

Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Класс 10

Вариант 10-02

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вло

1. Гайку бросают с вышки со скоростью $V_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. В полете гайка все время приближалась к горизонтальной поверхности Земли и упала на нее со скоростью $2V_0$.

1) Найти вертикальную компоненту скорости гайки при падении на Землю.

2) Найти время полета гайки.

3) С какой высоты была брошена гайка?

Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 2m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ .



1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?

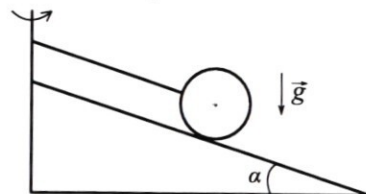
2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?

3) За какое время человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F ($F > F_0$) к канату?

3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

1) Найти силу давления шара на клин, если система покоится.

2) Найти силу давления шара на клин, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.

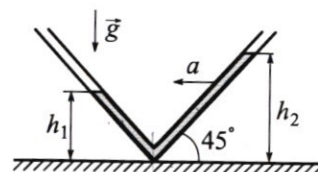


4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^\circ$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении с ускорением $a = 4$ м/с² уровень масла в одном из колен трубки устанавливается на высоте $h_1 = 10$ см.

1) На какой высоте h_2 установится уровень масла в другом колене?

2) С какой скоростью V будет двигаться жидкость в трубке относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет») и когда уровни масла будут находиться на одинаковой высоте?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Действие сил трения пренебрежимо мало.



5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 27°C и давлении $P = 3,55 \cdot 10^3$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.

2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 5,6$ раза.

Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см³, $\mu = 18$ г/моль.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~ 1

Дано:

$$v_0 = 10 \text{ м/с}$$

$$v = 2v_0$$

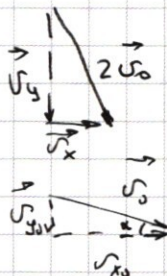
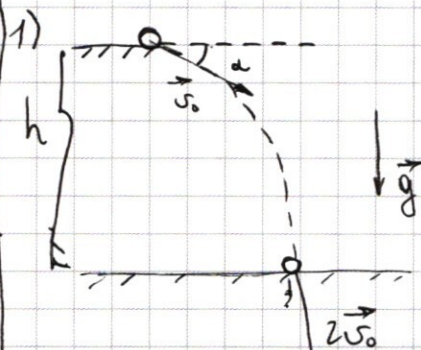
$$\alpha = 30^\circ$$

$$1) v_y - ?$$

$$2) t - ?$$

$$3) h - ?$$

Решение



$$v_0 = \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2}$$

по скорости

$$v_{x0} = \text{const}, \text{ мкс} - \text{мс} \quad v_x = v_{x0}$$

$$v_{x0} = v_0 \cdot \cos \alpha$$

$$2v_0 = \sqrt{v_y^2 + v_x^2}$$

$$4v_0^2 = v_y^2 + v_{x0}^2$$

$$v_y = \sqrt{4v_0^2 - v_{x0}^2} = \sqrt{4v_0^2 - v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} =$$

$$= v_0 \sqrt{4 - \frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2} \cdot v_0 = 5\sqrt{13} \text{ (м/с)} \approx 17 \text{ м/с}$$

$$9 < 13 < 16$$

$$3 < \sqrt{13} < 4$$

$$1,5 < \frac{\sqrt{13}}{2} < 2$$

$$15 < 5\sqrt{13} < 20$$

Ответ: 17 м/с; 15 м; 1 с

$$3) h = \frac{v^2 - v_0^2}{2g} = \frac{4v_0^2 - v_0^2}{2g} = \frac{3v_0^2}{2g}$$

$$= \frac{3 \cdot 100}{2 \cdot 10} = 15 \text{ м}$$

$$2) h = v_0 t + \frac{g t^2}{2}$$

$$15 = 10t + 5t^2$$

$$t^2 + 2t - 3 = 0$$

$$t = 1 \text{ с}$$

$t = -3 \text{ с}$ - не подходит по смыслу

$$t = 1 \text{ с}$$

Дано:

Решение:

m
 $M = 2m$

S

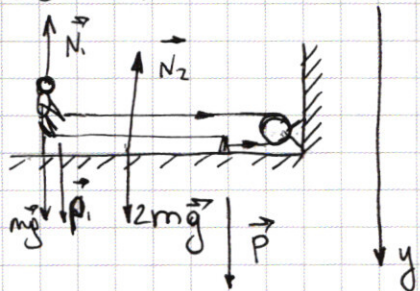
μ
 $F (F > F_0)$

$P - ?$

$F_0 - ?$

~~F~~ ~~F_0~~ $?$

$t - ?$

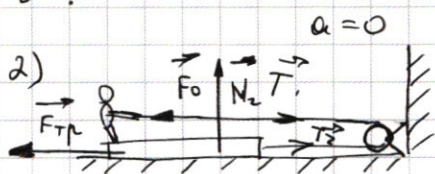


1) запишем проекции всех сил на ось Oy для человека и блока:

$$\begin{cases} mg - N_1 = 0 \\ 2mg + P_1 - N_2 = 0 \\ P_1 = N \\ N_2 = P \end{cases} \text{ - по 3-му закону Ньютона}$$

$$P = 2mg + mg = N_2$$

$$P = 3mg$$



т.к. F_0 - минимальная сила, то

система движется равномерно, т.е. $a = 0$

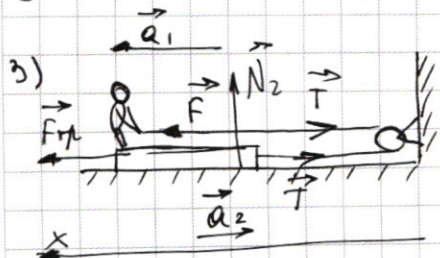
т.к. нить однородна и нерастяжима, то

$$T_1 = T_2 = T$$

запишем проекции сил на ось Ox для человека и блока

$$\begin{cases} F_0 - T = 0 \\ F_{тр} - T = 0 \\ F_{тр} = \mu N_2 \text{ - по определению} \end{cases} \Rightarrow F_0 = \mu N_2$$

$$F_0 = 3\mu mg$$

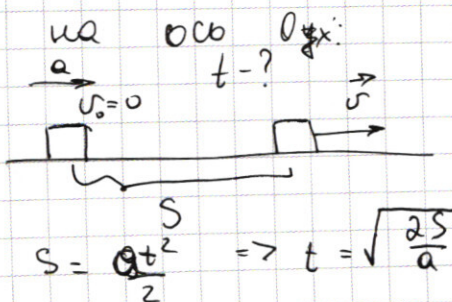


т.к. нить однородна и нерастяжима,

$$a_1 = a_2 = a$$

запишем проекции сил на ось Ox :

$$\begin{cases} F - T = ma \\ -T + F_{тр} = -3ma \\ F_{тр} = 3\mu mg \\ t = \sqrt{\frac{2S}{a}} \end{cases}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} F - T = ma \\ F_{\text{т}} - T = -3ma \\ F_{\text{т}} = 3\mu mg \\ t = \sqrt{\frac{2S}{a}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T = F - ma \\ 3\mu mg - (F - ma) = -3ma \\ t = \sqrt{\frac{2S}{a}} \end{cases} \xrightarrow{\sim 2} \begin{cases} 3\mu mg - F + ma = -3ma \\ t = \sqrt{\frac{2S}{a}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F - 3\mu mg = 4ma \\ t = \sqrt{\frac{2S}{a}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{F - 3\mu mg}{4m} \\ t = \sqrt{\frac{2S}{a}} \end{cases} \Leftrightarrow$$

