

Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Вариант 10-01

Класс 10

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без влс

1. Камень бросают с вышки со скоростью $V_0 = 8$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. В полете камень все время приближался к горизонтальной поверхности Земли и упал на нее со скоростью $2,5V_0$.

- 1) Найти вертикальную компоненту скорости камня при падении на Землю.
- 2) Найти время полета камня.
- 3) Найти горизонтальное смещение камня за время полета.

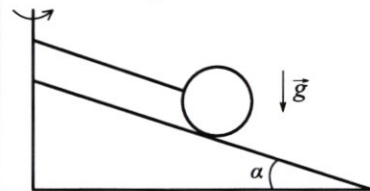
Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 5m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ .



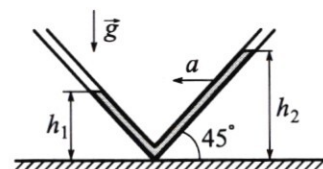
- 1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?
- 2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?
- 3) Какой скорости достигнет ящик, если человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F ($F > F_0$) к канату?

3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.



- 1) Найти силу натяжения нити, если система покоится.
- 2) Найти силу натяжения нити, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.

4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^\circ$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении уровни масла в коленях трубки устанавливаются на высотах $h_1 = 8$ см и $h_2 = 12$ см.



- 1) Найдите ускорение a трубки.
- 2) С какой максимальной скоростью V будет двигаться жидкость относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет»)?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Действие сил трения пренебрежимо мало.

5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 95°C и давлении $P = 8,5 \cdot 10^4$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

- 1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.
- 2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 4,7$ раза.

Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см³, $\mu = 18$ г/моль.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

Дано: свободное падение камня

$$V_0 = 8 \text{ м/с}$$

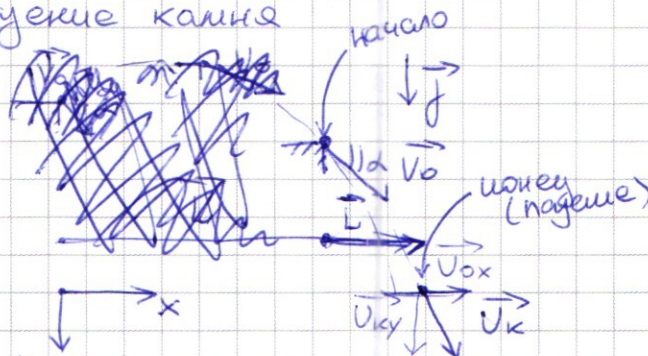
$$\alpha = 60^\circ$$

$$V_k = 2,5V_0 = 20 \text{ м/с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$V_{kx}; t; L$$

горизонтальная составляющая скорости камня постоянна во время всего полета, т.к. ускорение камня в проекции на горизонтальную ось равно 0 (сопротивление воздуха, по условию, можно не учитывать)



$$V_{kx} = V_{0x} = V_0 \cos \alpha$$

$$V_{0y} = V_0 \sin \alpha$$

по теореме Пифагора: $V_k^2 = V_{0x}^2 + V_{ky}^2 \Rightarrow V_{ky} = \sqrt{V_k^2 - V_{0x}^2} =$

$$= \sqrt{(V_k - V_{0x})(V_k + V_{0x})} = \sqrt{(2,5V_0 - V_0 \cos \alpha)(2,5V_0 + V_0 \cos \alpha)} = \sqrt{V_0^2 (2,5 - \cos \alpha)(2,5 + \cos \alpha)} = \sqrt{V_0^2 (6,25 - \cos^2 \alpha)} = \sqrt{V_0^2 (6,25 - 0,25)} = \sqrt{V_0^2 \cdot 6} = V_0 \sqrt{6} = 8\sqrt{6} \text{ м/с} \approx 19 \text{ м/с}$$

проецируем на Oy: $V_0 \sin \alpha + g t = V_{ky} \Rightarrow g t = V_{ky} - V_0 \sin \alpha = V_{ky} - V_0 \sin \alpha$

$$t = \frac{V_{ky} - V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{8\sqrt{6} - 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{10} = \frac{8\sqrt{6} - 4\sqrt{3}}{10} = \frac{4\sqrt{6} - 2\sqrt{3}}{5} \text{ с} \approx 2,588 \text{ с} \approx 2,6 \text{ с}$$

в проекции на Ox: $L = V_0 \cos \alpha t = \frac{1}{2} \cdot 8 \text{ м/с} \cdot 2,6 \text{ с} \approx 10,4 \text{ м}$

ответ: 19 м/с, 2,6 с, 10,4 м

Братим внимание, что в условии сказано: "в полёте камень все время приближался к горизонтальной поверхности Земли". Это значит, что его скорость была направлена по направлению оси Oy (ось, вертикальная, направленная к гориз. пов-ти Земли). т.е. для камня была характерна ускоренная, потом почти равномерная и только потом замедленная и приближение к поверхности Земли.

