

# Олимпиада «Физтех» по физике, 10 класс

## Вариант 10-02

Класс 10

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Гайку бросают с вышки со скоростью  $V_0 = 10$  м/с под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту. В полете гайка все время приближалась к горизонтальной поверхности Земли и упала на нее со скоростью  $2V_0$ .

1) Найти вертикальную компоненту скорости гайки при падении на Землю.

2) Найти время полета гайки.

3) С какой высоты была брошена гайка?

Ускорение свободного падения принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние  $S$  к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно  $m$  и  $M = 2m$ . Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом  $\mu$ .



1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?

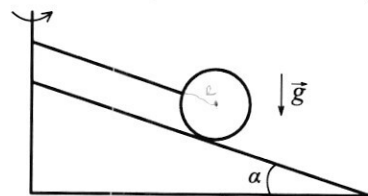
2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?

3) За какое время человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу  $F$  ( $F > F_0$ ) к канату?

3. Однородный шар массой  $m$  и радиусом  $R$  находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной  $L$ , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

1) Найти силу давления шара на клин, если система покоится.

2) Найти силу давления шара на клин, если система вращается с угловой скоростью  $\omega$  вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.

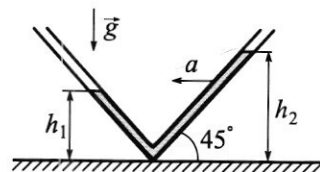


4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол  $\alpha = 45^\circ$ . При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении с ускорением  $a = 4$  м/с<sup>2</sup> уровень масла в одном из колен трубки устанавливается на высоте  $h_1 = 10$  см.

1) На какой высоте  $h_2$  установится уровень масла в другом колене?

2) С какой скоростью  $V$  будет двигаться жидкость в трубке относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет») и когда уровни масла будут находиться на одинаковой высоте?

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Действие сил трения пренебрежимо мало.



5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре  $27^\circ\text{C}$  и давлении  $P = 3,55 \cdot 10^3$  Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.

2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в  $\gamma = 5,6$  раза.

Плотность и молярная масса воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>,  $\mu = 18$  г/моль.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1.

Дано:

$$v_0 = 10 \text{ м/с}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$v = 2v_0$$

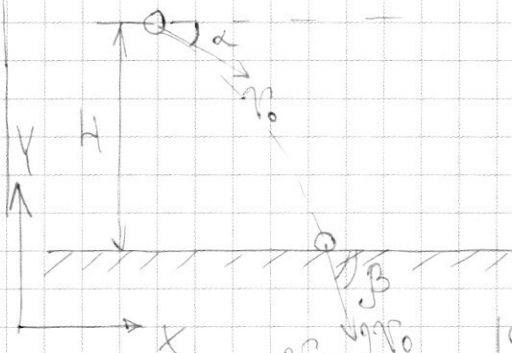
$$v_y = ?$$

$$t_{\text{max}} = ?$$

$$H = ?$$

Решение:

т.к. сайка все время приближалась к земле, то скорость направлена ниже уровня горизонта



т.к.  $g_x = 0$ , то

$v_x = \text{const}$ , тогда:

$$v_{0x} = v_x$$

$$v_0 \cdot \cos \alpha = 2v_0 \cdot \cos \beta$$

$$\cos \beta = \frac{1}{2} \cos \alpha$$

$$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1 \Rightarrow \sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \sqrt{1 - \frac{1}{4} \cos^2 \alpha} = \sqrt{\frac{4 - \cos^2 \alpha}{4}} = \frac{\sqrt{4 - \cos^2 \alpha}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{4 - \frac{3}{4}}}{2} = \frac{\sqrt{\frac{16 - 3}{4}}}{2} = \frac{\sqrt{13}}{4} \Rightarrow |v_y| = 2v_0 \cdot \frac{\sqrt{13}}{4} = \frac{v_0 \cdot \sqrt{13}}{2} = 5 \cdot \sqrt{13} \text{ м/с}$$

$$v_y(t) = v_{0y} + g_y t, \text{ где } t = t_{\text{max}}$$

$$v_y = v_{0y} + g_y t_{\text{max}}$$

$$-2v_0 \cdot \sin \beta = -v_0 \cdot \sin \alpha - g t_{\text{max}}$$

$$g t_{\text{max}} = v_0 \cdot \sin \alpha - 2v_0 \cdot \sin \beta$$

$$t_{\text{max}} = \frac{v_0 (\sin \alpha - 2 \sin \beta)}{g}$$

$$g t_{\text{max}} = 2v_0 \cdot \sin \beta - v_0 \cdot \sin \alpha$$

$$t_{\text{max}} = \frac{v_0 (2 \sin \beta - \sin \alpha)}{g} = \frac{10 \left( 2 \cdot \frac{\sqrt{13}}{4} - \frac{1}{2} \right)}{10} \text{ с} = \left( \frac{\sqrt{13}}{2} - \frac{1}{2} \right) \text{ с} = \frac{\sqrt{13} - 1}{2} \text{ с}$$

$$H = |S_y| = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t_{\text{max}} + \frac{g t_{\text{max}}^2}{2}$$

