = f_o + N_x} \quad 0 = F_o - N_x \Rightarrow F_o = N_x$$

$$oy: 0 = N_y - mg \Rightarrow N_y = mg$$



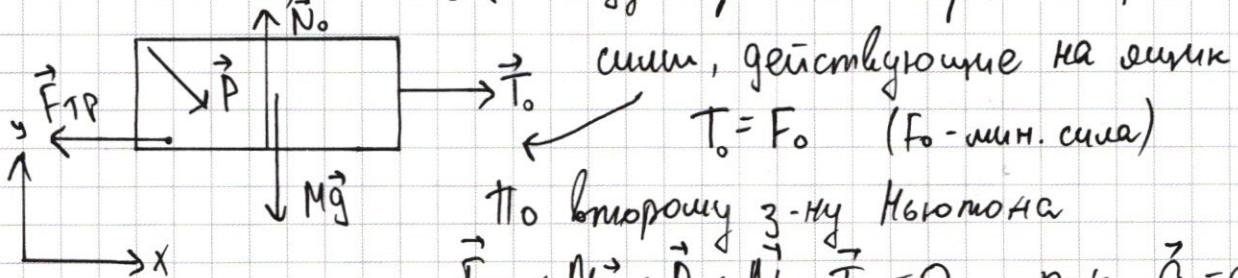
По третьему з-ну Ньютона сила реакции опоры  $N$ , действующая со стороны экипажа, равна силе давления  $P$ , действующей на экипаж со стороны человека:

$$P = N, \text{ соответственно } N_y = P_y; N_x = P_x$$

$$\text{Тогда получим: } N_o = Mg + N_y = Mg + mg = 3mg$$

По третему з-ну Ньютона  $N_o = P_o = 3mg$  - сила давления на ноги.

② Если человек будет тянуть канат с минимальной силой, то экипаж будет двигаться равномерно.



В проекциях на оси:

$$ox: T_o + P_x - F_{TP} = 0 \quad (F_{TP} = \mu N_o)$$

$$oy: N_o - Mg - P_y = 0 \Rightarrow N_o = Mg + P_y = 3mg$$

$P_x = N_x = F_o$  (см. выше), тогда получим:

$$T_o + F_o - \mu N_o + 3mg = 0 \quad 2F_o = 3\mu mg \Rightarrow F_o = \frac{3\mu mg}{2}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$PV_1(\gamma - 1) = \frac{RT}{\mu} (m - m_1), \quad m - m_1 = \Delta m = Vb\beta$$

$$PV_1(\gamma - 1) = \frac{RT}{\mu} \cdot \Delta m$$

$$PV_1(\gamma - 1) = \frac{RT}{\mu} \cdot Vb\beta$$

$$\frac{V_1}{V_b} = \frac{RT\beta}{P\mu(\gamma - 1)}$$

$$\frac{V_1}{V_b} = \frac{8,31 \text{ Дж/(к.моль)} \cdot 300 \text{ К} \cdot 1000 \text{ кг/м}^3}{(5,6 - 1) \cdot 3550 \text{ Па} \cdot 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}} = \frac{831 \cdot 10^5}{9798}$$

$$\text{Объем: 1) } \frac{S_n}{S} = \frac{213}{8310} ; \quad 2) \frac{813 \cdot 10^5}{9798} \cdot \frac{V_1}{V_b}$$

Задача 4

Дано:

$$\angle = 45^\circ$$

$$a = 4 \text{ м/с}^2$$

$$h_1 = 10 \text{ см}$$

$$h_2 - ?$$

$$V - ?$$

Решение:

В неинерциальной СО, связанной с трубкой, на масло действует сила инерции  $\vec{F}_u$ .

