

Олимпиада «Физтех» по физике, с

Вариант 10-02

Класс 10

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Гайку бросают с вышки со скоростью $V_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. В полете гайка все время приближалась к горизонтальной поверхности Земли и упала на нее со скоростью $2V_0$.

1) Найти вертикальную компоненту скорости гайки при падении на Землю.

2) Найти время полета гайки.

3) С какой высоты была брошена гайка?

Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 2m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ .



1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?

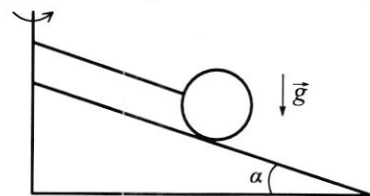
2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?

3) За какое время человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F ($F > F_0$) к канату?

3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

1) Найти силу давления шара на клин, если система покоится.

2) Найти силу давления шара на клин, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.

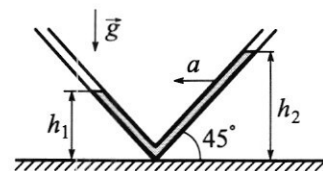


4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^\circ$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении с ускорением $a = 4$ м/с² уровень масла в одном из колен трубки устанавливается на высоте $h_1 = 10$ см.

1) На какой высоте h_2 установится уровень масла в другом колене?

2) С какой скоростью V будет двигаться жидкость в трубке относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет») и когда уровни масла будут находиться на одинаковой высоте?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Действие сил трения пренебрежимо мало.



5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 27°C и давлении $P = 3,55 \cdot 10^3$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.

2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 5,6$ раза.

Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см³, $\mu = 18$ г/моль.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Пусть гайка была брошена с высоты h . Тогда запишем ЗСЭ: $\frac{mV_0^2}{2} + mgh = \frac{m(2V_0)^2}{2} \Leftrightarrow 2gh = 3V_0^2 \Leftrightarrow h = \frac{3V_0^2}{2g} = 15 \text{ м}$

Используя формулу $V_k^2 - V_n^2 = 2aS$ (где V_k - конечная скорость тела, V_n - начальная скорость тела, a - ускорение этого тела и S - перемещение), получаем:

$$(2V_0 \sin \beta)^2 - (V_0 \sin \alpha)^2 = 2gh \Rightarrow 2V_0 \sin \beta = \sqrt{(V_0 \sin \alpha)^2 + 2gh} = \\ = \sqrt{V_0^2 \sin^2 \alpha + 3V_0^2} = V_0 \sqrt{\sin^2 \alpha + 3} = V_0 \cdot \frac{\sqrt{13}}{2} \approx 18 \text{ м/с}$$

Для того, чтобы найти время полёта гайки, решим квадратное уравнение относительно t :

$$h + V_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} = 0 \Leftrightarrow gt^2 - 2V_0 \sin \alpha t - 2h = 0 \Leftrightarrow$$

$$gt^2 - 2V_0 \sin \alpha t - \frac{3V_0^2}{g} = 0 \Rightarrow$$

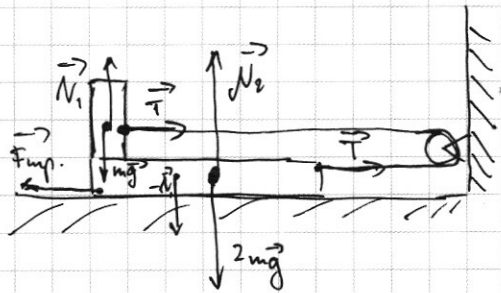
$$t = \frac{2V_0 \sin \alpha \pm \sqrt{4V_0^2 \sin^2 \alpha + 12V_0^2}}{2g} = \frac{V_0 \sin \alpha \pm V_0 \sqrt{\sin^2 \alpha + 3}}{g} =$$

$$= V_0 \cdot \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2g} \quad \text{Корень } t = V_0 \cdot \frac{1 - \sqrt{13}}{2g} \text{ является}$$

$$\text{посторонним} \Rightarrow t = V_0 \cdot \frac{1 + \sqrt{13}}{2g} \approx 2,3 \text{ с}$$

Ответ: 1) вертикальная компонента скорости гайки при падении на ~~в~~ Землю равна $2V_0 \sin \beta \approx 18 \text{ м/с}$; 2) время полёта $t \approx 2,3 \text{ с}$; 3) гайка брошена с высоты $h = 15 \text{ м}$.