N1 (продолжение):

$$\begin{aligned}
 H &= V_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{V_0(2\sin \beta - \sin \alpha)}{g} + \frac{g}{2} \cdot \frac{V_0^2(2\sin \beta - \sin \alpha)^2}{g^2} = \\
 &= \frac{V_0^2 \cdot \sin \alpha (2\sin \beta - \sin \alpha)}{g} + \frac{V_0^2(2\sin \beta - \sin \alpha)^2}{2g} = \frac{2V_0^2(2\sin \alpha \sin \beta - \sin^2 \alpha)}{2g} + \\
 &+ \frac{V_0^2(4\sin^2 \beta - 4\sin \beta \sin \alpha + \sin^2 \alpha)}{2g} = \frac{4V_0^2 \sin \alpha \sin \beta - 2V_0^2 \sin^2 \alpha + 4V_0^2 \sin^2 \beta - 4V_0^2 \sin \alpha \sin \beta +}{2g} + \\
 &+ \frac{V_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{4V_0^2 \sin^2 \beta - V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{4V_0^2(1 - \cos^2 \beta) - V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \\
 &= \frac{4V_0^2(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{4}) - V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{4V_0^2 - V_0^2 \cos^2 \alpha - V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \\
 &= \frac{V_0^2(4 - (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha))}{2g} = \frac{3V_0^2}{2g} = \frac{3 \cdot 100}{20} \text{ м} = 15 \text{ м}
 \end{aligned}$$

Ответ:  $V_y = 2V_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{4}} = 5\sqrt{13} \text{ м/с}$   
 $\tau_{\text{чел}} = \frac{V_0(2\sqrt{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{4}} - \sin \alpha)}{g} = \frac{\sqrt{13} - 1}{2} \text{ с}$   
 $H = \frac{3V_0^2}{2g} = 15 \text{ м}$

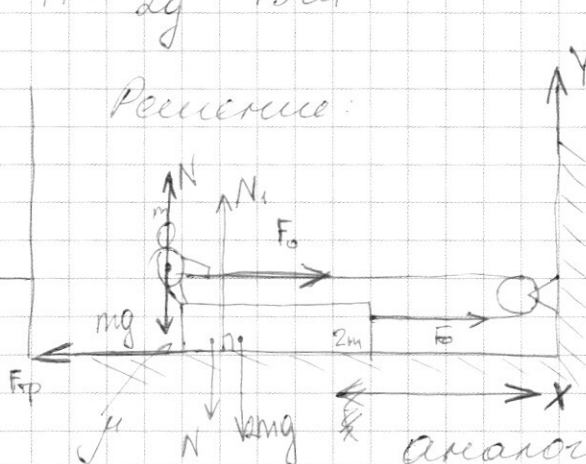
N2  
Дано:

$S$   
 $m, M = dm$

$\mu$   
 $F$

$P_1 = ?$   
 $F_0 = ?$   
 $\tau = ?$

Решение:



1) 23.4.  
 для человека на ОУ:  
 $N - mg = 0$   
 $N = mg$

по III з-ку Ньютона:  
 человек давит на мушку  
 с такой же силой  $N$ ,  
 аналогично  $P_1 = N_1$ . Тогда

по II з-ку Ньютона для мушки на ОУ:

$$\begin{aligned}
 N_1 - N - 2mg &= 0 \\
 N_1 &= N + 2mg
 \end{aligned}$$

$$[P_1 = N_1 = mg + 2mg = 3mg.]$$

2) Пусть человек тянет за канат с силой  $F_0$ , тогда



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$N_2$  (продолж.)

со стороны каната <sup>по человеку</sup> действует такая же сила  $F_0$  вправо. На ящик также действует  $F_0$  вправо, т.к. блок неподвижный.

по 23 н. для системы «человек - ящик» на ОХ:

$$F_0 + F_0 - F_{тр} = 0, \quad a = 0, \quad \text{т.к. } F_0 - \text{минимальная необходимая сила.}$$

$$F_{тр} = \mu N_1 \Rightarrow 2F_0 - \mu N_1 = 0$$

$$2F_0 = \mu N_1$$

$$F_0 = \frac{\mu N_1}{2}, \quad N_1 = 3mg \Rightarrow \boxed{F_0 = \frac{3\mu mg}{2}}$$

3) Если прикладывать постоянную силу  $F > F_0$ , то система будет двигаться с некоторым ускорением  $a$ , в таком случае по 23 н. для системы «человек - ящик»:

$$2F - \mu N_1 = 3ma$$

$$2F - 3\mu mg = 3ma \Rightarrow a = \frac{2F}{3m} - \mu g = \frac{2F - 3\mu mg}{3m}$$

$$\text{т.к. } v_0 = 0 \text{ м/с, то } S = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$$

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{2S}{\frac{2F}{3m} - \mu g}} = \sqrt{\frac{2S}{\frac{2F - 3\mu mg}{3m}}} = \sqrt{\frac{6mS}{2F - 3\mu mg}}}$$

Ответ:

$$P_1 = 3mg$$

$$F_0 = \frac{3\mu mg}{2}$$

$$t = \sqrt{\frac{6mS}{2F - 3\mu mg}}$$

N5.

Дано:

цилиндр. сосуд  
с. н. п.

$$T_0 = 400 \text{ K}$$

$$p = 3,55 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

$$T = \text{const}, V \downarrow$$

пар конденсируется

$$\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$$\mu = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$\gamma = 5,6 = \frac{V_0}{V_1}$$

Решение:

- 1) Т.к.  $T = \text{const}$  и пар уже насыщен, то во время всего процесса давление пара  $p = \text{const}$ , также плотность пара  $\rho_{\text{н.п.}} = \text{const}$ .