Запишем второй З-и Ньютона относительно

МСО (две масла)

$$0 = \vec{F}_u + \vec{m}g + \vec{N}, \quad (a = 0) \text{ масло поконится относительно трубы}$$

$$\vec{F}_u = -m\vec{a}$$

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

## Задача 5

Дано:

$$P = 3,55 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

$$T = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$$

$$\mu = 5,6$$

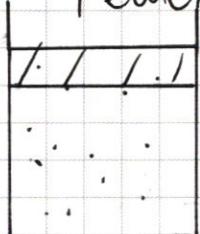
$$S = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$$\mu = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кал/моль.}$$

$$1) S_n / S - ?$$

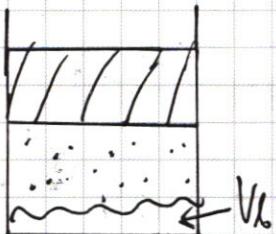
$$2) V_1 / V_b - ?$$

Решение:



$$P, V, T$$

(1)



$$P, V_b, T$$

(2)

Запишем уравнение Менделеева-Капелюхона для газа в состояниях 1 и 2:

$$1) PV = \frac{m}{\mu} RT \quad (1)$$

$$2) PV_1 = \frac{m_1}{\mu} RT, \quad (2) m_1 = m - \Delta m$$

$\Delta m$  - сконденсирован-

$$S_n = \frac{m}{V} - \text{плотность} \quad \text{иначе пар, } \Delta m = gV_b \text{ по определению.}$$

С учётом этого перепишем уравнение для первого состояния газа:

$$PV = \frac{S_n V}{\mu} RT \quad (\div V)$$

$$P = \frac{S_n}{\mu} RT, \quad \text{откуда}$$

$$S_n = \frac{\mu R}{RT} ; \quad \frac{S_n}{g} = \frac{\mu P}{RT S}$$

$$\frac{S_n}{g} = \frac{18 \cdot 10^{-3} \text{ кал/моль} \cdot 3,55 \cdot 10^3 \text{ Па}}{1 \text{ кг/м}^3 \cdot 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К}) \cdot 300 \text{ К}} = \frac{213}{8310}$$

$$\mu = \frac{V}{V_1} ; \quad \text{выпишем из ур. 1 ур. 2:}$$

$$P(V - V_1) = \frac{m}{\mu} RT - \frac{m_1}{\mu} RT$$

$$V = \mu V_1, \quad \text{тогда}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$mgh + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

в начальный  
момент времени

в конечный  
момент времени.

( $\div m$  - масса гайки)

$$gh = \frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}v_0^2, \text{ откуда}$$

$$h = \frac{v^2 - v_0^2}{2g}; \quad h = \frac{(20 \text{ м/c})^2 - (10 \text{ м/c})^2}{2 \cdot 10 \text{ м/c}^2} = 15 \text{ м}$$

$h$  - высота, с которой  
брошена гайка.

② Уравнение движения гайки в проекциях на ось:

$$h = v_0 \sin \alpha t + \frac{1}{2}gt^2, \text{ откуда можем выразить } t:$$

$$\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha \cdot t - h = 0$$

$$D = v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh$$

$$t = \frac{\sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh}}{g} - v_0 \sin \alpha \quad (\text{отр. корень не подходит})$$

$$t = \frac{\sqrt{(10 \text{ м/c})^2 \cdot 0,5^2 + 2 \cdot 10 \text{ м/c}^2 \cdot 15 \text{ м}} - 10 \text{ м/c} \cdot 0,5}{10 \text{ м/c}^2} =$$

$$= \frac{\sqrt{325 \text{ м}^2/\text{c}^2} - 5 \text{ м/c}}{10 \text{ м/c}^2} = \frac{5 \text{ м/c} \sqrt{13} - 5 \text{ м/c}}{10 \text{ м/c}^2} = \frac{\sqrt{13} - 1}{2} \text{ с}$$

①  $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$ , в проекциях на ось:

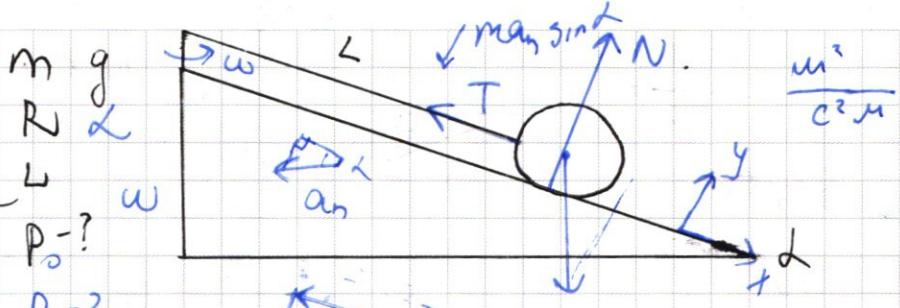
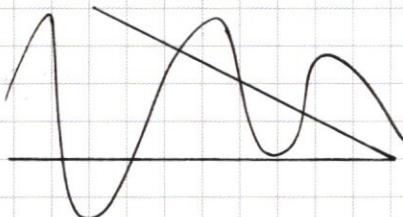
$$v_y = v_0 \sin \alpha + gt$$

