

Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Класс 10

Вариант 10-02

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вло

1. Гайку бросают с вышки со скоростью $V_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. В полете гайка все время приближалась к горизонтальной поверхности Земли и упала на нее со скоростью $2V_0$.

- 1) Найти вертикальную компоненту скорости гайки при падении на Землю.
- 2) Найти время полета гайки.
- 3) С какой высоты была брошена гайка?

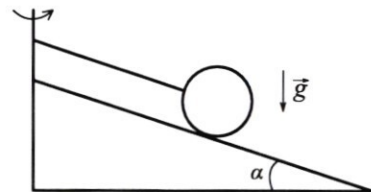
Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 2m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ .



- 1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?
- 2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?
- 3) За какое время человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F ($F > F_0$) к канату?

3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

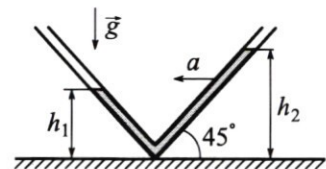


- 1) Найти силу давления шара на клин, если система покоится.
- 2) Найти силу давления шара на клин, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.

4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^\circ$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении с ускорением $a = 4$ м/с² уровень масла в одном из колен трубки устанавливается на высоте $h_1 = 10$ см.

- 1) На какой высоте h_2 установится уровень масла в другом колене?
- 2) С какой скоростью V будет двигаться жидкость в трубке относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет») и когда уровни масла будут находиться на одинаковой высоте?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Действие сил трения пренебрежимо мало.



5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 27°C и давлении $P = 3,55 \cdot 10^3$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

- 1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.
- 2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 5,6$ раза.

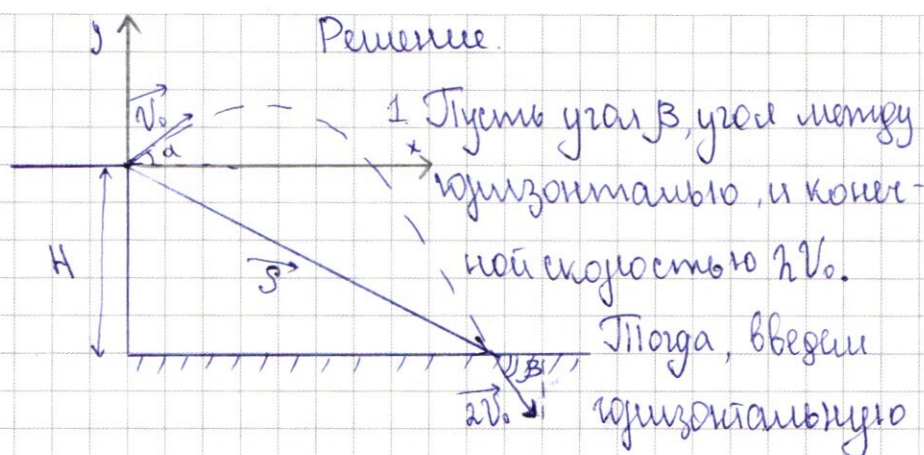
Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см³, $\mu = 18$ г/моль.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

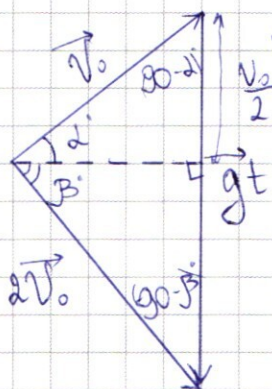
№1 Дано:
 $V_0 = 10 \text{ м/с}$
 $\alpha = 30^\circ$
 $V_k = 2V_0$

Найти:

- 1) V_y - ? (вертикальная компонента)
- 2) t - ? (время полета)
- 3) H - ? (высота)



ось x , и вертикальную ось y . Горизонтальной Вертикальной компонентой V_y , конечной скорости $2V_0$, будет ее проекция на ось y ; $V_y = 2V_0 \cdot \sin \beta$. Нарисуем треугольник скоростей:



Затем между синусов:

$$\frac{2V_0}{\sin(90-\beta)} = \frac{V_0}{\sin(90-\alpha)}; \quad \text{П.к. } \alpha = 30^\circ \Rightarrow 90-\alpha = 60^\circ$$

$$\sin(90-\beta) = \frac{\sin 60^\circ \cdot V_0}{2V_0} = \frac{\sin 60^\circ}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\sin(90-\beta) = \cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{4}, \text{ по основному тригонометрическому тождеству: } \sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta}$$

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \frac{3}{16}} = \frac{\sqrt{13}}{4}, \text{ подставим значение синуса в формулу для } V_y; V_y = 2 \cdot V_0 \cdot \frac{\sqrt{13}}{4} = \frac{2 \cdot 10 \cdot \sqrt{13}}{4} = 5\sqrt{13} \text{ м/с.}$$

2. П.к. в треугольнике скоростей $\alpha = 30^\circ$, $\Rightarrow$ противолежащая сторона будет равна половине гипотенузы, $\Rightarrow$

Тогда $\sin \beta$ можно рассчитать как $\sin \beta = \frac{gt - \frac{V_0}{2}}{2V_0}$, но из п.1 $\sin \beta = \frac{\sqrt{13}}{4}$; Решим ур-е относительно t

$$gt - \frac{V_0}{2} = 2 \cdot V_0 \cdot \frac{\sqrt{13}}{4} = V_0 \cdot \frac{\sqrt{13}}{2}; \quad gt = \frac{V_0}{2} (\sqrt{13} + 1)$$

$$t = \frac{V_0}{2 \cdot g} (\sqrt{13} + 1) = \frac{1}{2} (\sqrt{13} + 1) \text{ с.}$$

3. Запишем закон сохранения энергии, учитывая за нулевой уровень горизонтальную поверхность земли (т.е. масса гайки)

$$\frac{m \cdot v_0^2}{2} + mgh = \frac{m \cdot 4v_0^2}{2} / \cdot \frac{2}{m}, m \neq 0$$

$$v_0^2 + 2gh = 4v_0^2; 2gh = 3v_0^2$$

$$h = \frac{3}{2} \frac{v_0^2}{g} = \frac{3 \cdot 100}{2 \cdot 10} = 15 \text{ м.}$$

Ответ: 1) $5\sqrt{13} \text{ м/с}$; 2) $\frac{1}{2}(\sqrt{13}+1) \text{ с}$; 3) 15 м.

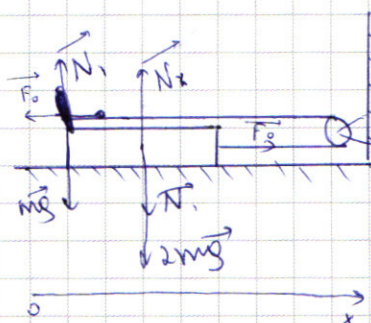
~2. Дано:
 S, m, M, μ

Решение:

а) N ?

2) F_0 ?

3) t ?



1. N -сила, с которой человек тянет за веревку.

$$N = N_1 + 2mg;$$

$$N_1 = mg$$

$$N = 3mg$$

2. F_0 ?: Чтобы осуществить задуманное (т.е. переместить ящик), человеку нужно тянуть с силой, равной силе трения скольжения ящика по полу, т.е. $F_0 = F_{тр.ск} = \mu \cdot N = \mu \cdot 3mg$

$$F_0 = \mu 3mg.$$

3. Запишем второй закон Ньютона для системы "ящик + человек" по x : $3ma = F - \mu \cdot 3mg$;

Решим путь, найдя конечный скорость, учитывая что $v_0 = 0$ (из условия)

$$S = \frac{at^2}{2}; a = \frac{2S}{t^2}, \text{ подставим в II закон Ньютона}$$

$$\frac{3 \cdot m \cdot 2S}{t^2} = F - \mu \cdot 3mg; t^2 = \frac{3m \cdot 2S}{F - \mu 3mg} = \frac{6mS}{F - 3mg\mu}$$

