

Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Класс 10

Вариант 10-02

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вло

1. Гайку бросают с вышки со скоростью $V_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. В полете гайка все время приближалась к горизонтальной поверхности Земли и упала на нее со скоростью $2V_0$.

- 1) Найти вертикальную компоненту скорости гайки при падении на Землю.
- 2) Найти время полета гайки.
- 3) С какой высоты была брошена гайка?

Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

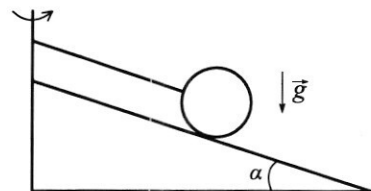
2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 2m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ .



- 1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?
- 2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?
- 3) За какое время человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F ($F > F_0$) к канату?

3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

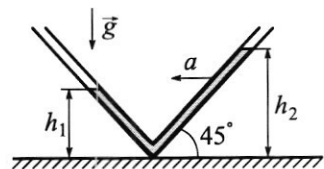
- 1) Найти силу давления шара на клин, если система покоится.
- 2) Найти силу давления шара на клин, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.



4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^\circ$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении с ускорением $a = 4$ м/с² уровень масла в одном из колен трубки устанавливается на высоте $h_1 = 10$ см.

- 1) На какой высоте h_2 установится уровень масла в другом колене?
- 2) С какой скоростью V будет двигаться жидкость в трубке относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет») и когда уровни масла будут находиться на одинаковой высоте?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Действие сил трения пренебрежимо мало.



5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 27°C и давлении $P = 3,55 \cdot 10^3$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

- 1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.
- 2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 5,6$ раза.

Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см³, $\mu = 18$ г/моль.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

В момент остановки масса воды в левом колене была $m \cdot \frac{h_1 \cdot \sin \alpha}{(h_1 + h_2) \cdot \sin \alpha} = \frac{h_1}{h_1 + h_2} m$, а в правом, аналогично, $\frac{h_2}{h_1 + h_2} m$. Значит, потенциальная энергия воды (масла, цпвипице) была

$$U_1 = \frac{m h_1}{h_1 + h_2} g \frac{h_1}{2} + \frac{m h_2}{h_1 + h_2} g \frac{h_2}{2} = \frac{m g}{h_1 + h_2} \frac{(h_1^2 + h_2^2)}{2}. \text{ Когда жидкость была на одинаково-}$$

вых уровнях, ее пот. энергия U_2 была $\frac{m}{2} g \frac{h}{2} \cdot 2$, где $h = \frac{h_1 + h_2}{2}$.

(ибо $U_2 = \frac{m h}{h + h} g \frac{h}{2} + \frac{m h}{h + h} g \frac{h}{2} = \frac{m g h}{2}$). Значит, $U_1 = U_2 + \frac{m u^2}{2}$, где u — скорость жидкости ($\Rightarrow$)

$$\Rightarrow \frac{m}{2} g \frac{h_1^2 + h_2^2}{h_1 + h_2} = \frac{m}{2} g h + \frac{m}{2} u^2 \Rightarrow u = \sqrt{g \left(\frac{h_1^2 + h_2^2}{h_1 + h_2} - \frac{h_1 + h_2}{2} \right)} = \sqrt{g \frac{2h_1^2 + 2h_2^2 - h_1^2 - h_2^2 - 2h_1 h_2}{2(h_1 + h_2)}} =$$

$$= \sqrt{g \frac{(h_1 - h_2)^2}{2(h_1 + h_2)}} = \sqrt{\frac{g}{2}} \cdot \sqrt{\frac{(h_1 - h_2)^2}{h_1 + \frac{g-a}{g-a} h_1}} = \sqrt{\frac{g h_1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\left(\frac{2a}{g-a}\right)^2}{\left(\frac{2g}{g-a}\right)}} = \sqrt{\frac{g h_1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{2a^2}{g(g-a)}} =$$

$$= a \sqrt{\frac{h_1}{g-a}}. \text{ Ответ: } u = a \sqrt{\frac{h_1}{g-a}}$$

Задача 15.