$$v_y = 10 \text{ м/c} \cdot 0,5 + 10 \text{ м/c}^2 \cdot \frac{\sqrt{13} - 1}{2} \text{ с} = 5 \text{ м/c} + 5 \text{ м/c}(\sqrt{13} - 1) = 5\sqrt{13} \text{ м/c}$$

$$\text{Ответ: 1)} v_y = 5\sqrt{13} \text{ м/c; 2)} t = \frac{\sqrt{13} - 1}{2} \text{ с; 3)} h = 15 \text{ м}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3.



шар покончил

$$ox \quad mg \sin \alpha - T = 0$$

$$oy \quad -mg \cos \alpha + N = 0$$

$$N_0 = P_0 = mg \cos \alpha$$

$$P - ?$$

$$m a_n \cos \alpha = T - mg \sin \alpha$$

$$m a_n \sin \alpha = mg \cos \alpha - N$$

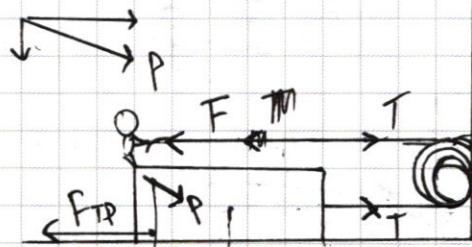
$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R$$

$$v = \omega R$$

$$\frac{m^2}{c^2 \mu}$$

радиус  
врач

$$R_{\text{врач}} (L + r) \cos \alpha$$



$$F = T$$

но из-за барьерами покоя.

$$N \geq mg + P \sin \beta$$

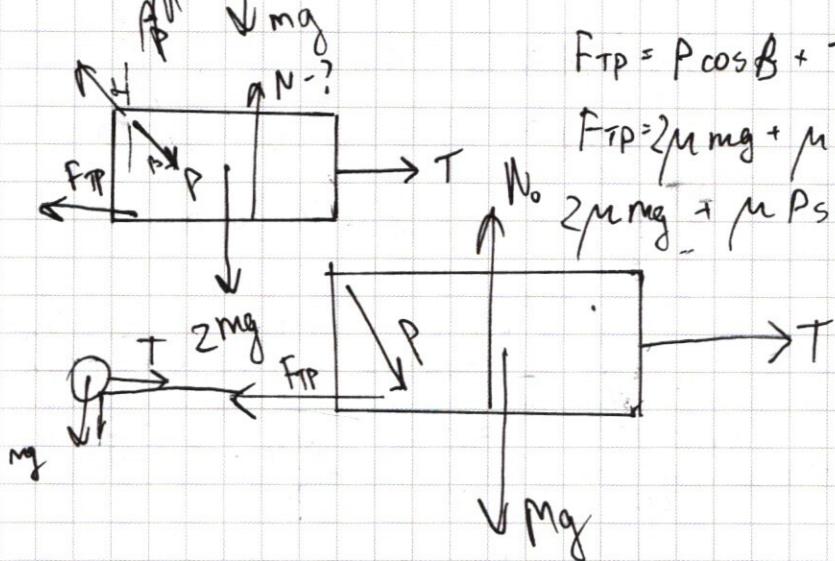
мин сила = равномер. движ

$$F_{TP} = P \cos \beta + T$$

$$T = F$$

$$F_{TP} = 2\mu mg + \mu P \sin \beta$$

$$2\mu mg + \mu P \sin \beta - P \cos \beta = F$$



черновик

(Поставьте галочку в нужном поле)

чистовик

Страница № \_\_\_\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

$F_0$  - минимальное с.