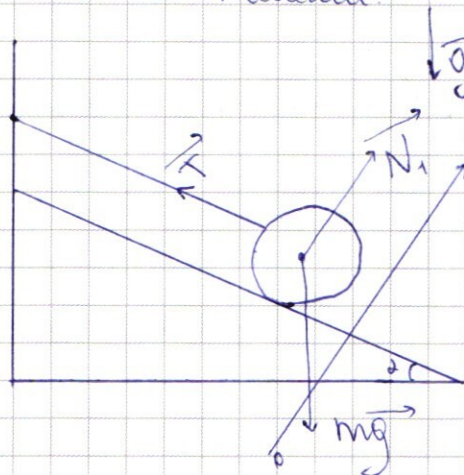
$$t = \sqrt{\frac{6mS}{F - 3mg\mu}}$$

Ответ: 1) $3mg$; 2) $3mg\mu$; 3) $\sqrt{\frac{6mS}{F - 3mg\mu}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 Дано:
 m, R, d, L
Найти:
1) $N_1 - ?$
2) $N_2 - ?(\omega)$

Решение.



1. По 3-му закону Ньютона сила давления шара на клин равна силе реакции опоры, действующей на шар со стороны клина (N_1)

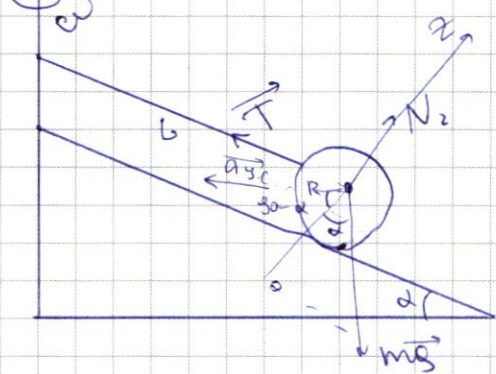
Потому, т.к. $T \perp N$, (N - сила реакции опоры, ($T \parallel$ пов. клина))

Возьмем ось z , $Oz \parallel N_1$.

Запишем II закон Ньютона по Oz :

$$0 = N_1 - mg \cdot \cos \alpha. \quad \underline{N_1 = mg \cos \alpha.}$$

2.

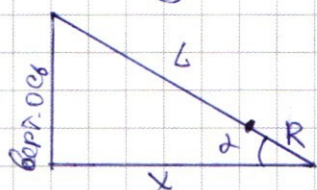


Центростремительное ускорение будет перпендикулярно вертикали, и направлено к вертикальной оси.

Запишем II закон Ньютона по Oz ($Oz \perp T$):

$$ma_y \cdot \cos(90 - \alpha) = mg \cos \alpha - N_1$$

$$N_1 = mg \cos \alpha - ma_y \cos(90 - \alpha) = m(g \cos \alpha - a_y \cos(90 - \alpha))$$



$x = R'$ (радиус, по которому направлено центростремительное ускорение)

$$\cos \alpha = \frac{x}{L + R}; \quad x = \cos \alpha \cdot (L + R) = R'$$

$a_{y.c} = \frac{v^2}{R}$; $v = \omega \cdot R'$; $a_{y.c} = \frac{\omega^2 \cdot R'^2}{R'} = \omega^2 \cdot R' = \omega^2 (L+R) \cos \alpha$ - норма-
 бум 7 мо в направлении $g \cos \alpha$

$$N_1 = mg \cos \alpha - \omega^2 \cos \alpha \cdot (L+R) \cdot \cos(90-\alpha) = \cancel{m} g$$

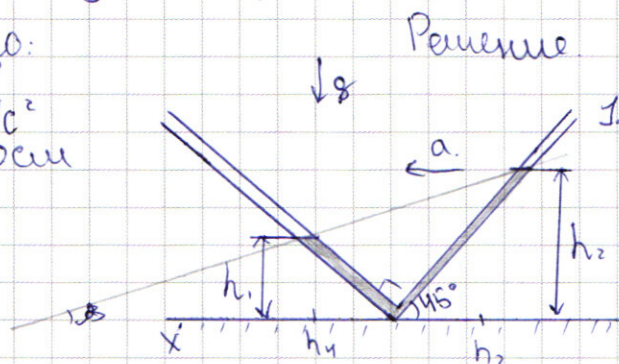
$$N_1 = m \cos \alpha (g - \omega^2 (L+R) \cdot \sin \alpha)$$