1) Согласно закону Клаузиуса-Менделеева,
 $pV = \frac{m}{M} RT \Leftrightarrow \rho_p = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT}$. К сожалению, я

не знаю, чему численно равно R , равно как и чему соответствует 0° по шкале Кельвина, поэтому не могу дать числового ответа. Но величина α — отношение объема пара к плотности пара к плотности воды, равно $\alpha = \frac{pM}{RT\rho}$. Ответ: $\alpha = \frac{pM}{RT\rho}$

2) Пусть изначально масса пара была m . Когда объем увеличился в γ раз, масса тоже увеличилась в γ раз. Значит, она стала равна $\frac{m}{\delta}$, а масса воды $-\frac{1+\gamma}{\delta} m$. Объем пара будет равен $\rho_p \frac{m}{\delta}$, объем воды $-\rho \frac{1+\gamma}{\delta} m$. Их отношение равно $\frac{\rho_p}{\rho(1+\gamma)} = \frac{\alpha}{\delta-1}$.
Ответ: $\frac{\alpha}{\delta-1}$

2). Если $\omega > 0$, $P = m \cos \alpha (g - \omega^2 (L+R) \sin \alpha)$

Ответ: $P = m \cos \alpha (g - \omega^2 (R+L) \sin \alpha)$

Задача 4ч.

1) Перейдем в неинерциальную систему отсчета, связанную с трубкой:
в ней будет на каждую молекулу жидкости действовать сила $\vec{m}\vec{a}$. Но на каждую молекулу так же действует сила $\vec{m}\vec{g}$ (m — масса молекулы). Введем величину $\vec{g}' = \vec{g} - \vec{a}$, и скажем, что пусть на систему не действуют сила тяжести и сила инерции, а действует новая сила тяжести, создаваемая ускорением свободного падения $\vec{g}'$.

Тогда жидкость в трубках расположится $\perp \vec{g}'$. Найдем угол α , который поверхность жидкости будет составлять с правым коленом сифона.

Пусть угол, который $\vec{g}'$ составляет с горизонтом равен β .

Тогда $g' \cos \beta = a$, $g' \sin \beta = g \Rightarrow \tan \beta = \frac{g}{a}$, $\beta =$

$= \arctg(\frac{g}{a})$. Тогда $\vec{g}'$ образует с правым коленом сифона угол $\gamma = 180^\circ - 45^\circ - \beta$.

А прямая, $\perp \vec{g}'$, составляет с правым коленом угол $\alpha = 90^\circ - \gamma = 90^\circ - 180^\circ + 45^\circ + \beta = \beta - 45^\circ$.

Пусть левое колено заполнено на l_1 , правое — на l_2 .

Тогда, $h_1 = l_1 \cdot \sin 45^\circ = h_1$,

$l_2 \cdot \sin 45^\circ = h_2$,

$\frac{l_1}{l_2} = \tan \alpha \Leftrightarrow l_2 = l_1 \cdot \cotg \alpha \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{h_1}{\sin 45^\circ} = \frac{h_2}{\sin 45^\circ} \cdot \cotg \alpha \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow h_2 = h_1 \cdot \cotg(\arctg(\frac{g}{a}) - \frac{\pi}{4})$. $\tan(x \pm y) = \frac{\tan(x) \pm \tan(y)}{\tan(x)\tan(y) \pm 1}$. Подставим $\arctg(\frac{g}{a})$

вместо x и $\frac{\pi}{4}$ вместо y : $\tan(\arctg(\frac{g}{a}) - \frac{\pi}{4}) = \frac{\tan(\arctg(\frac{g}{a})) - \tan(\frac{\pi}{4})}{\tan(\arctg(\frac{g}{a}))\tan(\frac{\pi}{4}) + 1} =$

$= \frac{\frac{g}{a} - 1}{\frac{g}{a} + 1} = \frac{g-a}{g+a}$. Значит, $h_2 = \frac{h_1}{\tan(\arctg(\frac{g}{a}) - \frac{\pi}{4})} =$

$= \frac{h_1 (g+a)}{(g-a)}$. То есть, если $a > g$, вся вода перевернется в правое колено:

1) Ответ: $h_1, \frac{g+a}{g-a}$

2) Запишем закон сохранения энергии: кинетическая энергия воды, текущей со скоростью u и общей массой m равна, очевидно, $\frac{mu^2}{2}$.