№2



Возьмём обозначение сил с рисунка. Тогда $|\vec{P}| = |\vec{N}_2|$.
Второй закон Ньютона для ящика в проекции на вертикаль даёт:

$$N_2 = 2mg + N_1, \text{ где человека: } N_1 = mg \Rightarrow N_2 = 3mg.$$

Далее можно считать, что человек и ящик — единой ~~системой~~ ~~целое~~ ~~системой~~ ~~целое~~. По третьему закону Ньютона

$$|\vec{F}_0| = |\vec{T}| \Rightarrow \text{второй закон Ньютона в проекции на пол даёт: } 2T - F_{\text{пр.}} = 3ma \Leftrightarrow 2F_0 = F_{\text{пр.}} \Leftrightarrow$$

$$F_0 = \frac{\mu N_2}{2} = \frac{3}{2} \mu mg \text{ (в предельном случае } a=0).$$

Воспользуемся формулой $v_k^2 - v_n^2 = 2aS$.

$$(v_n + at)^2 - v_n^2 = 2aS \Leftrightarrow a^2 t^2 - 0^2 = 2aS \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$$

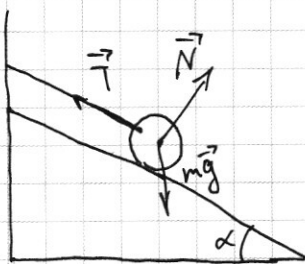
Второй закон Ньютона в проекции на пол даёт:

$$2T - F_{\text{пр.}} = 3ma, \text{ по третьему закону Ньютона } |\vec{T}| = |\vec{F}| \Rightarrow 2F - 3\mu mg = 3ma \Rightarrow a = \frac{2F - 3\mu mg}{3m} \Rightarrow$$

$$t = \sqrt{\frac{6S}{2F - 3\mu mg}}$$

$$\text{Ответ: 1) } P = 3mg; 2) F_0 = \frac{3}{2} \mu mg; 3) t = \sqrt{\frac{6S}{2F - 3\mu mg}}$$

✓3



1) $|\vec{P}_1| = |\vec{N}_1|$. Так как система покоится, то векторная сумма сил, действующих на шар, равна нулю, что в

проекции на нормаль к грани клина даёт $N = mg \cos \alpha$

2) $|\vec{P}_2| = |\vec{N}_2|$ Центр шара движется по окружности радиуса $(R+L) \cos \alpha \Rightarrow$ центростремительное ускорение

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$a_{ц.с} = \frac{v^2}{(R+L)\cos\alpha} = \omega^2 (R+L)\cos\alpha$$

Второй закон Ньютона в проекции на горизонталь и вертикаль даёт следующую систему:

$$\begin{cases} -N_2 \sin\alpha + T_2 \cos\alpha = m \omega^2 (R+L) \cos\alpha \\ N_2 \cos\alpha + T_2 \sin\alpha = mg \end{cases}$$

$$T_2 = \frac{mg - N_2 \cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\frac{mg \cos\alpha - N_2 \cos^2\alpha}{\sin\alpha} - N_2 \sin\alpha = m \omega^2 (R+L) \cos\alpha$$

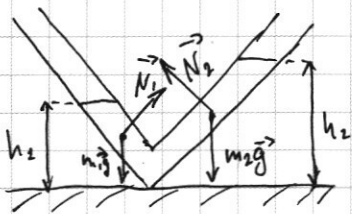
$$\frac{mg \cos\alpha - N_2}{\sin\alpha} = m \omega^2 (R+L) \cos\alpha$$

$$N_2 = m(g \cos\alpha - \omega^2 (R+L) \cos\alpha \sin\alpha)$$

Ответ: 1) $P_1 = mg \cos\alpha$; 2) $P_2 = m(g \cos\alpha - \omega^2 (R+L) \cos\alpha \sin\alpha)$

✓4

Пусть m_1 - масса масла в колесе, где уровень масла h_1 , m_2 - масса масла в другом колесе.



Тогда второй закон Ньютона в проекции на горизонталь даёт:

$$N_2 \cos 45^\circ - N_1 \cos 45^\circ = (m_1 + m_2) a,$$

$$\text{на вертикаль: } N_2 \cos 45^\circ = m_2 g, N_1 \cos 45^\circ = m_1 g \Rightarrow$$

$$(m_2 - m_1)g = (m_1 + m_2)a$$

Заметим, что $\frac{m_2}{m_1} = \frac{h_2}{h_1} \Rightarrow m_2 = \frac{h_2}{h_1} m_1 \Rightarrow$

$$\left(\frac{h_2}{h_1} - 1\right)m_1 g = \left(1 + \frac{h_2}{h_1}\right)m_1 a \Leftrightarrow \frac{h_2 - h_1}{h_1} \cdot g = \frac{h_2 + h_1}{h_1} a \Leftrightarrow$$

$$h_2(g - a) = h_1(g + a) \Rightarrow h_2 = \frac{h_1(g + a)}{g - a} = \frac{70}{3} \text{ см} \approx 23,3 \text{ см}$$