Ответ: 1) $mg \cos \alpha$; 2) $m \cos \alpha (g - \omega^2 (L+R) \cdot \sin \alpha)$

~4 Дано:

$\alpha = 45^\circ$
 $a = 11 \text{ м/с}^2$
 $h_1 = 10 \text{ см}$

Найти:
 1) h_2 ?
 2) v ?



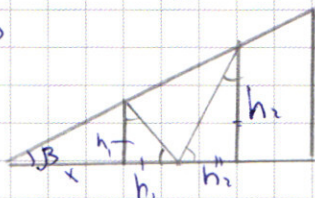
Решение

1. Найти ускорение, учитывая
 в трубах.

$$g' = \sqrt{g^2 + a^2} = \sqrt{116} \text{ м/с}^2$$

Плоскость будет наклонена под тем же углом β ,
 что и ускорение g' :

П.к. $\alpha = 45^\circ \Rightarrow$



$$\tan \beta = \frac{g}{a} = \frac{h_1}{x} = \frac{h_2}{h_1 + h_2 + x}$$

$$x = \frac{a \cdot h_1}{g} = \frac{11 \cdot 10}{10} = 11 \text{ см}$$

$$\frac{10}{11} = \frac{h_2}{h_2 + 11}; \quad 4h_2 = 10h_2 + 110; \quad h_2 < 0 \Rightarrow h_2 = -\frac{110}{6} \approx -18.3 \text{ см}$$

Ответ: 1) $\approx 23 \text{ см}$

~5 Дано:

$T = 300 \text{ К}$
 $P = 3,55 \cdot 10^3 \text{ Па}$
 $T = \text{const}$

Найти:

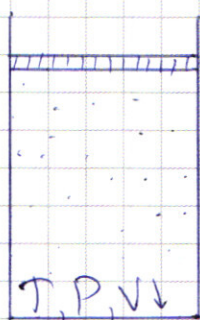
1) P_n / P_B ?

2) V_n / V_B (V_n в $\gamma = 5,6$)

Решение

1. $P_n = \frac{m_n}{V}$ (по определению)

Запишем уравнение
 Менделеева-Клапейрона для
 начальной состояния



пара:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$PV = \frac{m}{M} RT; \text{ Решим уравнение относительно } V$$

$$V = \frac{m \cdot RT}{M \cdot P}, \text{ подставим в формулу для плотности } \rho$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{M \cdot P}{RT} = \frac{18 \cdot 10^{-3} \cdot 3,55 \cdot 10^5}{8,31 \cdot 300} = \frac{3 \cdot 355}{277} \approx 0,025 \text{ кг/м}^3$$