в проекции на Oy: $V_{ky} = V_0 \sin \alpha + g t$

$$t = \frac{V_{ky} - V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{8\sqrt{6} - 4\sqrt{3}}{10} \approx 1,212 \text{ с} \approx 1,2 \text{ с}$$

$$\vec{S} = \vec{U}ot + \frac{\vec{J}t^2}{2}, \text{ в проекции на } OX. L = U \cos \alpha T = 4,8 \text{ м.}$$

ответ: 19 м/с; 1,2 с; 4,8 м

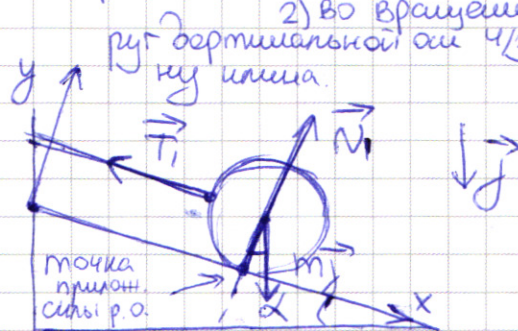
задача №3 Дано: система из клина, однородного шара, удерживаемого нитью на его поверхности. 1) В покое 2) во вращении базиса. m, R, α, L ; рассмотреть 1 случай: направить ось x по поверхности клина, ось y перпендикулярно ей.

расставим силы, действующие на шар:

сила тяжести $\vec{m\vec{g}}$ со стороны гравитации; $\vec{m\vec{g}}$ вдоль поля Земли; сила реакции опоры $\vec{N}$ перпендикулярно поверхности клина; сила натяжения нити $\vec{T}_1$ по направлению нити.

23. В проекциях на Ox $0 + m g \sin \alpha - T_1 = 0$

$$\vec{N} + \vec{m\vec{g}} + \vec{T}_1 = 0$$



$$T_1 = m g \sin \alpha$$

по условию поверхность клина гладкая, поэтому трения нет.

2. случай: перейдем во вращающуюся неинерциальную, связанную с шаром, систему отсчета. Пусть в лабораторной системе отсчета возникающее центростремительное ускорение шара $-\vec{a}$. Тогда в в.с.о. шара на него будет действовать базисная сила инерции, направленная в противоположную вектору $\vec{a}$ сторону и равная численно

расставим силы, действующие на шар.

по условию, во время вращения шар не отрывается от поверхности клина $\Rightarrow$

сила реакции опоры со стороны клина $\vec{N}_2$ ($N_2 \geq 0$), сила тяжести $\vec{m\vec{g}}$, сила натяжения нити $\vec{T}_2$, сила инерции $\vec{F}_{ин}$.

условие равновесия шара: $\vec{T}_2 + \vec{N}_2 + \vec{m\vec{g}} + \vec{F}_{ин} = 0$

$$\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}$$

$$|\vec{a}| = \omega^2 e, e = (L+R)x' = (L+R) \cos \alpha \Leftarrow$$

↑ плечо вращения

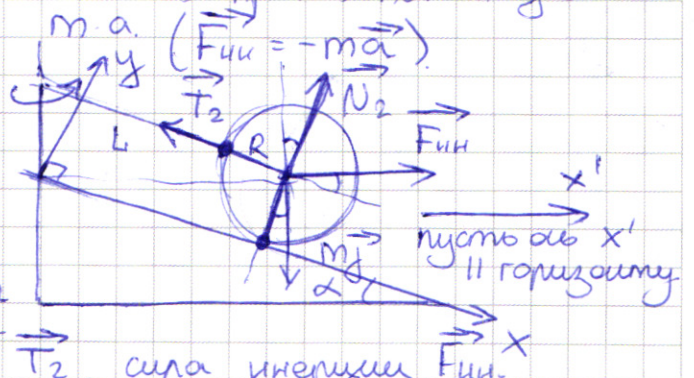
$$\begin{aligned} \frac{v^2}{R} &= a = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R \\ v &= \omega R \end{aligned}$$

$$F_{ин} = m \omega^2 (L+R) \cos \alpha$$

$$Ox) -T_2 + 0 + m g \sin \alpha + F_{ин} \cos \alpha = 0;$$

$$T_2 = m g \sin \alpha + m \omega^2 (L+R) \cos \alpha = m(g \sin \alpha + \omega^2 (L+R) \cos \alpha).$$