3) Когда жидкость в обеих трубках будет на одной высоте, высота эта будет $h_1 + h_2$. Это очевидно, т.к. длина заполненного участка трубки постоянна и равна объему жидкости: на площадь сечения и равна $\frac{h_1 + h_2}{\sin \alpha}$ ($\alpha = 45^\circ$)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.1. Дабы разрешить эту шараду надлежащим образом, нам предстоит изобрести составить вычислительный бюджет. Но из всего, искусственный в естествознании ~~то~~ для себя ~~сам~~ отметит, что предмет любой, падающий или взмывающий вверх в преверии островецкого падения, за пропорциональные отрезки времени преодолевает пропорциональные расстояния. Обладательный пытливого не может не отметить, что в таком случае объект оный имеет неизменную горизонтальную составляющую скорости, так же скоростью уменьшится.

Обозначим иппет (или же, в угоду достопочтенному читателю, скорость) латинской буквой с индексом цифрирным — v_0 . Будучи брошенным под углом, составляющим сто двадцатую часть круга, тело будет иметь горизонтальный иппет v_x такий, что его отношение к иппету общему будет равно отношению сторон, образующих угол, что составляет сто двадцатую окружности, в треугольнике, иной угол которого прямой есть. И в угоду уважения ко времени читателя, не оставим его бродить в дебрях запутанных определений, а сообщим, что v_x — суть решение цифрири.

$\frac{v_x}{v_0} = \cos \alpha$, где α , в свою очередь, является углом в 30° или же одной сто двадцатой полного круга. Однако тригонометрическая форма косинуса, будучи к такому углу применена обратится в половину корня из тройки. Читателю, более привыкшему к иной форме записи, будет приятно узреть следующее выражение: $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Стало быть, v_x равняется следующему половине корня из трех, произведению с иппетом общим: $v_x = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0$. В момент падения иппет горизонтальный неизменен будет и все так же v_x будет равен. Пусть иппет вертикальный равен v_y . Известно, что иппет полный обратится в удвоенный иппет ипачальный, или же в $2v_0$.

Обратимся к учению Пифагора о треугольниках и отметим, что квадрат вертикального иппета будучи сложив с квадратом горизонтальной составляющей иппета даст иппет полный. Встает лишь решить очередную цифриру:

$$v_x^2 + v_y^2 = (2v_0)^2, \text{ что равносильно цифрири такой:}$$

$$v_y^2 = 4v_0^2 - \frac{3}{4}v_0^2, \text{ или же } v_y = \frac{\sqrt{13}}{2}v_0. \sqrt{13} \approx 3,605, \text{ стало быть } v_y \approx 1,80 v_0 =$$

$$= 18 \text{ метров в одну секунду.}$$

1) Ответ: 18 м/с

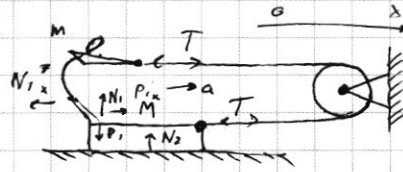
2) Очевидно, что ипачально скорость гайки бы была направлена вниз, то есть вертикальная составляющая v_0 была направлена к земле. Найдём $v_y(t)$ — вертикальную составляющую скорости в зависимости от времени. Очевидно, что $v_y(t) = v_0 \sin \alpha + gt$ (оно направлено вниз). Тогда $v_0 \sin 30^\circ + gt = \frac{\sqrt{13}}{2} v_0$ ($\Rightarrow$) $gt = \frac{\sqrt{13}-1}{2} v_0 \Rightarrow t = \frac{\sqrt{13}-1}{2} \frac{v_0}{g} \approx 1,3 \text{ с.}$ Ответ: $\sim 1,3 \text{ с.}$

3). Чтобы найти высоту, с которой упала гайка, проще всего записать закон сохранения энергии: $mgH + \frac{mv_0^2}{2} = \frac{m(2v_0)^2}{2} \Leftrightarrow 2gH = 4v_0^2 - v_0^2 \Leftrightarrow H = \frac{3}{2} \frac{v_0^2}{g} = 15 \text{ (м)}$.