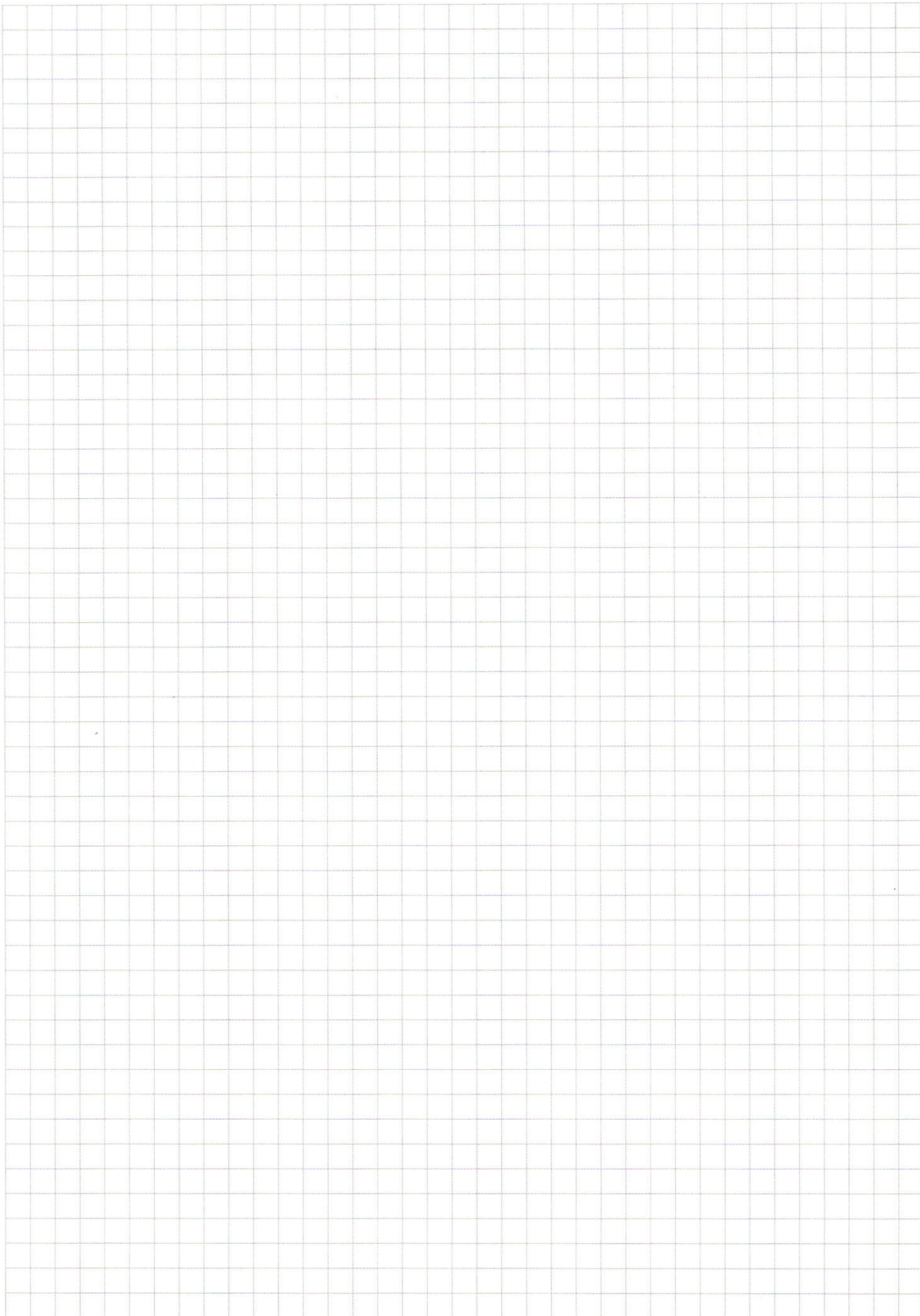
$$\rho_3 = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_3} = \frac{0,025}{1000} = 0,000025$$

$$2. V_{n2} = \frac{V_{n1}}{5,6}; m_3 = m_1 \Rightarrow V_1 \rho_1 = V_3 \rho_3$$

$$\frac{V_1}{V_3} = \frac{\rho_3}{\rho_1} = \frac{1000}{0,025} = \frac{1000 \cdot 1000}{25} = 40000$$

Ответ: 1. 0,000025; 2. 40000



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $v_y = ?$
 2) $t = ?$
 3) $H = ?$

Given:
 $v_0 = 10 \text{ m/s}$
 $\alpha = 30^\circ$
 $v = \lambda v_0$

Diagrams:
 - Initial velocity vector v_0 at 30° to the horizontal.
 - Velocity vector v at 60° to the horizontal.
 - Vector triangle showing v_0 , v , and gt .
 - Circular motion diagram showing the angle 2α .