уравнение Менделеева - Клапейрона:  
(для начального состояния)

$$p V_0 = \nu_0 R T_0$$

$m_0$  - начальная масса пара

$$V_0 = \frac{m_0}{\mu} R T_0$$

$V_0$  - начальный объем.

$$p V_0 = \frac{m_0 R T_0}{\mu}$$

$$p = \left( \frac{m_0}{V_0} \right) \cdot \frac{R T_0}{\mu}$$

$$= \rho_{\text{н.п.}} \cdot \frac{R T_0}{\mu}$$

$$p = \rho_{\text{н.п.}} \cdot \frac{R T_0}{\mu} \Rightarrow \rho_{\text{н.п.}} = \frac{\mu p}{R T_0}$$

$$\frac{\rho_{\text{н.п.}}}{p} = \frac{\mu p}{R T_0 \cdot p} = \frac{18 \cdot 10^{-3} \cdot 3,55 \cdot 10^3}{8,3 \cdot 400 \cdot 10^3} =$$

$$= \frac{63,9}{3320} \cdot 10^{-3} \approx 9,02 \cdot 10^{-3}$$

- 2) запишем уравнение Менделеева - Клапейрона для начального и конечного состояний в системе:

$$\begin{cases} p V_0 = \frac{m_0 R T_0}{\mu} \\ p V_1 = \frac{m_1 R T_0}{\mu} \end{cases} \quad \%$$

$$\frac{V_0}{V_1} = \frac{m_0}{m_1} = \gamma \quad m_0 = \gamma m_1$$

Заметим, что  $m_0$  (масса сконденс. воды)  $m_0 = m_0 \cdot m_1$ ,  
тогда т.к.  $\rho = \frac{m}{V}$   $V_0 = \frac{m_0}{\rho} = \frac{m_0 \cdot m_1}{\rho} = \frac{\gamma m_1 \cdot m_1}{\rho} = \frac{m_1^2 (\gamma - 1)}{\rho}$

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_{\text{н.п.}}} = \frac{m_1 \cdot R T_0}{\mu p}, \text{ тогда:}$$

$$\frac{V_1}{V_0} = \frac{m_1 R T_0}{\mu p} \cdot \frac{\rho}{m_1 (\gamma - 1)} = \frac{R T_0 \cdot \rho}{\mu p (\gamma - 1)} = \frac{8,3 \cdot 400 \cdot 10^3}{18 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3 \cdot 3,55 \cdot (5,6 - 1)} =$$

$$= \frac{3320 \cdot 10^3}{63,9 \cdot 4,6} = \frac{3320}{293,94} \cdot 10^3 \approx 11 \cdot 10^3$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 (продолж.)

Ответ:  $\frac{\rho_{\text{н.п.}}}{\rho} = \frac{\mu p}{\rho T_0 \cdot p} \approx 0,02 \cdot 10^{-3}$

$\frac{V_1}{V_6} = \frac{\rho K T_0}{\mu p (2-1)} \approx 11 \cdot 10^3$

№3.

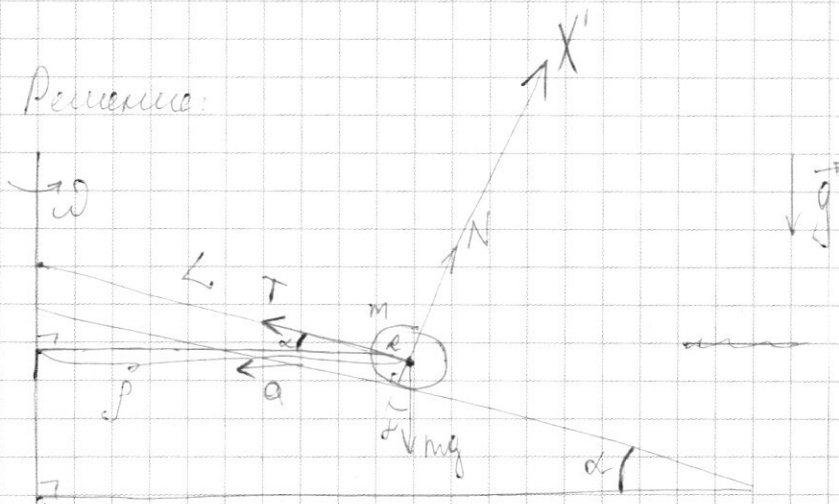
Дано:

$\alpha, L, R, \omega$

$N=?$

$N_{\omega}=?$

Решение:



1) система покоится

23.н. для шара на  $OX'$  ( $OX' \perp \vec{T}$ ):

$$N - mg \cdot \cos \alpha = 0$$

$$[N = mg \cdot \cos \alpha] \quad (\text{исп. 3.н. } N = P)$$

2) система вращается с угл. скоростью  $\omega$

т.к. вращение равномерно ( $\omega = \text{const}$ ), то

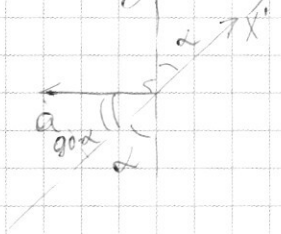
$a = a_{\text{ц.с.}} = \frac{v^2}{r}$ , где  $r$  - радиус криволинейной траектории. Из рисунка заметим, что

$$r = (L + R) \cdot \cos \alpha$$

$$v = \omega r \Rightarrow a = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r$$

тогда 23.н. для шара на  $OX'$ :

N3 (продолж.)



$$N_{\omega} - mg \cos \alpha = -ma \cos(90 - \alpha), \text{ где}$$

$N_{\omega}$  - искомая сила давления шара  
(по III з.Н.  $N_{\omega} = P_{\omega}$ )

$$N_{\omega} - mg \cos \alpha = -ma \sin \alpha$$

$$N_{\omega} = mg \cos \alpha - ma \sin \alpha$$

$$N_{\omega} = m(g \cos \alpha - a \sin \alpha), \text{ подставим } a = \omega^2 r:$$

$$N_{\omega} = m(g \cos \alpha - \omega^2 r \sin \alpha), \text{ где } r = (L + R) \cdot \cos \alpha$$

$$N_{\omega} = m(g \cos \alpha - \omega^2 \sin \alpha (L + R) \cdot \cos \alpha) = m \cos \alpha (g - \omega^2 (L + R) \sin \alpha)$$