ответ: $m g \sin \alpha$; $m(g \sin \alpha + \omega^2 (L+R) \cos \alpha)$.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №5 Дано: насыщенный водяной пар в цилиндрической
сосуде под поршнем; изотермический процесс умень-
шения объема

$t_0 = 95^\circ\text{C} = 368\text{K}$
 $P = 8,5 \cdot 10^4 \text{ Па}$
 $\gamma = 4,7$
 $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$
 $\mu = 18 \text{ г/моль}$

Запишем уравнение состояния газа в
начале опыта:

$$PV = \nu RT_0 \quad (\text{уравнение Менделеева-Клапейрона для равновесного состояния})$$

разделим обе части на объем сосуда, в кот. пар находится.

$$P = \frac{\rho_n}{\mu} RT_0 \Rightarrow \rho_n = \frac{\mu P}{RT_0} = \frac{18 \cdot 8,5 \cdot 10^4}{10^3 \cdot 8,31 \cdot 368} \approx$$

$$\approx \frac{180}{368} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \approx 0,5 \text{ кг/м}^3$$

следовательно, $\frac{\rho_n}{\rho_0} = \frac{0,5}{1000} = 0,0005 = 0,05\%$

пусть изначальное количество пара — $\nu \Rightarrow$ его масса $\nu \mu = m$
конечное (после сжатия в γ раз) — $\nu_1 \Rightarrow$ его масса — m_1
 $\nu_1 \mu = m_1$

следовательно, количество сжатого пара будет:
 $\nu - \nu_1$, её масса $m - m_1 = \mu(\nu - \nu_1)$

по условию, пар насыщенный $\Rightarrow T$ не изм., P тоже $= m - m_1$

$$\begin{cases} PV = \nu RT_0 \\ P \frac{V}{\gamma} = \nu_1 RT_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{\gamma} = \frac{\nu_1}{\nu} = \frac{m_1}{m} = \frac{10}{47} \Rightarrow \frac{m_1}{m - m_1} = \frac{\frac{10}{47} m}{\frac{37}{47} m} = \frac{10}{37}$$

$$\frac{V_n}{V_0} = \frac{\frac{m_1}{\rho_n}}{\frac{m}{\rho_0}} = \frac{m_1}{m} \cdot \frac{\rho_0}{\rho_n} = \frac{m_1}{m - m_1} \cdot \frac{10000}{0,5} =$$

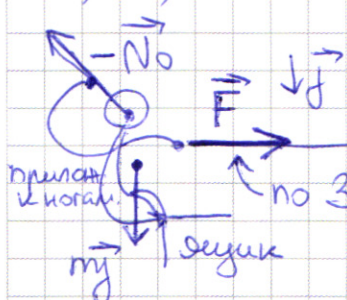
$$= \frac{10}{37} \cdot 2000 \approx \underline{\underline{540}}$$

ответ: $5 \cdot 10^{-4}$; $\frac{540}{1}$

Задача №2

Дано: S ; m ; $M = 5m$
 μ ; f ; $F (F > F_0)$

N ; F_0 ; U - ?

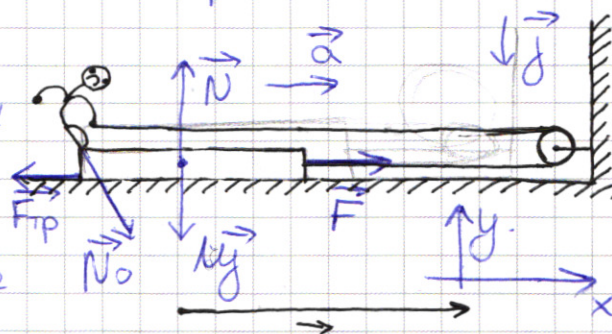


Решение задачи с человеком. Пусть сила, с которой человек тянет канат на угол α к горизонту, равна N . Непользуясь тем, что канат идеален, куда она направлена, так же её направление зависит от силы, которую человек прикладывает к веревке. Рассмотрим силы, действующие на движущего человека с силой F человека.