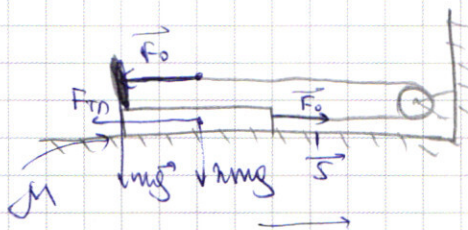
Calculations:
 $v_y = 2v_0 \sin \beta$
 $v_0 \sin \alpha = gt$

Vector triangle analysis:
 $\frac{\sin 60^\circ}{2v_0} = \frac{\sin(90^\circ - \beta)}{v_0}$
 $\sin(90^\circ - \beta) = \frac{\sin 60^\circ \cdot v_0}{2v_0}$
 $\frac{\sin 60^\circ}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

Further calculations:
 $\frac{2v_0}{\sin 60^\circ} = \frac{v_0}{\sin(90^\circ - \beta)}$
 $\sin(90^\circ - \beta) = \cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{4}$
 $\sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \sqrt{1 - \frac{3}{16}} = \sqrt{\frac{13}{16}} = \frac{\sqrt{13}}{4}$
 1) $v_y = \frac{2v_0 \cdot \sqrt{13}}{4} = \frac{10\sqrt{13}}{2} = 5\sqrt{13} \text{ m/s}$
 $\sin \beta = \frac{gt - \frac{v_0}{2}}{2v_0} = \frac{\sqrt{13}}{4}$
 $(gt - \frac{v_0}{2})4 = \sqrt{13} \cdot 2 \cdot v_0 / 2$
 $gt - \frac{v_0}{2} = \frac{\sqrt{13}v_0}{2}$
 $gt = \frac{v_0(\sqrt{13} + 1)}{2}$
 $t = \frac{v_0(\sqrt{13} + 1)}{2g}$

Energy conservation:
 $\frac{m \cdot v_0^2}{2} + mgH = \frac{m \cdot 4v_0^2}{2}$
 $v_0^2 + 2gH = 4v_0^2$
 $2gH = 3v_0^2$
 $H = \frac{3v_0^2}{2g} = \frac{3 \cdot 10^2}{2 \cdot 10} = 15 \text{ m}$

№2



1) N ?

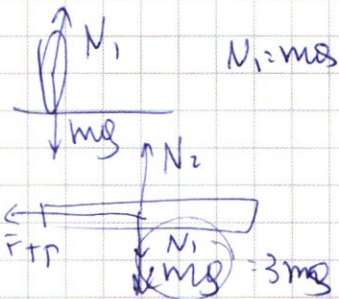
$N = 3mg$

2) F_{min} ? $F_0 = \text{const.}$

$N = 3mg$

Ox :

$2ma = F_0 - F_{\text{тр}}$



$N_1 = mg$

$N_1 + mg = 3mg$

2) $F_{\text{min}} = F_{\text{тр}} = \mu N$

3) $F > F_0$; t ?

$2ma = F - \mu \cdot 3mg$

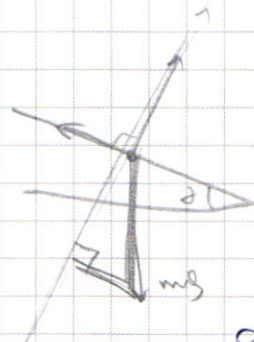
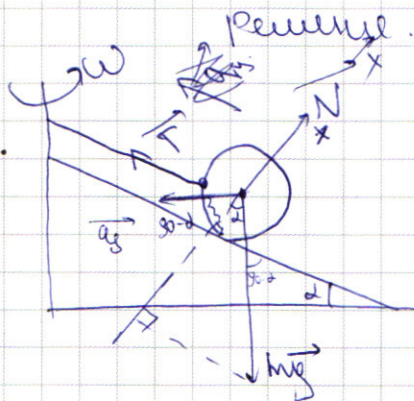
$s = \frac{at^2}{2}$; $a = \frac{2s}{t^2}$

$\frac{2 \cdot m \cdot 2 \cdot s}{t^2} = \frac{F - \mu \cdot 3mg}{1}$; $t^* = \sqrt{\frac{4 \cdot m \cdot s}{F - \mu \cdot 3mg}}$

№3 Дано:
 m, R, d, L

1) N ?