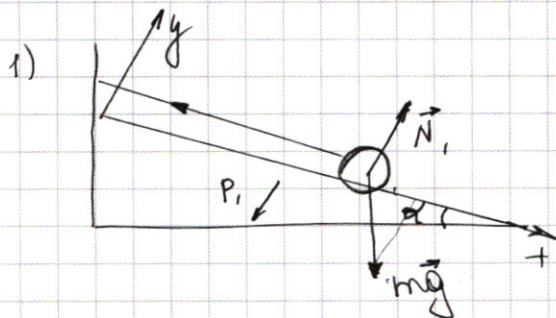
$$\Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2S \cdot 4m}{F - 3\mu mg}}$$

$$t = \sqrt{\frac{8mS}{F - 3\mu mg}}$$

Ответ: 1) $P = 3mg$; 2) $F_0 = 3\mu mg$; 3) $t = \sqrt{\frac{8mS}{F - 3\mu mg}}$

Дано: Решение:

m
 R
 α
 ω



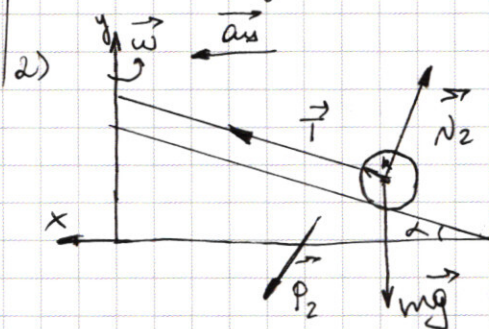
запишем проекции сил на ось Oy :

$$\begin{cases} N_1 - mg \cdot \cos \alpha = 0 \\ P_1 = N_1 - \text{по 3}^{\text{ему}} \text{ закону Ньютона} \end{cases}$$

$P_1 = ?$

$$P_1 = mg \cdot \cos \alpha$$

$P_2 = ?$



запишем проекции сил на координатные оси и доп.

уравнение с учетом R :

$$Oy: T \cdot \sin \alpha + N_2 \cdot \cos \alpha - mg = 0$$

$$Ox: T \cdot \cos \alpha - N_2 \cdot \sin \alpha = m a_y$$

$$a_y = \omega^2 (L + R) \cdot \cos \alpha$$

$$P_2 = N_2 - \text{по 3}^{\text{ему}} \text{ закону Ньютона}$$

т.к. систему раскручивают относительно оси Oy , то вектор ускорения направлен оси Ox ,

с-но, с учетом радиуса шара

R -ные отн. центра масс шара до оси Oy : $(L + R) \cdot \cos \alpha$

$$T = \frac{mg - N_2 \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\frac{mg - N_2 \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot \cos \alpha - N_2 \cdot \sin \alpha = m \omega^2 (L + R) \cdot \cos \alpha$$

$$mg \cdot \operatorname{ctg} \alpha - N_2 \cdot \operatorname{ctg} \alpha \cdot \cos \alpha - N_2 \cdot \sin \alpha = m \omega^2 (L + R) \cdot \cos \alpha$$

$$N_2 (\operatorname{ctg} \alpha \cdot \cos \alpha + \sin \alpha) = m (g \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \omega^2 (L + R) \cdot \cos \alpha)$$

$$N_2 = \frac{m (g \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \omega^2 (L + R) \cdot \cos \alpha)}{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \cos \alpha + \sin \alpha}$$

$$\text{Ответ: } 1) P_1 = mg \cdot \cos \alpha \quad 2) P_2 = N_2 = \frac{m (g \cdot \operatorname{ctg} \alpha - \omega^2 (L + R) \cdot \cos \alpha)}{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \cos \alpha + \sin \alpha}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

Дано:

$$T = 300 \text{ K}$$

$$P = 3,55 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

$$T = \text{const}$$

$$\gamma = 5,6$$

$$\rho_B = 1^2 / \text{см}^3$$

$$\mu = 18^2 / \text{моль}$$

$$1) \frac{P_{\text{пар}}}{P_B} - ?$$

$$2) \frac{V_{\text{пар}}}{V_B} - ?$$

Решение:

1) по условию под поршнем находится
насыщенный пар, а-но, $P_0 = P_{\text{нас}}$ и $\varphi = 100\%$,
т.е. $P_{\text{пар}} = P_{\text{нас}}$
при изотермическом процессе конденсируется
вода и давление паров не меняется.

$$P_{\text{нас}} \cdot V_0 = \nu_0 R T$$

$$P_{\text{нас}} \cdot V_2 = \nu_2 R T, \text{ где } V_0 \text{ и } \nu_0 \text{ начальные}$$

параметры; V_2 и ν_2 - конечные

$$P_{\text{нас}} \frac{m_2}{\mu} = \frac{m_2}{\mu} R T$$

$$\rho_{\text{нас}} = \frac{P_{\text{нас}} \cdot \mu}{R T}$$

$$\frac{P_{\text{пар}}}{P_B} = \frac{P_{\text{нас}}}{P_B} = \frac{P_{\text{нас}} \cdot \mu}{R T \cdot P_B} =$$

$$= \frac{3,55 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot 18^2 / \text{моль}}{8,31 \cdot 300 \text{ K} \cdot 1} = \frac{21300}{831} \approx 25,6$$

$$2) \gamma = \frac{V_0}{V_2}$$

$$V_2 = \frac{V_0}{\gamma} \cdot \rho_{\text{нас}}$$

$$m_2 = \frac{m_0}{\gamma} \cdot \mu$$

$$\nu_2 = \frac{\nu_0}{\gamma}$$

$$\nu_0 = \nu_2 + \nu_B \rightarrow \nu_B = \nu_0 - \nu_2 = \nu_0 - \frac{\nu_0}{\gamma} = \nu_0 \cdot \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

$$\frac{V_{\text{нара}}}{V_{\text{дога}}} = \frac{m_{\text{нара}} \cdot \rho_B}{\rho_{\text{нара}} \cdot m_B} = \frac{\mu \cdot V_{\text{нара}} \cdot \rho_B}{\rho_{\text{нара}} \cdot \mu \cdot V_B} = \frac{V_2 \cdot \rho_B}{\rho_{\text{нас}} \cdot V_B} =$$

$$= \frac{V_0 \cdot \rho_B \cdot \gamma}{\gamma \cdot \rho_{\text{нас}} \cdot V_0 (\gamma - 1)} = \frac{\rho_B}{\rho_{\text{нас}} \cdot (\gamma - 1)} \quad \text{или } 1881$$

$$\frac{V_{\text{нара}}}{V_B} = \frac{831}{21300(5,6 - 1)} = \frac{8,31}{21300 \cdot 4,6} = \frac{831}{2130 \cdot 46} =$$

$$= \frac{831}{97980} \approx 0,009$$

Ответ: 1) 25,6 ; 2) 0,009

~4

Дано:

$$\alpha = 45^\circ$$

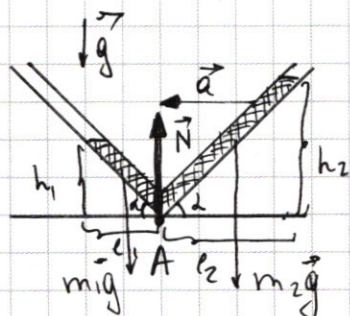
$$a = 4 \text{ м/с}^2$$

$$h_1 = 10 \text{ см}$$

$$h_2 = ?$$

$$\gamma = ?$$

Решение:



1) т.к. уровни уже установились, то можно поставить ^{точку} перегородку в изгибе трубки и ничего не изменится, тогда в

левом колене масса масса m_1 ,

а в правом m_2 и

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{h_1}{h_2} \Rightarrow m_1 = \frac{h_1}{h_2} \cdot m_2$$