Ответ:  $N = mg \cos \alpha$

$$N_{\omega} = m \cos \alpha (g - \omega^2 (L + R) \sin \alpha)$$

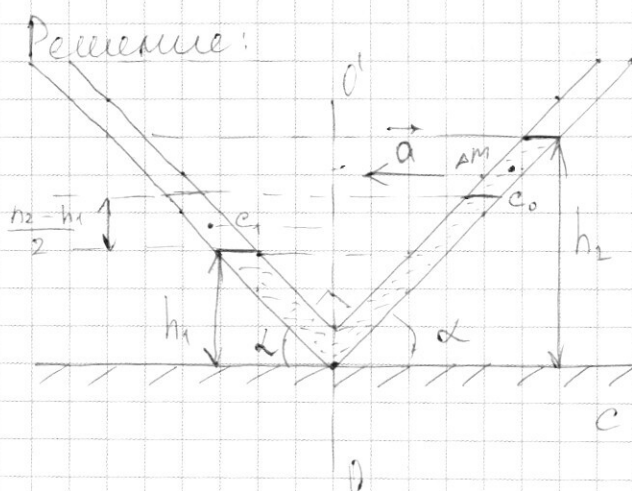
N4.

Дано:  
 $\alpha = 45^\circ$   
 $a = 4 \text{ м/с}^2$   
 $h_1 = 0,1 \text{ м}$

$$h_2 = ?$$

$$v = ?$$

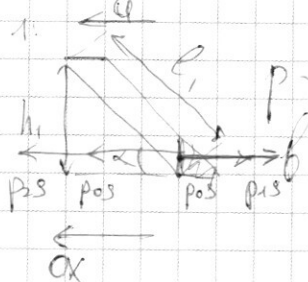
Решение:



Пусть атмосферное  
давление -  $p_0$ ,  
плотность масла -  $\rho$ ,  
площадь сечения  
трубки -  $S$ .

$C$  - центр масс кусочка  
ома

1) Разрежем трубку по оси  $OO'$  и рассмотрим каждое  
колесо в отдельности:



$\rho$ -м калле сила действуюа на 1 колесо (левое)  
сечении:

$$p_2 S + p_0 S - p_0 S - p_1 S = m_1 a$$

$$p_2 S - p_1 S = m_1 a, \text{ где } m_1 - \text{масса}$$

масла в этом  
колесе.

$$m_1 = \rho \cdot S \cdot l_1, \text{ где } l_1 = \frac{h_1}{\sin \alpha} \Rightarrow m_1 = \frac{\rho h_1 S}{\sin \alpha}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N4 (продолжение)

$$p_2 S - p_1 S = \frac{\rho h_1 S}{\sin \alpha} \cdot a$$

$p_2$  — усредненная давление воды в правом колесе

$$p_2 = \rho g h_2, \text{ аналогично } p_1 = \rho g h_1$$

$$\rho g h_2 S - \rho g h_1 S = \frac{\rho h_1 S}{\sin \alpha} \cdot a \quad /: \rho S$$

$$g h_2 - g h_1 = \frac{h_1 \cdot a}{\sin \alpha} \quad /: \sin \alpha$$

$$g \sin \alpha h_2 - g \sin \alpha h_1 = h_1 a$$

$$g \sin \alpha h_2 = h_1 (a + g \sin \alpha)$$

$$h_2 = \frac{h_1 (a + g \sin \alpha)}{g \sin \alpha} = \frac{10 \cdot (4 + 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2})}{10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{10 \cdot (4 + 5\sqrt{2})}{5\sqrt{2}} = \frac{10(4 + 7)}{7} =$$

$$= \frac{110}{7} \text{ см} \approx 15,7 \text{ см} \approx 16 \text{ см}$$

2) После того как ускорение исчезнет масло установится на уровне  $\frac{h_2 - h_1}{2}$  в обоих колесах. Пусть это произойдет за время  $\tilde{t}$ , тогда по горизонтали масло пройдет в это время  $\tilde{t}$  ускорение будет падать от  $a$  до 0. Тогда, получается, что небольшой участок массой  $\Delta m$  «передет» из правого колеса — в левое, тогда по 3-му закону сохранения энергии:

$$P_0 - P_1 = \Delta E_k$$

$$P_0 - P_1 = E_k - E_0, \text{ где } P_0, P_1 - \text{начальная и конечная потенц. энергия}$$

N4/продолж.

$$\Pi_0 = \Delta m g \left( \frac{h_2 - h_1}{4} \right) \left( h_2 - \frac{h_2 - h_1}{4} \right) = \Delta m g \left( \frac{3h_2 + h_1}{4} \right)$$

$$\Pi_1 = \Delta m g \left( h_1 + \frac{h_2 - h_1}{4} \right) = \Delta m g \left( \frac{3h_1 + h_2}{4} \right)$$

$$F_{\text{ко}} = 0$$

$$F_{\text{ки}} = \frac{\Delta m v^2}{2}$$

$$\Delta m g \left( \frac{3h_1 + h_2}{4} \right) - \Delta m g \left( \frac{3h_2 + h_1}{4} \right) = \frac{\Delta m v^2}{2}$$

$$\frac{(3h_1 + h_2)g}{4} - \frac{(3h_2 + h_1)g}{4} = \frac{v^2}{2} \quad | \cdot 2$$

$$v^2 = \frac{(3h_1 + h_2)g}{2} - \frac{(3h_2 + h_1)g}{2}$$

$$v^2 = \frac{g}{2} (3h_1 + h_2 - 3h_2 + h_1) = \frac{g}{2} (4h_1 - 2h_2) = g(2h_1 - h_2)$$

$$v = \sqrt{g(2h_1 - h_2)} \approx \sqrt{10(2 \cdot 10 - 16)} \text{ м/с} = \sqrt{40} \text{ м/с} \approx 2\sqrt{10} \text{ м/с}$$