2) N_1 ? (w)



$d = 20$

1) $T \perp N \Rightarrow$

$Ox: N = mg \cos d$ (III 3.к.)

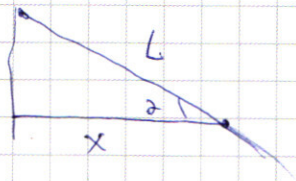
$\cos(90-d) = \cos 60^\circ$
 $\sin d$

2)

$\theta = 90 - d$

$Ox: m a_s \cdot \cos(90-d) = mg \cdot \cos d - N$

$N_1 = mg \cos d - m a_s \cos(90-d) = m(g \cos d - a_s \cos(90-d))$



$\cos d = \frac{x}{L} \Rightarrow x = \cos d \cdot L$

$R' = \cos d \cdot L$

$\omega = v \cdot R'$

$a_{yc} = \frac{v^2}{R'}$

$v =$

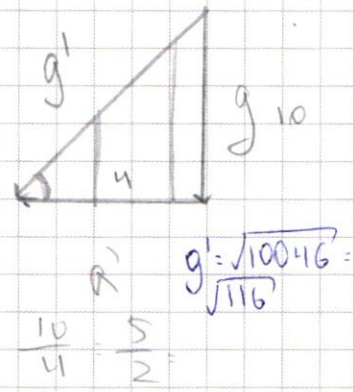
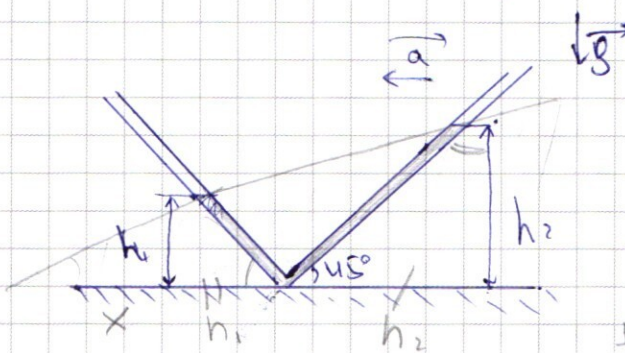
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4 Дано:
 $\alpha = 45^\circ$
 $a = \text{const}$
 $a = 4 \text{ м/с}^2$
 $h_1 = 10 \text{ см}$

1) $H_2 = ?$

2)

Решение



$$\frac{5}{2} = \frac{h_1}{x} = \frac{h_2}{h_2 + h_1 + x} \cdot 10 + 4$$

$$x = \frac{2 \cdot 10}{5} = 4$$

$$\frac{5}{2} = \frac{h_2}{14 + h_2}$$

$$5(14 + h_2) = 2h_2$$

$$14 \cdot 5 + 5h_2 = 2h_2$$

$$14 \cdot 5 = 3h_2$$

$$h_2 = \frac{14 \cdot 5}{3} = \frac{70}{3} \approx 23.3$$

$$h_2 = 23.3$$

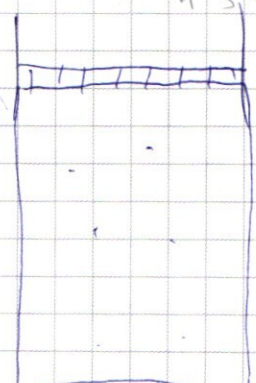
$$\begin{array}{r} 11 \\ 355 \\ 130 \\ \hline 1065 \\ 355 \\ \hline 46150 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ 355 \\ 15 \\ \hline 1775 \\ 355 \\ \hline 43250 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 355 \\ 120 \\ \hline 42600 \end{array}$$

$$120$$

№5



$t = 27^\circ$
 $p_1 = 3.55 \cdot 10^5 \text{ Па}$
 $T = \text{const}$
 $V \downarrow$
 $n = \text{const}$