из этого можно сделать вывод, что горизонтальная компонента $N \cos \alpha$ равна F , вертикальная $N \sin \alpha = mg$.

теперь рассмотрим силы, действующие на шкив. сила натяжения нити, прикрепленной к шкиву, равна F , т.к. нить (канат) невесомая, нерастяжима и трения в оси блока нет (по условию).

сила тяжести Mg , сила нормальной реакции со стороны пола N , сила трения (составляющая полной силы реакции опоры) $F_{тр}$ и сила давления со стороны человека, направление кот. задаётся силами mg и F .



пусть x - горизонтальная ось проекции, y - вертикальная ось проекции.

$$\vec{N} + \vec{N}_0 + \vec{Mg} + \vec{F} + \vec{F}_{тр} = (M+m)\vec{a}$$

в проекции на ось y : $N - mg - Mg + 0 + 0 = 0$;

$$N = (M+m)g = 6mg$$

чтобы найти минимальную силу F_0 , кот. человеку нужно приложить, чтобы шкив начал двигаться, нужно найти минимальную силу, с кот. человек тянет веревку, при которой система ещё будет оставаться в покое ($a=0$).

$$Ox) 0 + F_0 + 0 + F_0 - F_{тр} = 0$$

$$2F_0 = F_{тр} \Rightarrow F_0 = \frac{F_{тр}}{2} = \frac{\mu N}{2} = \frac{\mu (M+m)g}{2} =$$

$$= \frac{6\mu mg}{2} = 3\mu mg$$

рассмотрим работы непотенциальных сил, действующих на шкив во время смещения на расстояние S в проекции на горизонтальную ось.

$$A_4 = F \cdot S \quad (\text{работа силы } N_0, \text{ проекция кот. на } x \text{ равна } F)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$A_{тр} = -F_{тр} \cdot S = -6 \mu \text{г} \cdot S \quad \text{работа сил трения}$$

$\cos \pi = -1$, сила трения и перемещение противоположно направлены.

$$A_F = F \cdot S \quad \text{работа со стороны силы } \vec{F} \text{ прил. к точке крепления шти.$$

$\cos 0 = 1$

работа остальных сил равна 0, т.к. они направлены перпендикулярно вектору перемещений, а $\cos 90^\circ = 0$

$$\langle A = \vec{F} \cdot \vec{S} \text{ — скалярное произведение векторов} \rangle$$

работа непотенциальных сил равна изменению кинетической энергии.

$$A_ч + A_{тр} + A_F = \frac{6mU^2}{2} - 0 = 3mU^2$$

$\uparrow$ концы $\uparrow$ начало

$$F \cdot S - 6\mu \text{г} \cdot S + F \cdot S = 3mU^2$$

$$U^2 = \frac{2F \cdot S - 6\mu \text{г} \cdot S}{3m} = \frac{2}{3} \frac{F}{m} S - 2\mu \text{г} S.$$

$$U = \sqrt{S \left(\frac{2}{3} \frac{F}{m} - 2\mu \right)}$$

ответ: $6\mu \text{г}$; $3\mu \text{г}$; $\sqrt{S \left(\frac{2}{3} \frac{F}{m} - 2\mu \right)}$

Задача №4 Дано: равноускоренное движение трубки в вертикальной плоскости, в горизонтальной заполненной маслом ее равномерное движение.

$$\alpha = 45^\circ$$

$$h_1 = 8 \text{ см}$$

$$h_2 = 12 \text{ см}$$

$$a = 10 \text{ м/с}^2$$

$$V = ?$$

$$V = ?$$

перейдем в инерциальную систему отсчета, движущуюся с ускорением a . тогда разность уровней жидкости в коленках трубки можно объяснить возникшим силой инерции, действующей на масло в этой трубке ее компенсирует сила, возникающая в

перегибе трубки и равна разнице давлений, умноженной на площадь сечения этого перегиба. пусть площадь сечения трубки S . тогда площадь сечения перегиба

$$S_0 = \frac{S}{\cos \alpha} \quad \text{разность масс масла в трубке}$$

$$F_0 = (p_2 - p_1) S_0 = (m_1 + m_2) a \quad (1)$$



$$p_2 = \rho g h_2; p_1 = \rho g h_1 \Rightarrow p_2 - p_1 = \rho g (h_2 - h_1)$$