Order:  $h_2 = \frac{h_1(a + g \cdot \sin \alpha)}{g \cdot \sin \alpha} \approx 16 \text{ см} \approx 15,7 \text{ см}$

$$v = \sqrt{g(2h_1 - h_2)} = \sqrt{gh_1 \left( 2 - \frac{a + g \cdot \sin \alpha}{g \cdot \sin \alpha} \right)} \approx 2\sqrt{10} \text{ м/с}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

однородный шар

1)  $N - mg \cdot \cos \alpha = 0$   
 $N = mg \cdot \cos \alpha$

2) Система шаров в состоянии вращения; шар не отрывается

ОХ:  $N \sin \alpha$

$N\omega = m(a \cdot \sin \alpha + g \cdot \cos \alpha)$

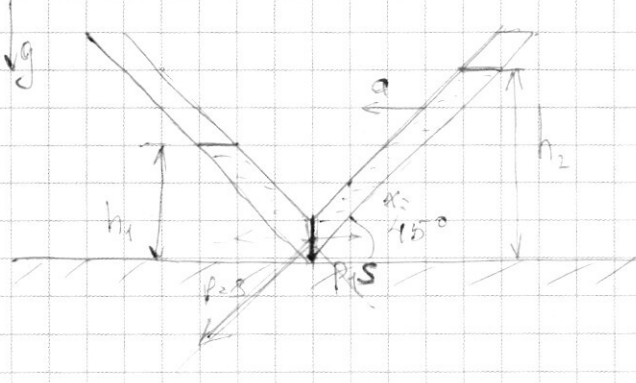
$a = a_{ц.с.} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \rho = \omega^2 (L + R)$   $\rho$  - радиус кривизны траектории

$N\omega = m(\omega^2 (L + R) \cdot \sin \alpha + g \cdot \cos \alpha)$  ?

$\omega = \text{const}$  - движ. по сф. равносмерн.  $\Rightarrow$   
 $a = a_{ц.с.}$

N4.

$$4 - \frac{3}{4} = 3\frac{1}{4} = \frac{13}{4} \quad \frac{13}{16}$$



$$p_2 S - p_1 S = m a$$

$$p_2 S - p_1 S = \rho a S a$$

$$p_2 - p_1 = \rho a$$

$$\rho g h_2 - \rho g h_1 = \rho a$$

$$g h_2 - g h_1 = a$$

$$\cos \alpha = 2 \cdot \cos \beta$$

$$\cos \beta = \frac{\cos \alpha}{2}$$

N5.

мед. трубка

$$\bar{V} = \frac{m}{\mu}$$

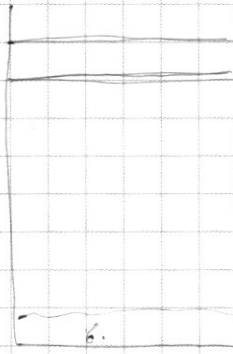
Дано: н.п.  $\mu = 18^2 / \text{г/моль}$

$$T_0 = 400 \text{ K} \quad \rho = 1^2 / \text{г/см}^3$$

$$p = 3,55 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

$$T = \text{const}; V \ll$$

пар конденс → в ваку



$$T_0 = \text{const}$$

$$p = p_{\text{н.п.}} = \text{const}$$

$$p V = \bar{V} R T_0$$

$$p \bar{V} = \frac{m}{\mu} R T_0$$

$$p = \frac{m}{\bar{V}} \frac{R T_0}{\mu}$$

$$p = p \frac{m}{\mu}$$

$$\boxed{p = \frac{\mu p}{R T_0}}$$

$$\frac{p_0}{p} = ?$$

$$p \bar{V}_0 = \frac{m R T_0}{\mu}$$

$$p = \frac{m}{\bar{V}} = \frac{m}{\bar{V}_0} \frac{\bar{V}_0}{\bar{V}} = p \cdot \gamma$$

$$\frac{\bar{V}_0}{\bar{V}_1} = \gamma$$

$$\bar{V}_0 = \gamma \bar{V}_1$$

$$p p \bar{V}_0 = \frac{m_0 R T_0}{\mu}$$

$$p \bar{V}_1 = \frac{m_1 R T_0}{\mu}$$

$$\frac{\bar{V}_0}{\bar{V}_1} = \frac{m_0}{m_1}$$

$$\gamma = \frac{m_0}{m_1} \Rightarrow m_1 = \frac{m_0}{\gamma}$$

$$m_0 = m_0 - m_1 = m_0 - \frac{m_0}{\gamma} = m_0 \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)$$

$$\frac{m_1}{m_0} = \frac{m_0}{\gamma} \frac{1}{m_0 \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)} = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{\gamma}} = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\gamma}{\gamma - 1} = \frac{1}{\gamma - 1}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} p_0 s - p_1 s = m_2 a \\ p_2 s - p_0 s = m_1 a \end{cases} \quad \begin{cases} p_0 s = m_2 a + p_1 s \\ p_0 s = p_2 s - m_1 a \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 110 \overline{) 3} \\ - 9 \phantom{0} \overline{) 38} \\ \hline 20 \end{array}$$

$$m_2 a + p_1 s = p_2 s - m_1 a$$

$$m_2 a + m_1 a = p_2 s - p_1 s$$

$$a(m_2 + m_1) = s(p_2 - p_1)$$

$$a \left( \frac{\rho h_2 s}{\sin \alpha} + \frac{\rho h_1 s}{\sin \alpha} \right) = s(\rho g h_2 - \rho g h_1)$$