т.к. $\alpha = 45^\circ$, то $l_1 = h_1 = 10 \text{ см}$; $l_2 = h_2$ (р/б н/у треугольника)

запишем уравнение моментов отн. точки А

$$m_1 g \frac{h_1}{2} + (m_1 + m_2) a \cdot \frac{h_1 + h_2}{2} - m_2 g \frac{h_2}{2} = 0$$



движение центра масс

$$m_2 g \frac{h_1^2}{2h_2} + m_2 a \frac{(h_1 + h_2)^2}{2h_2} - m_2 g \frac{h_2}{2} = 0 \quad | \cdot \frac{2 \cdot h_2}{m_2}$$

$$g h_1^2 + a (h_1 + h_2)^2 - g h_2^2 = 0$$

$$g h_1^2 + a h_1^2 + 2 a h_1 h_2 + a h_2^2 - g h_2^2 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$h_2^2 (g - a) - 2 a h_1 h_2 - h_1^2 (g + a) = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$h_2^2 (g-a) - 2ah_1 \cdot h_2 - h_1^2 (g+a) = 0$$

$$\frac{D}{4} = a^2 h_1^2 + h_1^2 (g^2 - a^2) = h_1^2 g^2$$

$$h_2 = \frac{ah_1 \pm h_1 g}{g-a} = \frac{h_1 (a \pm g)}{g-a}$$

по условию $h_2 > h_1$, а-но, $h_2 = h_1 \cdot \frac{a+g}{-a+g} =$

$$= 10 \text{ см} \cdot \frac{4+10}{10-4} = \frac{140}{6} \text{ см} \approx 23,3 \text{ см}$$

2) при «незаконном» ускорении, когда в трубках
уровень масла выравнивается, то $h = \frac{h_1 + h_2}{2} = \frac{10 + 23,3}{2} = 16,65 \text{ см}$

и когда трубка двигалась, то жидкость относительно
нее покоилась, а-но, $v_0 = 0$

до того, как уровень масла стал одинаковым

~~жидкость вылилась из трубки~~

~~и~~

жидкость опустилась на высоту $\Delta h = h_2 - h = 23,3 \text{ см} - 16,65 \text{ см} =$
 $= 6,65 \text{ см}$, а-но найдём вертикальную составляющую
скорости:

$$\Delta h = \frac{v_x^2 - v_y^2}{2g} = \frac{v_y^2}{2g} \Rightarrow v_y = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 6,65 \cdot 9,01} \approx 1,3 \text{ м/с}$$

3
жидкость может двигаться только вдоль трубки, следовательно, чтобы найти скорость ~~жидкости~~ относительно трубки, нужно вертикальную составляющую скорости разделить на $\sin \alpha$

$$v = \frac{v_y}{\sin \alpha} = \frac{v_{\text{ч}}}{\sin 45^\circ} = \frac{12,3 \cdot 2}{\sqrt{2}} \approx \cancel{23,3} 1,8 \text{ м/с}$$

Ответ: $v_{\text{ж}} = 23,3 \text{ м/с}$; $v = 1,8 \text{ м/с}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$m_1 g \frac{h_1}{2} + (m_1 + m_2) a \frac{h_1 + h_2}{2} - m_2 g \frac{h_2}{2} = 0$$

$$\frac{m_1}{m_2} \geq \frac{h_1}{h_2} \quad \Rightarrow \quad m_1 = \frac{h_1}{h_2} \cdot m_2$$