плотность масла

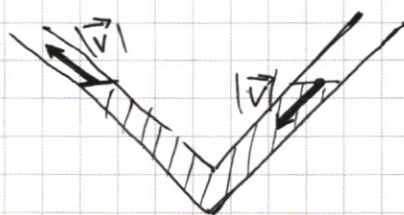
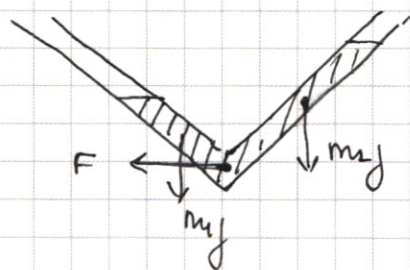
$$m_1 = \rho \cdot S \cdot \frac{h_1}{\cos \alpha}; m_2 = \rho \cdot S \cdot \frac{h_2}{\cos \alpha} \Rightarrow m_1 + m_2 = \frac{\rho S}{\cos \alpha} (h_1 + h_2)$$

$$a = \frac{\rho g (h_2 - h_1) S \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha \cdot \rho S (h_1 + h_2)} (u_3(1)) = g \frac{h_2 - h_1}{h_1 + h_2} = 10 \text{ м/с}^2 \cdot \frac{4}{20} =$$

$$= 2 \text{ м/с}^2$$

после того, как трубка начнет двигаться равномерно, перестанет действовать на столбик масла сила инерции, переставая уравновешивать разницу давлений.

Процесс установления этих столбиков жидкости в равновесие можно приравнять к гармоническим колебаниям, в кот. максимальная скорость достигается при прохождении состояния равновесия.