$F > F_0 \Rightarrow$  ускорение  $a$

$$N \rightarrow F = ma$$

$$F = m\vec{a}$$

$$S = \frac{V^2 - V_0^2}{2a}$$

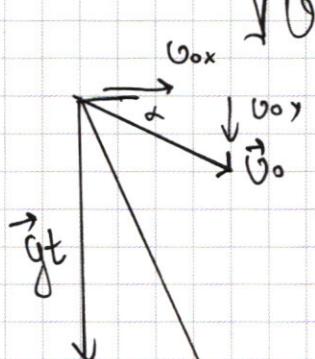
$$S = \frac{1}{2}at^2$$

$$V_0 = 10 \text{ м/c}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$V_0^2 = 20 \text{ м/c}$$

$$\alpha = 30^\circ$$



$$S_y = V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$V_y = V_0 \cos \alpha / \sin \alpha$$

$$V_0 \sin \alpha = V_0 y \text{ как}$$

$$V_0 y = V_0 \sin \alpha + g t$$

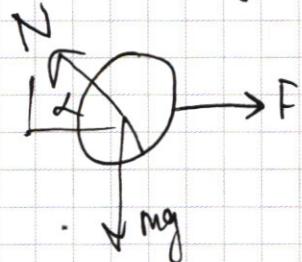
$$V_0 y = V_0 \sin \alpha + g \frac{\sqrt{13}-1}{2}$$

$$mgh + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$2gh = V^2 - V_0^2$$

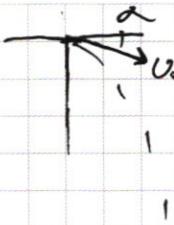
$$2gh = V^2 - V_0^2$$

$$h = \frac{V^2 - V_0^2}{2g} = \frac{20^2 - 10^2}{2 \cdot 10} = \frac{400 - 100}{20} = \frac{300}{20} = \frac{30}{2} = 15 \text{ м}$$



$$N \sin \alpha = mg$$

$$N \cos \alpha = F$$

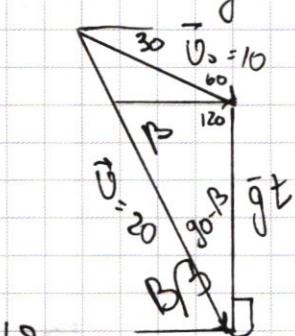


$$V_y - ?$$

$$t - ?$$

$$h - ? \quad V_{0x} = V_x$$

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{g} t$$



$$h = V_0 \cos \alpha t$$

$$mgh + \frac{1}{2}mv_0^2 \quad t = \frac{h}{V_0 \cos \alpha}$$

$$h = V_0 t + S \sin \alpha + \frac{1}{2} g t^2$$

$$\frac{1}{2} g t^2 + V_0 t \sin \alpha - t - h = 0$$

$$D = V_0^2 \sin^2 \alpha + 4 \cdot \frac{1}{2} g \cdot h =$$

$$= V_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh$$

$$t = \frac{-V_0 \sin \alpha + \sqrt{V_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh}}{2g}$$



чертёжник

(Поставьте галочку в нужном поле)

чистовик

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

$$T = 300K$$

$$P_{\text{atm}} = 10^5$$

$$P = 3,55 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

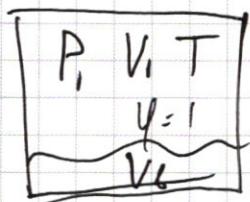
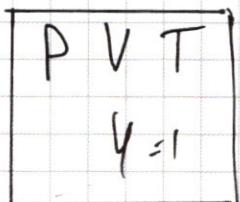
$$\gamma = 1$$