Ответ: $h_2 = 23,3 \text{ см}$

✓5

$$pV = \nu RT \Leftrightarrow pV = \frac{m}{\mu} RT \Leftrightarrow p\mu = \rho_n RT \Leftrightarrow \rho_n = \frac{p\mu}{RT} =$$

$$= \frac{3,55 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot 0,018 \text{ кг/моль}}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 300 \text{ К}} \approx 0,025631 \text{ кг/м}^3$$

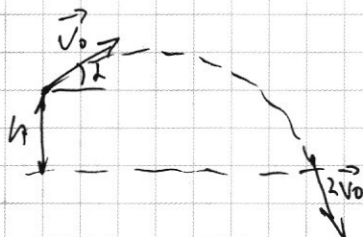
$$\rho = 1000 \text{ кг/м}^3 \Rightarrow \frac{\rho_n}{\rho} = 0,00025631 \approx \frac{25}{100000} = \frac{1}{4000}$$

Когда объём пара уменьшится в γ раз, масса воды будет $\frac{(\gamma-1)m}{\gamma}$, где m - масса пара изначально. $\Rightarrow V_6 =$
 $= \frac{(\gamma-1)m}{\gamma \rho} \quad (V_6 - \text{объём воды}) \Rightarrow \frac{V_n}{V_6} = \frac{V/\gamma}{(\gamma-1)m/\gamma \rho} =$

$$= \frac{V\rho}{(\gamma-1)m} = \frac{\frac{m}{\rho_n} \rho}{(\gamma-1)m} = \frac{\rho}{(\gamma-1)\rho_n} \approx \frac{4000}{4,6} = \frac{20000}{23} \approx 895,65$$

Ответ: 1) 0,00025631; 2) 895,65

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$3) \frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{m4v_0^2}{2}$$

$$v_0^2 + 2gh = 4v_0^2$$

$$h = \frac{3v_0^2}{2g} = \frac{300}{20} = 15 \text{ м}$$

$$y = h + v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$$

$$0 = h + v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$$

$$gt^2 - 2v_0 \sin \alpha t + \frac{3v_0^2}{2g} = 0$$

$$\frac{1}{4} + 3 = \frac{13}{4}$$

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha \pm \sqrt{4v_0^2 \sin^2 \alpha + 3v_0^2}}{2g} = \frac{2v_0 \sin \alpha \pm 2v_0 \sqrt{\sin^2 \alpha + 3}}{2g} =$$

$$= \frac{v_0 \sin \alpha \pm v_0 \sqrt{\sin^2 \alpha + 3}}{g} = \frac{\frac{v_0}{2} \pm \frac{v_0 \sqrt{13}}{2}}{g} = v_0 \frac{1 + \sqrt{13}}{2g} =$$

$$= \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \approx \frac{4,6}{2} \approx 2,3 \text{ с}$$

$$\sqrt{13} \approx 3,6$$

$$\begin{array}{r} \times 3,6 \\ 3,6 \\ 216 \\ 108 \\ \hline 12,96 \end{array}$$

$$\frac{\text{Па} \cdot \text{м}}{\text{масс} \cdot \text{с} \cdot \text{с}} = \frac{\text{с}}{\text{м}^3}$$

$$x = \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3}{\text{масс} \cdot \text{с}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{масс} \cdot \text{с}}$$

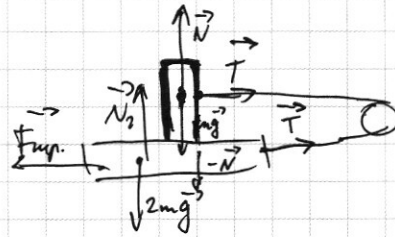
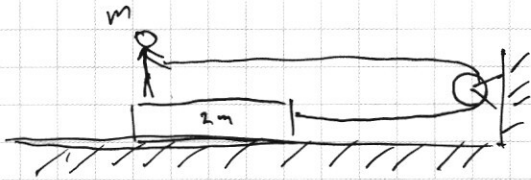
$$\frac{mv_0^2 \sin^2 \alpha}{2} + mgh = \frac{m4v_0^2}{2}$$

$$v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh = v_0^2$$

$$v_0^2 \sin^2 \alpha + 3v_0^2 = v_0^2$$

$$v_{cy}^2 - v_0^2 \sin^2 \alpha = 2gh$$

$$v_{cy} = v_0 \sqrt{\sin^2 \alpha + 3} = v_0 \frac{\sqrt{13}}{2} \approx 18 \text{ м/с}$$



