

Олимпиада «Физтех» по физике, (

Класс 10

Вариант 10-04

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без в.

1. Мальчик бросает железный шарик с вышки со скоростью $V_0 = 8$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. В полете шарик все время приближался к горизонтальной поверхности Земли и упал на нее со скоростью $2,5V_0$.

- 1) Найти вертикальную компоненту скорости шарика при падении на Землю.
- 2) Найти время полета шарика.
- 3) Найти горизонтальное смещение шарика за время полета.

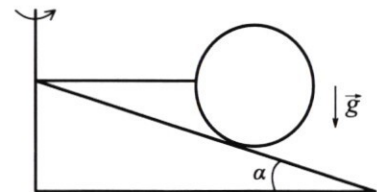
Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На противоположных концах тележки массы M , находящейся на гладкой горизонтальной поверхности, стоят два ученика одинаковой массы m каждый. Вначале система неподвижна. Один ученик бросает мяч, а другой ловит. Масса мяча m_1 . После броска тележка движется со скоростью V_1 . Продолжительность полета мяча T . Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите горизонтальную проекцию скорости V_0 мяча (относительно поверхности, на которой находится тележка) в процессе полета.
- 2) Найдите длину L тележки.
- 3) Найдите скорость V_2 тележки после того, как второй ученик поймает мяч.

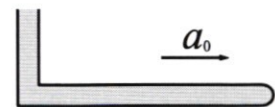
3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается горизонтально натянутой нитью, привязанной к вершине клина.

- 1) Найти силу натяжения нити, если система покоится.
- 2) Найти силу натяжения нити, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина.



4. Тонкая Г-образная трубка с горизонтальным коленом, закрытым с одного конца, и вертикальным коленом высотой $H = 48$ мм, открытым в атмосферу, заполнена полностью ртутью (см. рис.). Если трубку двигать (в плоскости рисунка) с ускорением, не большим некоторого a_0 , то ртуть из трубки не выливается.

- 1) Найти давление P_1 внутри трубки в точке А, находящейся от вертикального колена на расстоянии $1/2$ длины горизонтального колена, если трубка движется с ускорением a_0 .
- 2) Найти давление P_2 в точке А, если трубка движется с ускорением $0,25a_0$.
- 3) Найти давление P_3 вблизи закрытого конца трубки, если она движется с ускорением $0,3a_0$.



Атмосферное давление $P_0 = 752$ мм рт. ст. Давлением насыщенных паров ртути в условиях опыта пренебречь. Ответы дать в «мм рт. ст.».

5. Поршень делит объем горизонтального герметичного цилиндра на две равные части, в каждой из которых находится вода и водяной пар при температуре $T = 373$ К. Масса воды в каждой части в 4 раза меньше массы пара. Поршень находится на расстоянии $L = 0,4$ м от торцов, площадь поперечного сечения поршня

$S = 25$ см². Масса M поршня такова, что $\frac{Mg}{S} = 0,02P_0$, здесь P_0 – нормальное атмосферное давление.

- 1) Найдите массу m воды в каждой части в начальном состоянии.
- 2) Цилиндр ставят на дно (ось цилиндра вертикальна). Найдите приращение Δm массы воды под поршнем к моменту установления равновесного состояния.

Температура в цилиндре поддерживается постоянной. Трение считайте пренебрежимо малым. Молярная масса водяного пара $\mu = 18$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К). Объем воды намного меньше объема пара.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.

~~Н~~ Высота вышки, m - масса шарика,
Горизонтальная комп. скорости $V_x = V_0 \cos \alpha = \text{const}$

Вертикальная компонента при падении на землю V_y

$$V_y^2 + V_x^2 = (2,5 V_0)^2$$

$$V_y = \sqrt{6,25 V_0^2 - V_0^2 \cos^2 \alpha} = 8,56 \text{ м/с}$$

Время полета t . Шарик не отдался от земли, значит начальная скорость направлена вниз. Вертикальная комп. ^{начальной} скорости

$$V_y = V_0 \sin \alpha$$

$$V_0 \sin \alpha + g t = V_y$$

$$t = \frac{V_y - V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{8,56 - 4\sqrt{3}}{9} \text{ с}$$

$$\text{Горизонтальное смещение шарика } \overset{18,5 \frac{m}{s}}{V_0 \cos \alpha} \Delta x = V_x t = \frac{32\sqrt{5} - 16\sqrt{3}}{10} \text{ м}$$

$$\sqrt{5} \approx 2,24 \quad \sqrt{3} \approx 1,73$$

$$V_y \approx 19,6 \text{ м/с}$$

$$t \approx 1,27 \text{ с}$$

$$\Delta x \approx 5,07 \text{ м}$$

Ответ: 19,6 м/с 1,27 с 5,07 м

2.