$$T = \text{const} \quad V \downarrow$$

$$\gamma = 5,6$$

$$\frac{S_n}{S} - ?$$

$$\frac{V_{n1}}{V_1} - ?$$



~~$$PV = P_1 V_1$$~~

$$PV = \frac{m}{\mu} RT$$

$$P_1 V_1 = \frac{m_1}{\mu} RT$$

$$m > m_1$$

$$-(m_1 - m) = \Delta m = g V_6$$

$$m$$

$$P(V_6 - V_1)/\mu = \Delta m R T$$

$$PV = \frac{m}{\mu} RT$$

$$P(V_6 - V_1)/\mu = g V_6 R T$$

~~$$35,5 \times 6$$~~

$$P/\mu = g R T$$

$$V_6 = \frac{P(V_6 - V_1)/\mu}{g R T}$$

$$\frac{V}{V_1} = 5,6$$

$$V_n = V_1 \frac{35,5}{21,30} \times 6$$

$$g = \frac{P M}{R T} = 18$$

$$P(5,6 V_1 - V_1)/\mu$$

$$831 / 213$$

~~$$23500 = \frac{300}{100} \frac{18}{21,30} \frac{6}{831}$$~~

$$18 = 9 \cdot 2 = \frac{V_6}{6 \cdot 3}$$

$$V_6 = V_1 \frac{4,6 P M}{g R T}$$

$$+ \frac{213}{3}$$

$$= \frac{8,31 \cdot 300 \cdot 1000}{4,6 \cdot 3,55 \cdot \frac{18}{3,55}}$$

$$\frac{V_1}{V_6} = \frac{V_1 g R T}{V_1 4,6 P M} = \frac{6 \cdot 3,55}{8,31 \cdot 4,6 \cdot 10^3}$$

$$= \frac{6 \cdot 3,55}{831} \frac{6}{21,30}$$

$$= \frac{1000 \cdot 8,31 \cdot 300}{4,6 \cdot 3,55 \cdot 10^3 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}$$

$$= \frac{213}{831}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

к) В какой hr.

$$0 = V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$20 = g t$$

$$t = \frac{20}{g}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 15 \\ \hline 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 15 \\ \hline 30 \\ + 15 \\ \hline 45 \\ + 15 \\ \hline 60 \\ + 5 \\ \hline 65 \end{array}$$

325

$$\frac{V_0}{V_b} = \frac{RT\beta}{P(n-1)M}$$

10<sup>-2</sup>

$$m V_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2 - h = 0$$

$$b^2 - 4ac$$

213  
+ 46

$$D = V_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh$$

$$t = \frac{\sqrt{V_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh} - V_0 \sin \alpha}{g}$$

1278  
- 852  
9798  
100.0.25 = 25

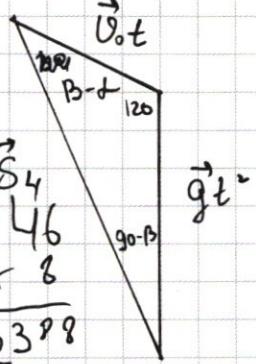
$$t = \frac{\sqrt{100 \cdot 0.5^2 + 2 \cdot 10 \cdot 15} - 10 \cdot 0.5}{10}$$

$$\begin{array}{r} 325 \\ - 30 \\ \hline 25 \\ 15 \\ \hline 65 \\ 60 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$\frac{\sqrt{25 + 300} - 5}{10} = \frac{5\sqrt{13} - 5}{10} = \frac{\sqrt{13} - 1}{2}$$

65.5

$$\begin{array}{r} 65 \\ - 5 \\ \hline 15 \\ 13.5 \\ \hline 1.5 \\ 1.3 \\ \hline 0.5 \\ 0.3 \\ \hline 0.2 \\ 0.1 \\ \hline 0.05 \end{array}$$



$$0 = V_0 \sin \alpha t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$180^\circ - 120^\circ + 90^\circ - \beta$$

$$180^\circ - 210^\circ - \beta$$

$$\beta = 210^\circ - 180^\circ = 30^\circ$$

$$180^\circ = 120^\circ + 90^\circ - \beta \Rightarrow$$

$$\beta = 180^\circ - 120^\circ - 90^\circ + \beta = \beta - 120^\circ$$

2130

$$\frac{10}{4.6 \cdot 3.55 \cdot 1.6} = \frac{10}{831 \cdot 3 \cdot 10}$$

$$S^2 = V_0^2 t^2 + g^2 t^4 - 2 V_0 t^3 g \cos 120^\circ$$

$$\begin{array}{r} 725 \\ - 525 \\ \hline 200 \\ 150 \\ \hline 50 \\ 328 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 14 \\ \hline 1 \\ 14 \\ \hline 3 \\ 3 \\ \hline 0 \\ 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46 \\ \times 3 \\ \hline 138 \\ 138 \end{array}$$

$$5 \pi / 16 + 5 \pi / 16 \sqrt{13} - 5 \pi / 16 \sqrt{13}$$

$$\begin{array}{r} 371 \\ - 371 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ \times 10 \\ \hline 46 \\ 1 \\ 371 \\ \hline 371 \end{array}$$