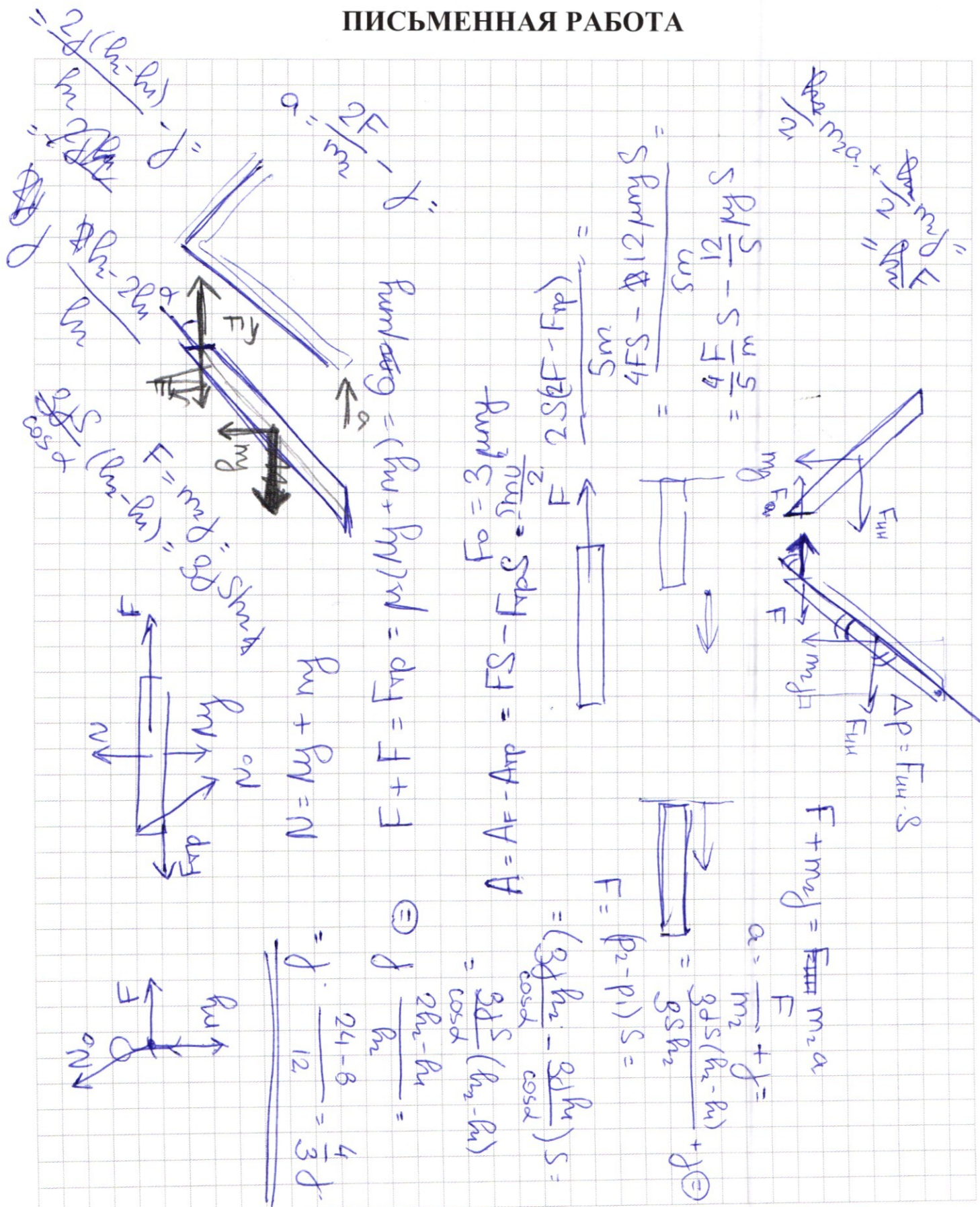


только-только исчезло $\vec{a}$

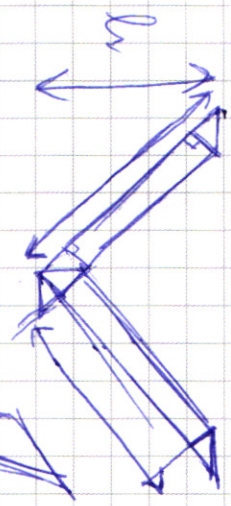
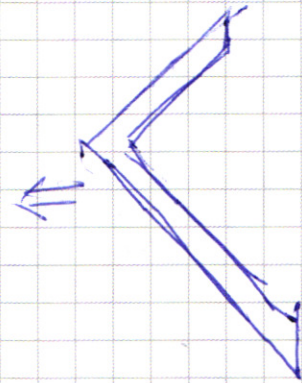
первое прохождении точки равновесия

ответ: 2 м/с²

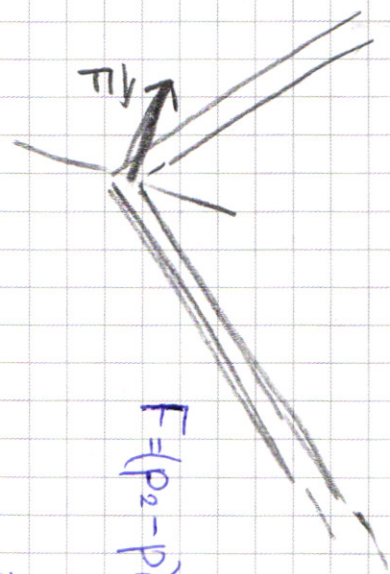
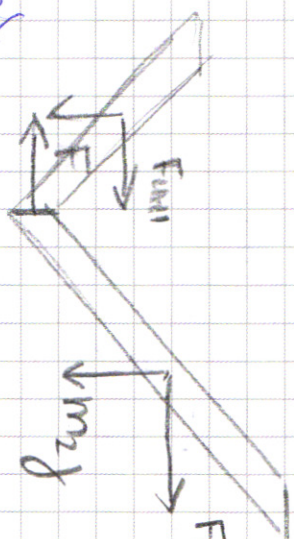
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