Горизонтальная проекция скорости мяча V_{0x} . Т.к. тележка движется горизонтально и трения нет, по закону сохр. импульса

$$m_1 V_{0x} = (M + 2m) V_1$$

$$V_{0x} = \frac{(M + 2m) V_1}{m_1}$$

Край тележки ^(ученик) и мяч движутся навстречу друг другу

$$(V_{0x} + V_1) T = L = \frac{(M + 2m + m_1) V_1 T}{m_1}$$

По закону сохр. импульса ^{по горизонтали, т.к. нет вл. сил по горизонтали} начислитель импульса системы равен количеству и равен 0. $V_2 = 0$

Ответ: $\frac{M + 2m}{m_1} V_1$, $\frac{M + 2m + m_1}{m_1} V_1 T$, 0

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. O_x проходит вдоль нити (во втором случае вращения с ней)
все силы, действующие на шар, обозна-
чены на рисунке.

$\vec{T}_1, \vec{T}_2$ это $\vec{T}$ без вращения и
с вращением

$r = R \sin \alpha$ - расстояние от оси
вращения до центра масс шара

$mg_x = 0$ $mg_y = -mg$ $N_y = N \cos \alpha$ $N_x = N \sin \alpha$ $T_x = -T$ $T_y = 0$

$mg_y + N_y = m \cdot (\text{вертикальное ускорение шара}) = 0$

$N = \frac{mg}{\cos \alpha}$

$N_x = mg \tan \alpha$

$N_x + T_{1x} = mg \tan \alpha - T_1 = m \cdot (\text{гориз. ускорение шара без вращения}) = 0$

$T_1 = mg \tan \alpha$

$N_x + T_{2x} = mg \tan \alpha - T_2 = m \cdot (\text{центрострем. ускор}) = -m \omega^2 r = -m \omega^2 R \sin \alpha$

$T_2 = mg \tan \alpha + m \omega^2 R \sin \alpha$

со знаком "-" из-за
направления O_x

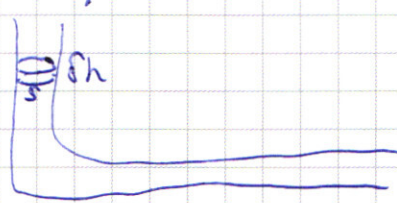
Ответ: $mg \tan \alpha$, $mg \tan \alpha + m \omega^2 R \sin \alpha$

4.

~~Разность давлений между нижней и верхней частями верт. сосуда равна $H \cdot \rho \cdot g$~~

~~В невязанной СС, связанной всей жидкостью - ртуть. На объем ртути, находящийся в вертикальном сосуда, действуют силы $P_{вд}$ и силы давления. Разность давлений сверху и снизу~~

~~Рассмотрю призму массой высоты h и площадью S , с горизонтально расположенными основаниями, которая получается при сечении вертикального сосуда 2-мя плоскостями (см. рисунок)~~



~~Модуль суммы вертикальных проекций сил равен $\Delta P \cdot S - \rho g h S g$, где~~