$$1) \quad 2mg + N = N_2 \Rightarrow N_2 = 3mg$$

$$2) \quad |\vec{F}_0| = |\vec{T}| \quad T = F_{\text{fr.}} = \mu N_2 = 3\mu mg$$

$$3) \quad |\vec{F}| = |\vec{T}| \Rightarrow 3ma = |\vec{F}| - 3\mu mg \Rightarrow a = \frac{F}{3m} - \mu g \approx \frac{1}{42}$$

$$\frac{72}{2500} = \frac{36}{1250} = \frac{18}{625} = \frac{2 \cdot 3^2}{5^4} \approx \frac{3}{5^3} = \frac{3}{125} = \frac{1}{42}$$

$$v_k^2 - 0^2 = 2aS \Rightarrow a^2 \cdot t^2 = 2aS \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{654}{F - 3\mu mg}}$$

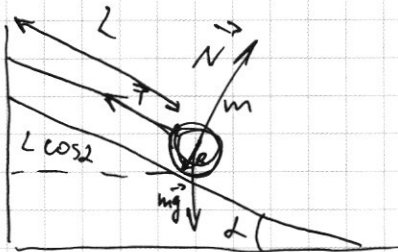
$$T = ma$$

$$T - F_{\text{fr.}} = 3ma$$

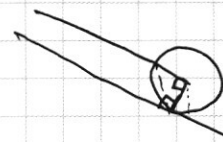
$$v \cdot v = c^2$$

$$v \cdot \frac{1}{c^2} = c^2$$

N3



$$mg \cos \alpha = N$$



$$\begin{array}{r} 100 \overline{) 42} \\ 84 \\ \underline{160} \\ 124 \\ \underline{360} \\ 336 \\ \underline{240} \\ 210 \\ \underline{300} \end{array}$$

$$v = \omega R$$

$$v = \frac{1}{T}$$

$$2\pi v = \omega$$

$$N \sin \alpha = T \cos \alpha$$

$$T \sin \alpha + N \cos \alpha = mg$$

$$T = \frac{mg - N \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$T \cos \alpha - N \sin \alpha = m \omega^2 L \cos \alpha$$

$$N \cos \alpha + T \sin \alpha = mg$$

$$\Rightarrow T = \frac{mg - N \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$N = \frac{mg \cos \alpha - N \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$$

$$N = mg \cos \alpha$$

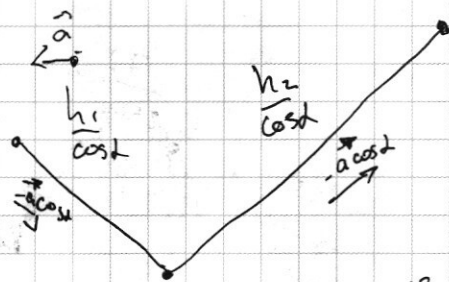
$$\downarrow$$

$$\frac{mg \cos \alpha - N \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} - N \sin \alpha = m \omega^2 L \cos \alpha$$

$$N \cot \alpha \cos \alpha + N \sin \alpha = m (g \cot \alpha - \omega^2 L \cos \alpha)$$

$$N \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} + N \frac{\sin^2 \alpha}{\sin \alpha} = m (g \cot \alpha - \omega^2 L \cos \alpha) \Rightarrow N = m (g \cos \alpha - \omega^2 L \cos \alpha \sin \alpha)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

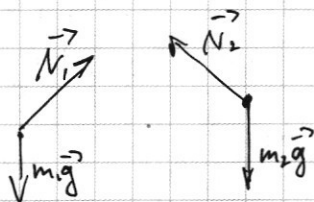


$$\frac{h_1 + h_2}{2 \cos \alpha} - \frac{h_1}{\cos \alpha} = \frac{a \cos^2 \alpha t^2}{2}$$

$$\frac{h_2 - h_1}{2 \cos \alpha} = \frac{a \cos^2 \alpha t^2}{2}$$

$$v = v_0 + a \cos \alpha t$$

$$v = 0 + a \cos \alpha t$$



$$\begin{array}{r} 20000 \\ - 178 \\ \hline 220 \\ - 207 \\ \hline 130 \\ - 115 \\ \hline 150 \\ - 130 \\ \hline 20 \end{array} \quad \begin{array}{r} 23 \\ 895,652 \end{array}$$

$$\frac{h_1 + h_2}{2 \cos \alpha} - \frac{h_1}{\cos \alpha} = \frac{a \cos^2 \alpha t^2}{2}$$