$$\frac{h_1^2}{2h_2} g + a \frac{(h_1 + h_2)^2}{2h_2} - g \frac{h_2}{2} = 0$$

$$h_1^2 g + a(h_1 + h_2)^2 - g h_2^2 = 0$$

$$(a + g) h_1^2 + 2a h_1 h_2 + h_2^2 (a - g) = 0$$

$$h_2^2 (g - a) - 2a h_1 h_2 - (a + g) h_1^2 = 0$$

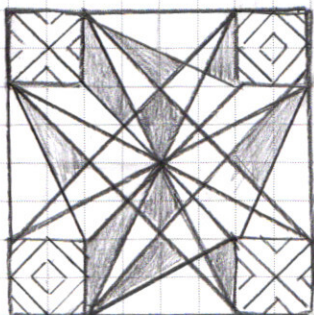
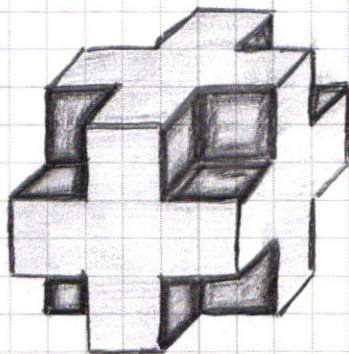
$$\frac{D}{4} = a^2 h_1^2 + (g - a)(a + g) h_1^2 = g^2 h_1^2$$

$$h_2 = \frac{a h_1 \pm g h_1}{g - a}$$

$$h_2 > 0$$

$$h_2 = h_1 \cdot \frac{a + g}{g - a} = \frac{10 \cdot 14}{6} =$$

7 km
It's time to get
ready my
shirt



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$T = 27^{\circ}\text{C} = 300\text{ K}$$

$$P_{\text{нас}} = 3,55 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

$$T = \text{const}$$

$$\uparrow P \quad V \downarrow = \frac{P}{RT}$$

$$P_{\text{нас}} V_{\text{обш}} = V_{\text{обш}} P T$$

$$P_2 V_2 = V_2 P T$$

$$\frac{P_2}{P_{\text{нас}}} = \frac{P_2}{P_{\text{нас}}}$$

$$P_2 = \frac{V_2}{m_2}$$

$$P_{\text{нас}} V$$

$$P_{\text{нас}} \frac{m}{P_{\text{нас}}} = V_{\text{обш}} P T$$

$$P_{\text{нас}} = \frac{P_{\text{нас}} m}{V_{\text{обш}} P T} = \frac{P_{\text{нас}} \mu}{P T}$$

$$\frac{P_{\text{нас}}}{P_0} = \frac{P_{\text{нас}} \cdot \mu}{P T \cdot P_0} = \frac{3,55 \cdot 10^3 \cdot 18}{831 \cdot 300 \cdot 1} =$$

$$\frac{3,55 \cdot 10 \cdot 6}{831}$$

$$\frac{355 \cdot 60}{831}$$

$$\frac{21300}{831}$$

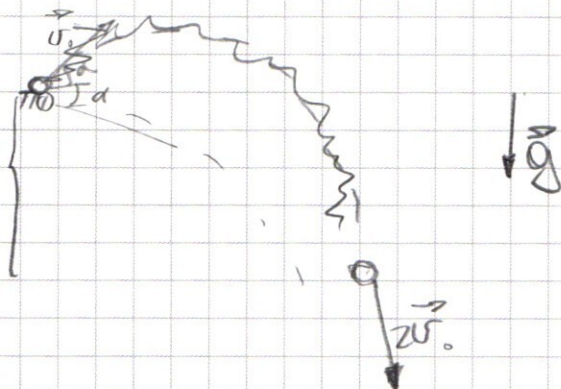
$$42,7$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ 355 \\ \times 20460 \\ \hline 213000 \\ 166200 \\ \hline 46800 \\ -41550 \\ \hline 5250 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8315 \\ 2550 \end{array}$$

$$4000 + 150 + 5 = 4155$$

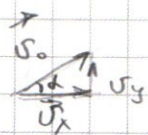
$$\begin{aligned} \mu &= \frac{m}{\mu} \\ m &= \mu \cdot \mu \\ \mu &= \frac{m}{\mu} \\ \mu &= \frac{m}{\mu} \\ \mu &= \frac{m}{\mu} \\ \mu &= \frac{m}{\mu} \end{aligned}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$mgh + \frac{m u_0^2}{2} = \frac{m 4 u_0^2}{2}$$