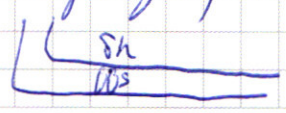
ΔP - разность давлений сверху и снизу равен 0 по закону Ньютона

$$\Delta P \cdot S = \rho g h S g$$

$$\Delta P = \frac{\rho g h S g}{S} = \rho g h g$$

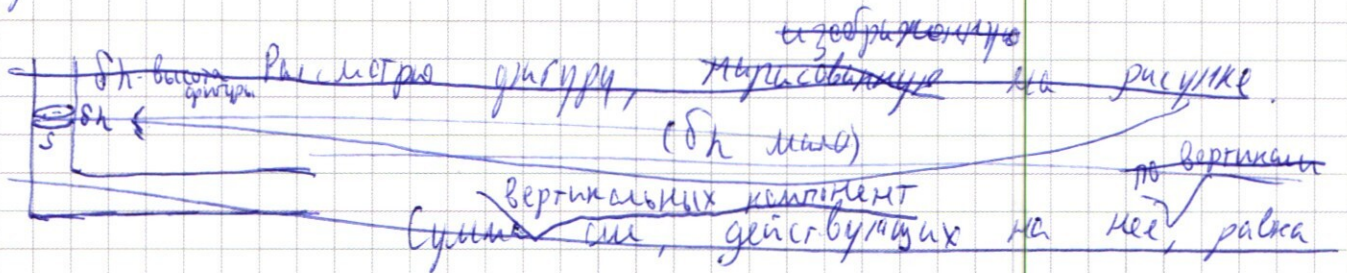
При больших h формула верна, т.е. получается суммирование множества таких формул при малых h $\Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2 + \dots$ $h = h_1 + h_2 + \dots$

Аналогично, если рассмотреть призму с вертикально расположенными основаниями



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

На какой объем ртути V , ограниченный трубкой и также
уширением горизонтального или вертикального колена и
длина



$$S \Delta P$$

и проекции сил по горизонтали

$$\Delta P \cdot S = \rho g \delta h \cdot a \quad (\Delta P \cdot S = m \cdot a) \quad (\text{закон Ньютона})$$

$$\Delta P = \rho g \delta h \cdot a \quad (a - \text{ускорение ртути})$$

С другой стороны $\rho g \delta h = \delta h \cdot \frac{\text{мм рт.ст.}}{\text{мм}}$

$$\rho a \delta h = \rho g \delta h \cdot \frac{a}{g} = \frac{a \delta h}{g} \cdot \frac{\text{мм рт.ст.}}{\text{мм}}$$

1) Разница уровней между верхом и низом вертикального колена равна $H \cdot \frac{\text{мм рт.ст.}}{\text{мм}}$

Между низом вертикального колена и $A - \frac{a_0}{g} H \cdot \frac{\text{мм рт.ст.}}{\text{мм}}$

$$P_1 = P_0 + H \cdot \frac{\text{мм рт.ст.}}{\text{мм}} + \frac{a}{2} H \cdot \frac{a_0}{g} \cdot \frac{\text{мм рт.ст.}}{\text{мм}} =$$

$$= 800 \text{ мм. рт.ст.} + 24 \text{ мм. рт.ст.} \cdot \frac{a_0}{g}$$

2) аналогично 1) $P_2 = 800 \text{ мм. рт.ст.} + 6 \text{ мм. рт.ст.} \cdot \frac{a_0}{g}$

Если длина горизонтального колена L , давление в любой точке горизонтального колена можно считать как P_0 + разности давлений между верхом и низом горизонт. верт. колена + разности давлений между низом верт. колена и нужной точкой (т.к. давление убывает при движении по вектору ускорения)

Если длина горизонт. колена L , то

$$P_1 = P_0 + \rho \cdot \frac{\text{мм рт ст}}{\text{мм}} + \frac{1}{2} L \cdot \frac{a_0}{g} \cdot \frac{\text{мм рт ст}}{\text{мм}} =$$

$$= 800 \text{ мм рт ст} + \frac{L a_0}{2g} \frac{\text{мм рт ст}}{\text{мм}}$$

$$P_2 = 800 \text{ мм рт ст} + \frac{L a_0}{8g} \frac{\text{мм рт ст}}{\text{мм}}$$

$$P_3 = 800 \text{ мм рт ст} + \frac{0,3 L a_0}{8g} \frac{\text{мм рт ст}}{\text{мм}}$$