50



m_1



$$P_1 = g h m_1$$

$$P_2 = g h m_2$$

$$F = (P_2 - P_1) S = g (h_2 - h_1) S = F_{un} =$$

$$= (m_1 + m_2) g a = \frac{g S}{\cos \alpha} (h_1 + h_2) a$$

$$m_1 = \frac{g h_1 S}{\cos \alpha}$$

$$m_2 = \frac{g h_2 S}{\cos \alpha}$$

$$g (h_2 - h_1) S \cos \alpha = g (h_1 + h_2) a$$

$$a = \frac{(h_2 - h_1) S \cos \alpha}{(h_1 + h_2)}$$

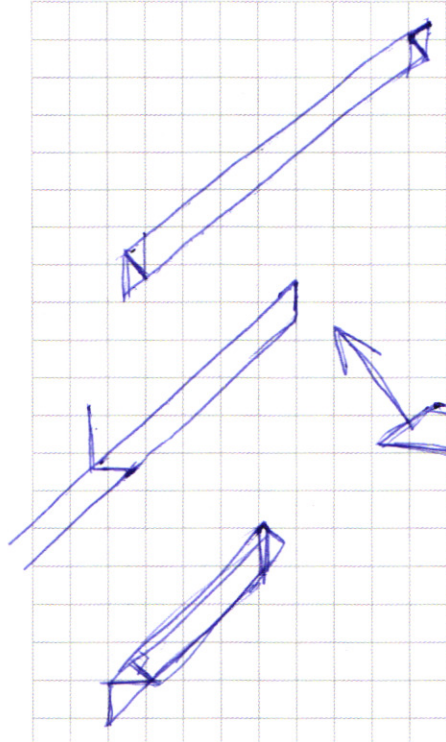
$$= \frac{4}{20} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} g =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{10} g = \sqrt{2} = 1,41$$

$$\begin{array}{r} \times 1,42 \\ 1,42 \\ \hline 2,84 \\ 568 \\ \hline 2,0164 \end{array}$$

1,41

$$\begin{array}{r} 1,96 \times 1,91 \\ 1,91 \\ \hline 1,41 \\ + 564 \\ \hline 1,9881 \end{array}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Handwritten calculations and diagrams on grid paper:

Top Left: $8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 = 48$

Top Right: $\gamma + U \sin \alpha = U_y$
 $\gamma = \frac{\sqrt{6} U_0 - U \sin \alpha}{\gamma}$

Center: Vector diagram showing a circle and a point. Calculations: $\omega R = v$, $\frac{v^2}{R} = a$, $\omega^2 R = a$.

Bottom Left: $PV = \nu RT = \frac{m}{\mu} RT$
 $P = \frac{\nu RT}{V}$
 $S_{\nu} = \frac{P \mu}{RT} = \frac{180}{8,31 \cdot 368}$

Bottom Center: $1530 - 3058 = -1528$

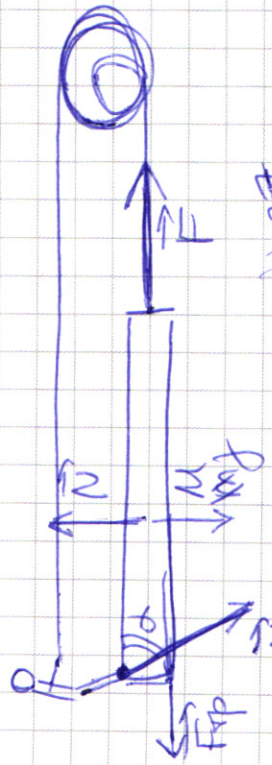
Bottom Right: $\frac{30}{36} = \frac{5}{6}$

PV

$$P \frac{V}{T} = V, RT_0$$

$$PV = V, RT_0 \text{ кон.}$$

$$\frac{1}{8} \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{8} \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{8} \frac{10}{47} = \frac{10}{47} \frac{m}{m}$$



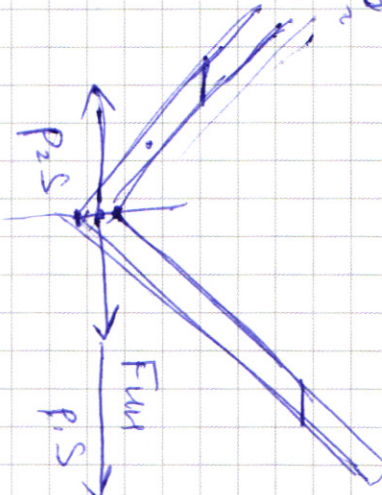
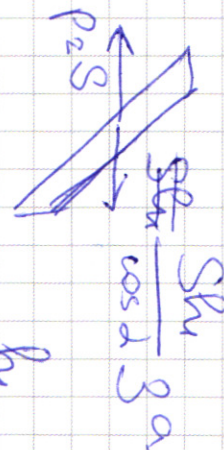
$$\frac{10}{47} \frac{m}{m} = \frac{10}{47} \frac{m}{m}$$

$$N = N$$

$$\frac{V_0}{V_B} = \frac{m}{m-m} = \frac{10}{47} \frac{m}{m}$$

$$\frac{m}{m-m} \cdot \frac{g_0}{g_0} = \frac{m}{m-m} \cdot \frac{g_0}{g_0} = \frac{10}{47} \frac{m}{m} = \frac{1000}{47}$$

$$P_2 = \frac{F_u}{\cos \alpha} \cdot g_a$$



↑