$$5,4 = 7$$

$$\frac{\rho a s}{\sin \alpha} (h_2 + h_1) = \rho g s (h_2 - h_1)$$

$$a(h_2 + h_1) = g \cdot \sin \alpha (h_2 - h_1)$$

$$a h_2 + a h_1 = g \cdot \sin \alpha h_2 - g \cdot \sin \alpha h_1$$

$$h_1(a + g \cdot \sin \alpha) = h_2(g \cdot \sin \alpha - a)$$

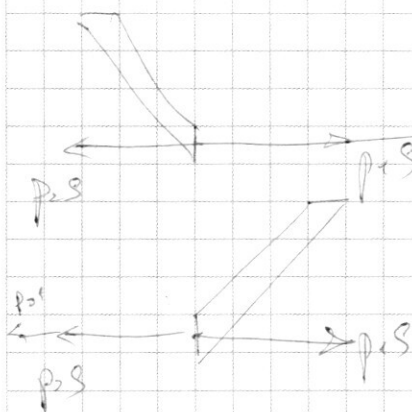
$$h_2 = \frac{h_1(a + g \cdot \sin \alpha)}{(g \cdot \sin \alpha - a)} = \frac{10(4 + 5\sqrt{5})}{(5\sqrt{5} - 4)} = \frac{110}{3}$$

Уск. уровень -  $\frac{h_2 - h_1}{2 \sin \alpha} \cdot \sin \alpha$

$$\frac{h_2 - h_1}{2 \sin \alpha} = \frac{a t^2}{2}$$

$$\frac{h_2 - h_1}{\sin \alpha} = a t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{h_2 - h_1}{a \sin \alpha}}$$

$$v = at = a \sqrt{\frac{h_2 - h_1}{a \sin \alpha}}$$



$$p_2 s - p_1 s - p_0 s = m_1 a$$

$$2 p_2 s + p_0 s - p_1 s = m_2 a$$

$$p_0 s = p_2 s - p_1 s + m_1 a$$

$$2 p_0 s = m_2 a + p_1 s - p_2 s$$

$$p_2 s - p_1 s + m_1 a = m_2 a + p_1 s - p_2 s$$

$$2 p_2 s = 2 p_1 s + m_2 a - m_1 a$$

$$2 p_2 s = 2 p_1 s + m_2 a - m_1 a$$

$$2 p g h_2 s = 2 p g h_1 s + \frac{p h_2 s}{\sin \alpha} a - \frac{p h_1 s}{\sin \alpha} a \quad | : p s$$

$$2 g h_2 = 2 g h_1 + \frac{h_2 a}{\sin \alpha} - \frac{h_1 a}{\sin \alpha} \quad | \cdot \sin \alpha$$

$$2 g h_2 \sin \alpha = 2 g h_1 \sin \alpha + h_2 a - h_1 a$$

$$h_2 (2 g \sin \alpha - a) = h_1 (2 g \sin \alpha - a)$$

$$p_2 s - p_1 s = m a$$

$$p g h_2 s - p g h_1 s = \frac{p h_1 s}{\sin \alpha} a$$

$$g h_2 = \frac{a h_1}{\sin \alpha} + g h_1$$

$$h_2 = h_1 \left( \frac{a}{g \sin \alpha} + 1 \right)$$

$$h_2 = h_1 \left( \frac{a}{g \sin \alpha} + 1 \right) =$$

$$= 10 \cdot \left( \frac{4}{10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} + 1 \right) = 10 \left( \frac{4}{5\sqrt{2}} + 1 \right) =$$

$$= 10 \cdot \left( \frac{4}{7} + \frac{7}{7} \right) = \frac{10 \cdot 11}{7} = \frac{110}{7}$$

$$\begin{array}{r} 110/7 \\ 7 \overline{) 110} \\ \underline{70} \phantom{0} \\ 40 \\ \underline{35} \\ 50 \\ \underline{49} \\ 1 \end{array}$$

$$\frac{48-10}{4} = \frac{38}{4}$$

$$\frac{30+16}{4} = \frac{46}{4}$$

$$h_1 + \frac{3(h_2 - h_1)}{4} =$$

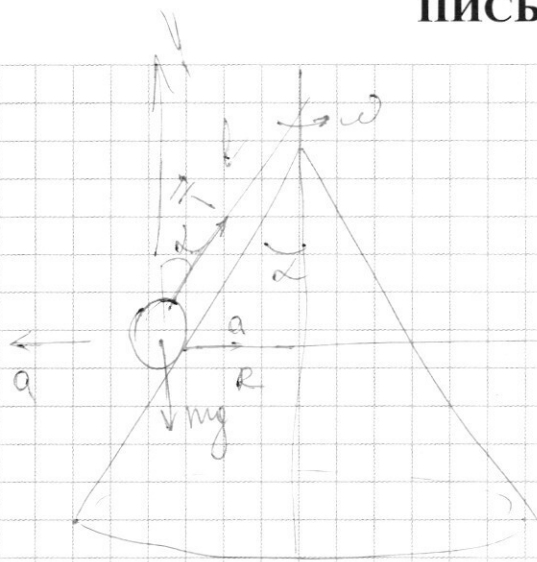
$$h_1 + \frac{3h_2 - 3h_1}{4} =$$

$$\frac{4h_1 + 3h_2 - 3h_1}{4} =$$

$$\frac{h_1 + 3h_2}{4}$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$N=0$$

$$Ox: T \cdot \sin \alpha = m a$$

$$T \cdot \cos \alpha = m g$$

$$T = \frac{m g}{\cos \alpha}$$

$$m g \cdot \tan \alpha = m a$$

$$a = g \cdot \tan \alpha$$

$$a = \omega^2 R = \omega^2 l \cdot \sin \alpha$$

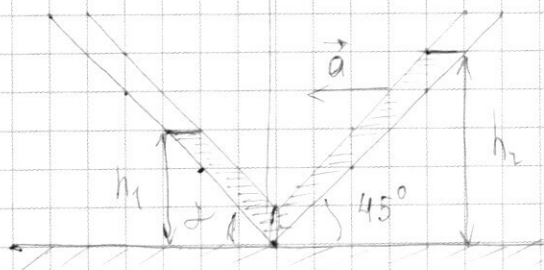
$$\omega^2 l \cdot \sin \alpha = g \cdot \tan \alpha$$

$$\omega^2 = \frac{g \cdot \tan \alpha}{l \cdot \sin \alpha} = \frac{g}{l \cdot \cos \alpha}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l \cdot \cos \alpha}}$$

п/4.