Ответ: 15 м.

(P.S. первый пункт в моем решении - место за необходимость избежать корень из 13 без калькулятора).

Задача 12.



1) На человека в вертикальной плоскости действуют только силы mg и N_1 , где N_1 - сила реакции опоры. Т.к. он не движется по вертикали, $N_1 = mg$. Но $N_1 = P_1$ - весу человека. Значит $P_1 = mg$. Тогда, на платформу действуют по вертикали силы P_1 , Mg и N_2 - сила реакции пола. Т.к. платформа не движется по вертикали, $N_2 = Mg + P_1 = Mg + N_1 = Mg + mg = (M+m)g = 3mg$. На платформу действует по горизонтали сила $P_1 = N_2 = 3mg$.

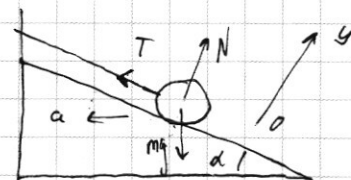
Ответ: $3mg$.

2) Максимальная сила Пусть ящик движется с ускорением a к стенке. Тогда, пусть в горизонтальной плоскости на человека со стороны ящика действует сила N_{1x} , а на ящик - P_{1x} . Запишем для человека 2-й закон Ньютона в проекции на Ox : $T - N_{1x} = ma$. На ящик по горизонтали действуют силы $P_{1x} = N_{1x}$, T и $F_{тр} = \mu N_2 = 3\mu mg$. Тогда, по 3-му закону Ньютона, $T + P_{1x} - F_{тр} = Ma$. $P_{1x} = N_{1x} = T - ma$, значит, $T + T - ma - F_{тр} = Ma \Leftrightarrow 2T = (M+m)a + 3\mu mg \Leftrightarrow T = \frac{3\mu mg}{2} + \frac{(M+m)a}{2}$. Если конструкция начала двигаться, то $a > 0$, $\Rightarrow T > \frac{3}{2}\mu mg$, но $T = F$, с которой человек тянет канат (по 3-му закону Ньютона, сила, с которой канат действует на человека равна силе, с которой человек действует на канат). Так что $F_0 = \frac{3}{2}\mu mg$.

Ответ: $F_0 \geq \frac{3}{2}\mu mg$

3) $2T = 3ma + 3\mu mg \Leftrightarrow a = \frac{2T}{3m} - \mu g = \frac{2F}{3m} - \mu g$. Если за время t ящик и человек преодолеют расстояние S , $S = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{2S \cdot 2}{\frac{2F}{3m} - \mu g}}$

Ответ: $t = \sqrt{\frac{2S}{\frac{2F}{3m} - \mu g}}$



Задача 13.

На шар действуют 3 силы: $\vec{T}$, $\vec{N}$ и $\vec{mg}$. Спроектируем 2-й закон Ньютона на ось $\vec{N}$.

Проекция $\vec{T}$ равна 0, проекция $\vec{mg}$ - $mg \cos \alpha$, проекция $\vec{N}$ - N . Проекция центростремительного ускорения $\vec{a}$ - $a \cdot \sin \alpha$.

Тогда, по 2-му закону Ньютона, $-mg \cos \alpha + N = -ma \sin \alpha \Rightarrow N = mg \cos \alpha - ma \sin \alpha$.