$$\frac{h_2 - h_1}{2 \cos \alpha} = \frac{a \cos^2 \alpha t^2}{2}$$

$$h_2 - h_1 = a \cos^2 \alpha t^2$$

$$\frac{10 \cdot 14}{6} = \frac{5 \cdot 14}{3} = \frac{70}{3}$$

$$\begin{array}{r} 610 \\ - 51 \\ \hline 100 \\ - 100 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 \\ 35,88 \end{array}$$

$$N_2 \cos \alpha - N_1 \cos \alpha = m a$$

$$N_2 \cos \alpha = m_2 g$$

$$N_1 \cos \alpha = m_1 g$$

$$(m_2 - m_1) g \cos \alpha = m a$$

$$(m_2 - m_1) g \cos \alpha = (m_1 + m_2) a$$

$$m_2 \left(1 - \frac{h_1}{h_2}\right) g \cos \alpha = m_2 \left(1 + \frac{h_1}{h_2}\right) a$$

$$\frac{h_2 - h_1}{h_2} g \cos \alpha = \frac{h_2 + h_1}{h_2} a$$

$$h_2 g \cos \alpha - h_1 g \cos \alpha = h_2 a + h_1 a$$

$$h_2 (g \cos \alpha - a) = h_1 (a + g \cos \alpha) \Rightarrow h_2 = \frac{h_1 (a + g \cos \alpha)}{g \cos \alpha - a}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{h_1}{h_2}$$

$$m_1 = \frac{h_1}{h_2} m_2$$

$$10 \cdot \frac{5\sqrt{2} + 4}{5\sqrt{2} - 4} = 10 \cdot \frac{(5\sqrt{2} + 4)^2}{(5\sqrt{2})^2 - 4^2} = \frac{50 + 40\sqrt{2} + 16}{34} = \frac{250 + 200\sqrt{2} + 16}{17}$$

$$T = 300 \text{ K}$$

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \Leftrightarrow p\mu = \rho RT$$

$$p_2 V_2 = \frac{m_2}{\mu} RT \Leftrightarrow p_2 \mu = \rho_2 RT$$

$$V_1 V_2 = V_1 V_2$$

$$m - m_2 = m_b$$

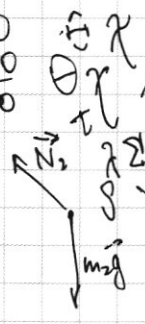
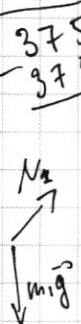
$$3,55 \cdot 10^3 \cdot 18 \cdot 10^{-3} = \rho \cdot 8,31 \cdot 300$$

$$\frac{3,55 \cdot 18}{300 \cdot 8,31} = \rho = 0,025631 \text{ г/см}^3 = 25,631 \text{ кг/м}^3$$

$$\frac{0,025631}{1} = \frac{2,5631}{100} = \frac{25,631}{1000} = \frac{256,31}{10000}$$

$$\frac{256}{10000} = \frac{2^8}{2^4 \cdot 5^4} = \frac{2^4}{5^4} = \frac{16}{625} = 0,0256$$

$$\begin{array}{r} 1600 \overline{) 625} \\ 1250 \\ \hline 3500 \\ 3125 \\ \hline 3750 \\ 3750 \\ \hline 0 \end{array}$$



α β γ δ ε ζ η θ ι κ λ μ ν ξ ο π ρ σ τ

$$N \cos \alpha = N_1 \cos \alpha$$

$$N \cos \alpha = m_2 g$$

$$N_1 \cos \alpha = m_1 g$$

$$pV = \nu RT$$

$$\frac{p}{\rho} = \frac{RT}{\mu}$$

$$m - \frac{m}{\rho} = \frac{(\rho - 1)m}{\rho} \Rightarrow \frac{(\rho - 1)m}{\rho}$$

$$p_2 = \gamma p$$

$$V = \frac{4,6V}{5,6} = \frac{56}{46} = \frac{28}{23} = 1 \times \frac{5}{23}$$

$$\frac{p}{p_2} = \frac{m}{m_2} \cdot \frac{V_2}{V}$$



$$\begin{array}{r} \times 355 \\ 118 \\ \hline 2840 \\ 355 \\ \hline 6390 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 831 \\ 3 \\ \hline 2493 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 63,90 \\ 63,90 \\ \hline 49,86 \\ 140,60 \\ 124,65 \\ \hline 15,750 \\ 14,958 \\ \hline 79,20 \\ 74,79 \\ \hline 44,10 \\ 24,93 \\ \hline 19,2 \end{array}$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