$\rho_0$



$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



будем считать треугольник S  
плоским телом

$$m = \frac{\rho_0 h_1}{\sin \alpha} \cdot S \cdot \rho = \frac{\rho_0 h_1 S}{\sin \alpha}$$

$$p_2 = \rho g h_2$$

$$S \cdot \rho g h_2 \cdot \cos \alpha = \frac{\rho_0 h_1 S}{\sin \alpha} \cdot a$$

$$v = ?$$

$$\rho g h_2 \cdot \cos \alpha = \frac{\rho_0 h_1 S}{\sin \alpha} \cdot a$$

$$h_2 = \frac{\rho_0 h_1 S a}{\rho g \cdot \cos \alpha \cdot S \cdot \sin \alpha} = \frac{h_1 \cdot a}{g \cdot \cos \alpha} = \frac{10 \cdot 4}{10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8}{1,4} \approx 5,7$$

$$h_1 = \frac{\rho h_1 S a}{\rho \sin \alpha \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot S} = \frac{h_1 a}{g \sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{10 \cdot 4}{10 \cdot \frac{2}{4}} = 8$$

$$h_2 = \frac{h_1 a}{g \cdot \sin \alpha} = \frac{10 \cdot 4}{10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}}$$

$$M_1 = \frac{h}{\sin \alpha} \cdot \rho \cdot S = \frac{\rho h S}{\sin \alpha}$$

$$M_2 = \frac{\rho h_2 S}{\sin \alpha}$$



$$\rho_1 S + p_0 S = m_1 a$$

$$\rho_2 S + p_0 S = -m_2 a$$

$$\rho_1 S - \rho_2 S = m a (m_1 + m_2)$$

$$\rho_1 = \rho_2$$

$$S(\rho_1 - \rho_2) = a(m_1 + m_2)$$

$$S(\rho_1 - \rho_2) = a \left( \frac{\rho h_1 S}{\sin \alpha} + \frac{\rho h_2 S}{\sin \alpha} \right)$$

$$S(\rho_1 - \rho_2) = \frac{\rho a S}{\sin \alpha} (h_1 + h_2)$$

$$S(\rho g h_1 - \rho g h_2) =$$

$$\rho_1 S + p_0 S = m_1 a$$

$$-(\rho_2 S + p_0 S) = -m_2 a$$

$$\rho_1 S + p_0 S = m_1 a$$

$$-\rho_2 S - p_0 S = -m_2 a$$

$$\rho_1 S - \rho_2 S = m_1 a - m_2 a$$

$$S(\rho_1 - \rho_2) = a(m_1 - m_2)$$

$$S(\rho g h_1 - \rho g h_2) = a \left( \frac{\rho h_1 S}{\sin \alpha} - \frac{\rho h_2 S}{\sin \alpha} \right)$$

$$\rho g S (h_1 - h_2) = \frac{\rho a S}{\sin \alpha} (h_1 - h_2)$$

$$\begin{cases} \rho_1 S = m_1 a \\ \rho_2 S = m_2 a \end{cases}$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{m_1}{m_2}$$

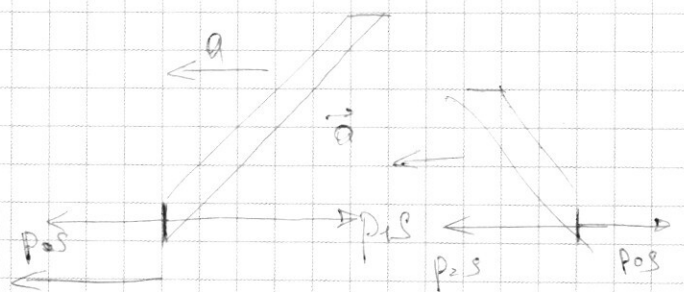
$$\rho g h_1$$

$$\rho_1 S = m_1 a$$

$$\rho g h_2 S = \frac{\rho h_2 S}{\sin \alpha} a$$

$$g h_2 = \frac{h_2}{\sin \alpha} a$$

$$h_2 = \frac{g h_1}{g \sin \alpha} = \frac{4 \cdot 10}{10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}$$



$$p_0 S - p_1 S = m_2 a$$

$$p_2 S - p_0 S = m_1 a$$

$$S(p_2 - p_1) =$$

$$p_2 S - p_1 S = m_1 a - m_2 a$$

$$S(p_2 - p_1) = a(m_1 - m_2)$$

$$S(\rho g h_2 - \rho g h_1) = a$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Diagram showing a projectile launched from height  $H$  with initial velocity  $v_0$  at an angle  $\alpha$ . The projectile follows a parabolic path, landing at a distance  $R$  from the launch point. The angle of impact is  $\beta$ . Gravity  $g$  acts downwards.