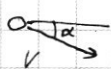
Т.к. шар движется по окружности радиуса $d = (L+R) \cos \alpha$, а $a = \omega^2 d$. Значит, $N = m \cos \alpha (g - \omega^2 (L+R) \sin \alpha)$. Но по третьему 2-му закону Ньютона сила давления шара на клин равна $P = N$.

1) Если $\omega = 0$, $P = m \cos \alpha (g - 0^2 \cdot (L+R) \sin \alpha) = mg \cos \alpha$

Ответ: $mg \cos \alpha$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. Описание ир



$\tan(\alpha + \beta)$

$$\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} =$$

$$\frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}{\sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \cos \beta} =$$

$$= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{\tan \alpha \tan \beta - 1}$$

$$v_x = \frac{\sqrt{3}}{2} V$$

$$v_y = \frac{V}{2} + gt$$

$$\frac{3V^2}{4} + \frac{V^2}{4} + Vgt + g^2 t^2 = 4V^2$$

$$Vgt + g^2 t^2 = 3V^2$$

$$3V^2 - Vgt + \left(\frac{\sqrt{3}}{6} Vgt\right)^2 =$$

$$g + g - g = 2g, \left(\sqrt{3}V - \frac{\sqrt{3}}{6} Vgt\right)^2 = 3V^2 - Vgt + \frac{g^2 t^2}{12}$$

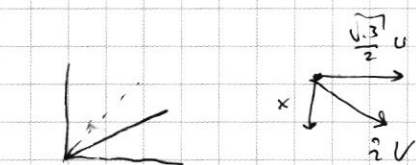
$$\frac{13}{12} g^2 t^2 = \left(\sqrt{3}V - \frac{\sqrt{3}}{6} Vgt\right)^2$$

$$\sqrt{\frac{13}{12}} g t = \sqrt{3}V - \frac{\sqrt{3}}{6} Vgt$$

$$\frac{\sqrt{13}}{6} Vgt = V - \frac{1}{6} Vgt$$

$$v = \frac{\sqrt{13} + 1}{6} Vgt$$

$$(\sqrt{13} + 1)^2 = 13 + 1 + 2\sqrt{13}$$



$$g \frac{(h_1 - h_2)^2}{2(h_1 + h_2)}$$

$$h_2 = \frac{g+a}{g-a} h_1$$

$$vV = \frac{3}{4} V^2 + v_x^2$$

$$\frac{13}{4} V^2 = v_x^2$$

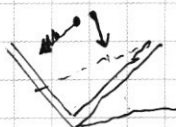
$$v_x = \frac{\sqrt{13}}{2} V$$

$$v_x = \frac{V}{2} + gt$$

$$\sqrt{13} \frac{V}{2} = \frac{V}{2} + gt$$

$$gt = \frac{\sqrt{13} - 1}{2} V$$

$$t = \frac{\sqrt{13} - 1}{2g} V$$



Евклид

$$\begin{array}{r} 2,605 \overline{) 1,3015} \\ \underline{1,3015} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 3,605 \\ 3,605 \\ \hline 18025 \\ 21630 \\ 10815 \\ \hline 12,996025 \end{array}$$

$$13,0321$$

$$\begin{array}{r} 3,605 \overline{) 1,80} \\ \underline{1,80} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{\sqrt{13} + 1}{12} Vgt + \frac{12}{12} Vgt = \frac{\sqrt{13} + 13}{12} Vgt$$

$$\begin{array}{r} \times 3,61 \\ 3,61 \\ \hline 2166 \\ 1083 \\ \hline 13,340 \\ 3,75 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 3,6 \\ 3,6 \\ \hline 216 \\ 108 \\ \hline 12,96 \end{array}$$