Ответ: если L - длина горизонт. колена, $800 \text{ мм рт ст} + \frac{L a_0}{2g} \frac{\text{мм рт ст}}{\text{мм}}$,
 $800 \text{ мм рт ст} + \frac{L a_0}{8g} \frac{\text{мм рт ст}}{\text{мм}}$, $800 \text{ мм рт ст} + \frac{0,3 L a_0}{8g} \frac{\text{мм рт ст}}{\text{мм}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5. V_{n1} и V_{g1} - начальные объемы пара и воды в каждой части цилиндра. ρ_0 - плотность воды.

$$V_{n1} + V_{g1} = SL$$

$$\rho_0 V_{n1} = \mu RT$$

$$V_{n1} = \frac{\mu RT}{\rho_0}$$

$$V_{g1} = SL - \frac{\mu RT}{\rho_0}$$

$$m = \rho_0 V_{g1} = \frac{\rho_0 (SL - \mu RT)}{\rho_0} = \frac{1000 (10^5 \cdot 25 \cdot 10^{-4} - 0,018 \cdot 8,31 \cdot 373)}{10^5} \text{ кг} =$$

$$= \frac{10^{-2} (100 - 1,8 \cdot 8,31 \cdot 3,73)}{1} = 0,442 \text{ кг}$$

$$1,8 \cdot 3,73 = 7,46 \quad 0,746 = 6,74 \quad 6,7 \cdot 8,3 \approx 55,8$$

По уравнению Менделеева-Клапейрона для пара (4M - масса пара)

$$\rho_0 SL = \frac{4M}{M} RT$$

$$m = \frac{\rho_0 SL M}{4RT} = \frac{10^5 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 0,018 \text{ кг}}{4 \cdot 8,31 \cdot 373} = \frac{0,88 \text{ кг}}{4 \cdot 8,31 \cdot 373} = \frac{4,85}{8,31 \cdot 373} \text{ кг} =$$

$$= \frac{45000}{831373} \text{ кг} = \frac{15000}{277373} \text{ кг} = \frac{15008}{63521} \text{ кг} \approx 0,25 \text{ кг}$$

$$277 \cdot 373 = 277 \cdot 400 - 277 \cdot 27 = 110800 - 7481 = 103319$$

$$= 103321 - 8000 = 95321$$

Масса воды и пара (масса пароводяной смеси)

2) Пусть поршень соскочил на Δh вниз.

$$\left(P_0 + \frac{Mg}{S}\right)(SL - \Delta h) = \frac{4m - \Delta m}{\mu} RT$$

$$1,02 P_0 S(L - \Delta h) = \frac{4m - \Delta m}{\mu} RT$$

~~Если поршень соскочил вверх~~

При движении поршня вниз на Δh система приобретает энергию $Mg\Delta h = 0,02 P_0 S \Delta h$, что мало по сравнению с разностью кинет. энергий воды и пара при не очень ~~большой~~ ^{малых} массах.

Это значит, что количество пара, превратившегося в воду, снизу равно количеству воды, превратившейся в пар сверху. Уравнение Менделеева - Клапейрона для газа сверху: $P_0(S(L + \Delta h)) = \frac{4m + \Delta m}{\mu} RT$

$$P_0 \Delta h = \frac{\Delta m}{\mu} RT$$

$$\Delta h = \frac{\Delta m RT}{\mu P_0}$$

$$\Delta h = \frac{\Delta m RT}{P_0 \mu}$$

$$\left(\frac{SP_0 + Mg}{S}\right) \left(S \left(\frac{P_0 \mu L - \Delta m RT}{P_0 \mu} \right)\right) = \frac{4m - \Delta m}{\mu} RT$$

$$\Delta m RT \mu g = -4 P_0 S m RT + (SP_0)^2 \mu L + SP_0 \mu L Mg$$

$$\Delta m = \frac{(SP_0)^2 \mu L + SP_0 \mu L Mg - 4 SP_0 m RT}{\mu RT g}$$

$$2 P_0 S L = P_0 S(L + \Delta h) + P_0 S(L - \Delta h) = \frac{4m - \Delta m}{1,02 \mu} RT + \frac{4m + \Delta m}{\mu} RT$$

$$\Delta m RT \cdot 0,02 + m RT \cdot 0,08 = 2 \mu P_0 S L$$

$$\Delta m = \frac{100 \mu P_0 S L - 4 m RT}{RT}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