Handwritten calculations:

Vertical displacement equation:

$$H - v_0 \sin \alpha \cdot t + \frac{g t^2}{2} = 0$$

Horizontal displacement equation:

$$R = v_0 \cos \alpha \cdot t$$

Eliminating  $t$  from the vertical equation:

$$H - R \tan \alpha + \frac{g R^2}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} = 0$$

Using the identity  $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$ :

$$H - R \tan \alpha + \frac{g R^2}{2 v_0^2} (1 + \tan^2 \alpha) = 0$$

Let  $\tan \alpha = x$ :

$$\frac{g R^2}{2 v_0^2} x^2 - R x + \frac{g R^2}{2 v_0^2} + H = 0$$

Dividing by  $\frac{g R^2}{2 v_0^2}$ :

$$x^2 - \frac{2 v_0^2}{g R} x + 1 + \frac{2 H v_0^2}{g R^2} = 0$$

Using the quadratic formula:

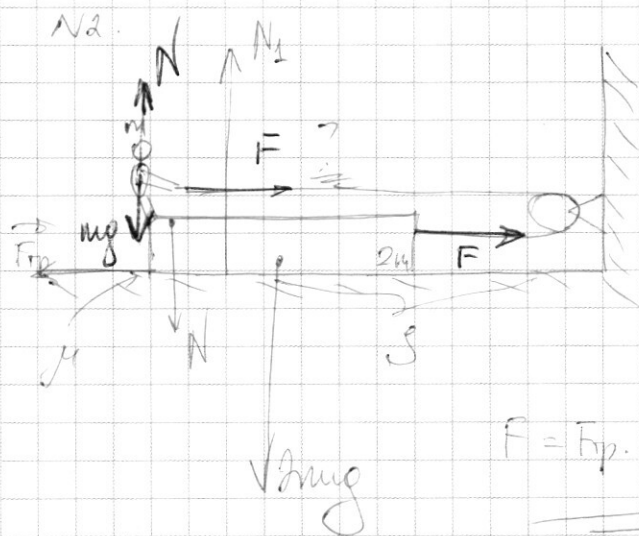
$$x = \frac{\frac{2 v_0^2}{g R} \pm \sqrt{\left(\frac{2 v_0^2}{g R}\right)^2 - 4 \left(1 + \frac{2 H v_0^2}{g R^2}\right)}}{2}$$

For  $H = 332000$ ,  $v_0 = 29394$ ,  $g = 9.8$ :

Calculated values:

- $\sin \beta = \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \alpha}{4}} = \sqrt{\frac{4 - \cos^2 \alpha}{4}} = \frac{\sqrt{4 - \cos^2 \alpha}}{2}$
- $v_y = 2 v_0 \cdot \frac{\sqrt{4 - \cos^2 \alpha}}{2} = v_0 \cdot \sqrt{4 - \cos^2 \alpha} = 10 \cdot \sqrt{4 - \frac{3}{4}} = 10 \cdot \sqrt{\frac{16 - 3}{4}} = 10 \cdot \frac{\sqrt{13}}{2} = 5\sqrt{13}$
- $v_y = v_{0y} - g t$
- $H = v_{0y} t - \frac{g t^2}{2} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} - \frac{g t^2}{2}$
- $t = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} - \frac{g t^2}{2}$
- $t = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g}$

Final calculations for  $R$  and  $t$  using numerical methods (Newton-Raphson or similar) are shown, resulting in  $R \approx 33200$  and  $t \approx 0.0210$ .



$$2mg + N - N_1 = 0$$

$$N_1 = 2mg + N$$

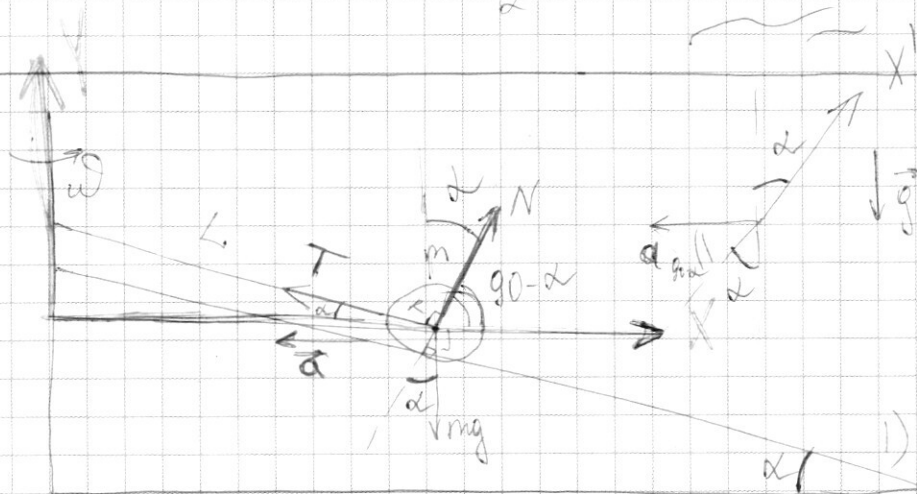
$$N = 1.0g$$

$$N_1 = 3mg$$

$$F = F_{fr} = \mu N_1 = 3\mu mg$$

3) кон. ускор.  $a$

$$s = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$$



Дано:  $m, k, h, a, \omega$

$N=?$

$N_\omega=?$

Решение:

1) 23.1. на  $OX'$ :

$$N \cdot \cos(90^\circ - \alpha) - T \cdot \cos \alpha = 0 \quad N - mg \cdot \cos \alpha = 0$$

$$N = mg \cdot \cos \alpha$$

2) при вращении:

на  $OX$ :

$$T \cdot \cos \alpha - N_\omega \cdot \cos(90^\circ - \alpha) = -ma$$

$$ma = N_\omega \cdot \cos(90^\circ - \alpha) - T \cdot \cos \alpha$$

$$ma = N_\omega \cdot \sin \alpha - T \cdot \cos \alpha$$

$X'$ :

$$N_\omega \cdot mg \cdot \cos \alpha = -ma \cdot \cos(90^\circ - \alpha)$$

$$N_\omega \cdot mg \cdot \cos \alpha = -ma \cdot \sin \alpha$$

$$OY: N_\omega \cos \alpha - mg + T \sin \alpha = 0$$

$$N_\omega \cos \alpha + T \sin \alpha = mg$$

$$ma \sin \alpha = mg \cdot \cos \alpha - N_\omega$$

$$N_\omega = m(a \sin \alpha + g \cdot \cos \alpha)$$