9

9

3

25

16

4

-3,5

2

3,5

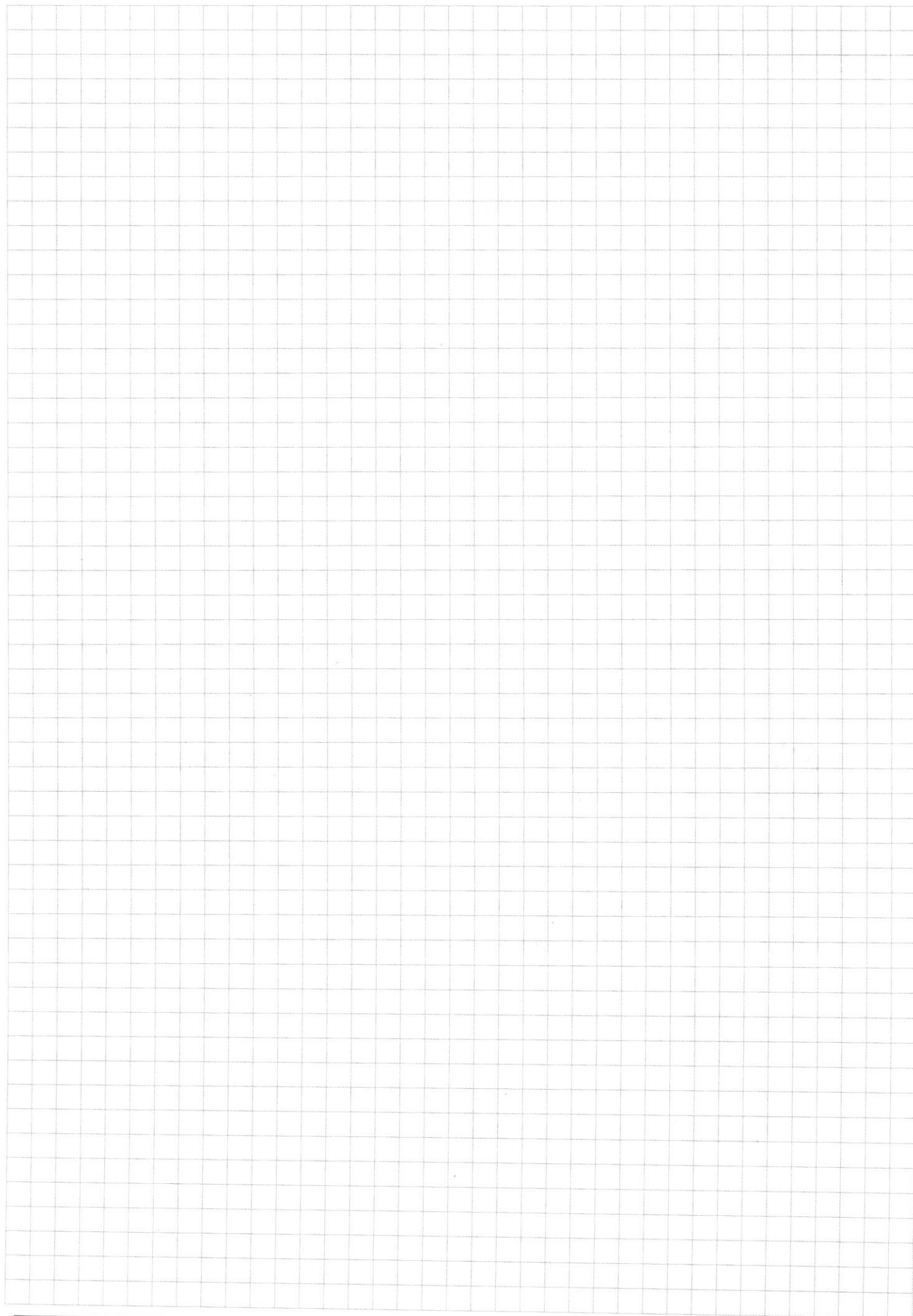
3,5

175

105

12,25

4



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



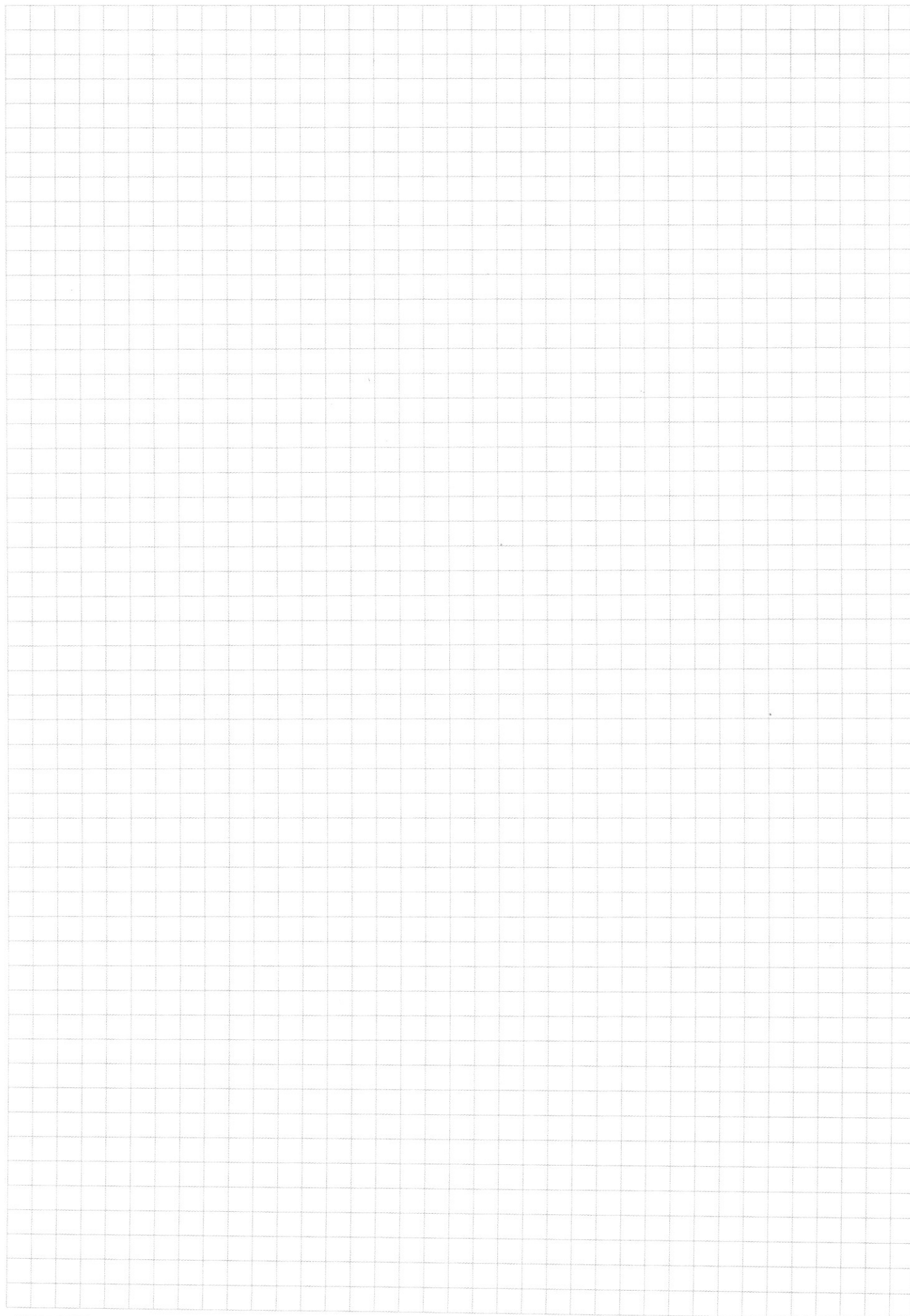
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № ____
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



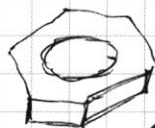
$$v_x = v_0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$v_y = \frac{v_0}{2} + g t$$

t

$$\frac{3}{4} v_0^2 + \frac{v_0^2}{4} + v_0 g t + g^2 t^2 = \frac{1}{2} v_0^2$$

$$v_0 g t + g^2 t^2 = 3 v_0^2$$



$$\left(\sqrt{3} v_0 + \frac{\sqrt{3}}{6} g t \right)^2 =$$

=