$$h = \frac{3 u_0^2}{2g} = \frac{3 \cdot 10^2}{2 \cdot 10} = 15 \text{ м}$$



$$u_x = \text{const} = u_0 \cdot \cos \alpha$$

$$u_y = \sqrt{4 u_0^2 - u_0^2 \cos^2 \alpha} =$$

$$= \sqrt{4 u_0^2 - \frac{3}{4} u_0^2} = \sqrt{3 \frac{1}{4} u_0^2} = \frac{\sqrt{12}}{2} \cdot 10$$

$$3 < \sqrt{12} < 4$$

$$\frac{3 \cdot 7}{2} \cdot 10 \approx \frac{37}{2} \approx$$

$$h = u_0 t + \frac{g t^2}{2}$$

$$15 = 10 t + 5 t^2$$

$$t^2 + 2 t - 3 = 0$$

$$\frac{D}{a} = 2$$

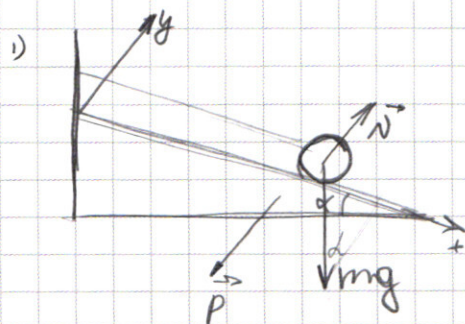
$$t = -1 \pm 2$$

но скорость

$t > 0$

и-то

$t = 1 \text{ с}$

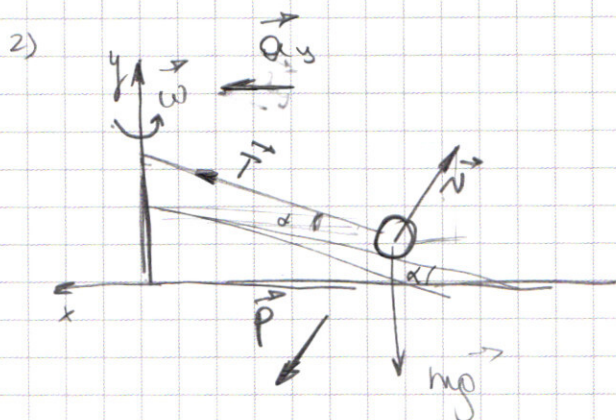


$$N = mg \cdot \cos \alpha$$

$$90 + 36 = 126$$

$$\begin{array}{r} 130 \overline{) 14} \\ - 126 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$2 \cdot 0,9$$



285

$$16,65 - 10 =$$

$$\text{Ox: } T \cos \alpha - N \cdot \sin \alpha = m a_y$$

$$a_y = \omega^2 L \cdot \sin \alpha$$

$$\text{Oy: } N \cos \alpha + T \sin \alpha - mg = 0$$

$$T = \frac{mg - N \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$mg \cdot \cot \alpha - N \cot \alpha \cdot \cos \alpha - N \sin \alpha = m \omega^2 L \cdot \sin \alpha$$

$$N (\cot \alpha \cdot \cos \alpha - \sin \alpha) = m (g \cdot \cot \alpha + \omega^2 L \cdot \sin \alpha)$$

$$P = N = \frac{m (g \cdot \cot \alpha + \omega^2 L \cdot \sin \alpha)}{\cot \alpha \cdot \cos \alpha - \sin \alpha}$$

$$\frac{70}{3} = 23,3$$

$$\begin{array}{r} 70 \overline{) 3} \\ - 6 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \cdot 1 \\ \times 66,5 \\ \hline 133 \end{array}$$

$$\sqrt{133}$$

$$121$$

$$1 < 1$$

$$\begin{array}{r} 33,3 \overline{) 12} \\ - 13 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$\frac{133}{100} = 1,33$$

$$1,33 < 1,5$$