$$\frac{p_1}{p_2} = ?$$

$$pV = \nu RT$$

$$p_1 = \frac{m \cdot n}{V}$$

$$pV = \frac{m \cdot RT}{M}$$

$$\frac{pV}{RT} = \nu$$

$$\frac{p \cdot V \cdot M}{R \cdot T} = \frac{m}{M}$$

$$p = \frac{m}{V} \cdot \frac{RT}{M}$$

$$p = \frac{355}{429.3} \cdot \frac{8.31 \cdot 300}{18 \cdot 10^{-3}}$$

$$p = 10^5 \cdot 8.31 \cdot 300 = 2.493 \cdot 10^8 \text{ Па}$$

$$p_1 = \frac{3.55 \cdot 10^5 \cdot 10}{10^3 \cdot 8.31 \cdot 300} = 1.429 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$p = \frac{3.55 \cdot 10^5}{429.3} = 8.27 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$\begin{array}{r} 8.31 \\ 30 \\ \hline 2493 \\ 429.3 \end{array}$$

$$\rho_n = 9,08 \text{ кг/м}^3 \quad \rho_b = 1000 \text{ кг/м}^3 \quad \frac{\rho_n}{\rho_b} = \frac{9,08}{1000} = \frac{9}{100000} = 0,00009$$

$$\rho_n = \frac{p \cdot \mu}{RT} = \frac{3,55 \cdot 10^3 \cdot 48 \cdot 10^{-6}}{8,31 \cdot 300} \approx 25,2 \text{ кг/м}^3$$

$$\frac{3,55 \cdot 10^3 \cdot 48 \cdot 10^{-6}}{8,31 \cdot 300} = \frac{355 \cdot 6^2}{831 \cdot 2,77} =$$

$$= \frac{355 \cdot 2 \cdot 100}{10 \cdot 277} = \frac{355 \cdot 20}{277}$$

$$\begin{array}{r} 355 \\ \times 35,5 \\ \hline 1775 \\ 3550 \\ \hline 12582,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8,31 \overline{) 277} \\ 6 \\ \underline{-23} \\ 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 213 \overline{) 831} \\ 426 \\ \underline{-405} \\ 2130 \\ 4260 \\ \underline{-4260} \\ 0 \end{array}$$

$$\rho_n = \frac{m}{V}$$

$$pV = \frac{m \cdot RT}{\mu} ; V = \frac{mRT}{p\mu}$$

$$\rho_n = \frac{m \cdot p \cdot \mu}{m \cdot RT} = \frac{p \cdot \mu}{RT} = \frac{3,55 \cdot 10^3 \cdot 48 \cdot 10^{-6}}{8,31 \cdot 300}$$

$$\begin{array}{r} 8310 \\ + 8310 \\ \hline 16620 \\ + 16620 \cdot 20 \\ \hline 415500 \end{array}$$

$$\frac{100}{100000} = 0,001$$

$$= \frac{3,55 \cdot 10^3 \cdot 48 \cdot 10^{-6}}{8,31 \cdot 300} =$$

$$= \frac{213}{8,31} \times 25,6$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ \times 35,5 \\ \hline 2130 \\ 16620 \\ \hline 116880 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21300 \overline{) 831} \\ 16620 \\ \underline{-16620} \\ 4680 \\ 4155 \\ \underline{-4155} \\ 5250 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ 3 \\ \hline 2493 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ + 831 \\ \hline 1662 \\ \times 831 \\ \hline 4155 \end{array}$$

$$mgh_1 + mgh_2 = \frac{mQ^2}{2}$$

$$\sqrt{-}$$

$$\Delta P = \rho g (h_2 - h_1) \rightarrow 0$$

$$\begin{array}{r} 4910 \\ - 710 \\ \hline 5540,25 \\ 1560 \end{array}$$

$$\frac{1000}{100000}$$

$$\frac{355}{171}$$

$$\begin{array}{r} 71 \\ + 5 \\ \hline 76 \end{array}$$

$$\frac{3 \cdot 355 \cdot 100}{100 \cdot 831 \cdot 50}$$

$$\begin{array}{r} 831 \overline{) 277} \\ 6 \\ \underline{-6} \\ 23 \\ 21 \\ \underline{-21} \\ 0 \end{array}$$