

Олимпиада «Физтех» по физике, Вариант 10-02

Класс 10

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без

1. Гайку бросают с вышки со скоростью $V_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. В полете гайка все время приближалась к горизонтальной поверхности Земли и упала на нее со скоростью $2V_0$.

- 1) Найти вертикальную компоненту скорости гайки при падении на Землю.
- 2) Найти время полета гайки.
- 3) С какой высоты была брошена гайка?

Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

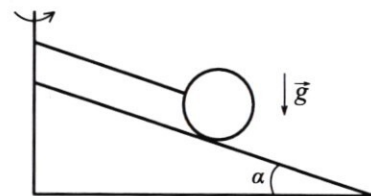
2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 2m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ .



- 1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?
- 2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?
- 3) За какое время человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F ($F > F_0$) к канату?

3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

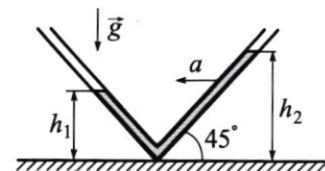
- 1) Найти силу давления шара на клин, если система покоится.
- 2) Найти силу давления шара на клин, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.



4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^\circ$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении с ускорением $a = 4$ м/с² уровень масла в одном из колен трубки устанавливается на высоте $h_1 = 10$ см.

- 1) На какой высоте h_2 установится уровень масла в другом колене?
- 2) С какой скоростью V будет двигаться жидкость в трубке относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет») и когда уровни масла будут находиться на одинаковой высоте?

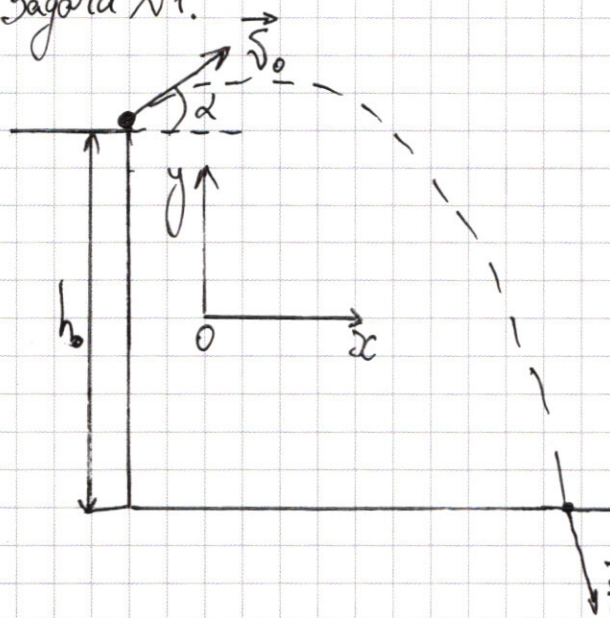
Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Действие сил трения пренебрежимо мало.



5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 27°C и давлении $P = 3,55 \cdot 10^3$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

- 1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.
 - 2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 5,6$ раза.
- Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см³, $\mu = 18$ г/моль.

Задача №1.



$$v_0 = 10 \text{ м/с}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{8}$$

$v_k = 2v_0$ - конечная скорость (скорость у самой земли)

1) v_{ky} - ? это обозначение для вертикальной составляющей скорости у земли.

2) t_n - ? это время полета гайки.

3) h_0 - ? начальная высота броска.

1. Используем ЗСЭ для нач. и конечн. позиций гайки:

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh_0 = \frac{mv_k^2}{2}$$

$$h_0 = \frac{3v_0^2}{2g}$$

$$h_0 = \frac{3 \cdot 100 \text{ м}^2/\text{с}^2}{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2} =$$

$$= 15 \text{ м}$$

2. П.н. сопротивление воздуха

не учитываем и брать ось Ox не действует ускорение, то:

$$v_{0x} = v_{kx} = v_0 \cos \alpha$$

это составляющие скорости в нач. и в конце пути (вдоль Ox)

3. Из теоремы Пифагора для конечной скорости:

$$v_{ky} = \sqrt{v_k^2 - v_{kx}^2} = \sqrt{4v_0^2 - v_0^2 \cos^2 \alpha} = v_0 \sqrt{4 - \frac{3}{4}} =$$

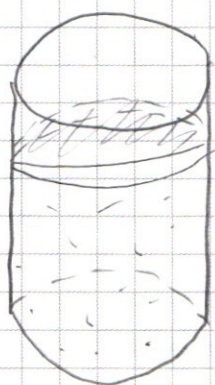
$$= v_0 \sqrt{\frac{13}{4}}, \text{ т.е. } 1300 \approx 36^2 = 1296 \Rightarrow \sqrt{13} \approx 3,6$$

$$\underline{\underline{v_{ky} = 10 \text{ м/с} \cdot \frac{3,6}{2} = 18 \text{ м/с}}}$$

4. Закон движения вдоль вертикальной оси:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5.



$$T_0 = 300 \text{ K}$$

$$P = 3,55 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

$$PV = \nu RT$$

$$PV = \frac{m}{\mu} RT$$

$$P = \frac{\rho}{\mu} RT$$

$$\rho = \frac{P\mu}{RT}$$

$$R = 8,31$$

$$V_0 \rightarrow \frac{V_0}{5,6}$$

$$P_0 V_0 \left(1 - \frac{1}{5,6}\right) =$$

$$= m_n = m_b$$

$$V_n = \frac{V_0}{5,6}$$

$$V_b = \frac{P_0}{P_b} V_0 \left(1 - \frac{1}{5,6}\right)$$

$$\frac{V_n}{V_b} = \frac{P_0}{P_b} \cdot 4,6$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$y(t) = h_0 + v_0 t - \frac{g t^2}{2}$$

$$y(t_n) = 0 = h_0 + v_0 t_n - \frac{g t_n^2}{2} \quad \left(\text{т.к. } t_n \text{ это время падения камня} \right)$$

$$g t_n^2 - 2 v_0 t_n - 2 h_0 = 0$$

$$D_z = v_0^2 + 2 g h_0$$

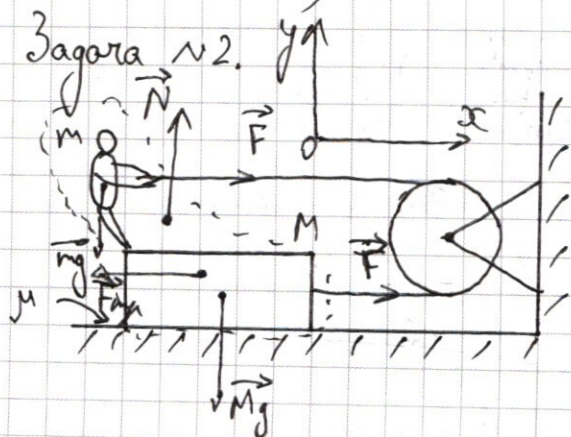
$$t_n = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2 g h_0}}{g}$$

(при этом со знаком минус не подходит, т.к. $t_n > 0$)

$$t_n = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2 g h_0}}{g} = \frac{10 \text{ м/с} + \sqrt{100 \text{ м}^2/\text{с}^2 + 2 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 15 \text{ м}}}{10 \text{ м/с}^2}$$

$$\approx \frac{10 \text{ м/с} + 36 \text{ м/с}}{10 \text{ м/с}^2} = 4.6 \text{ с}$$

- Ответ:
- 1) $v_{\text{изг}} = 18 \text{ м/с}$
 - 2) $t_n = 4.6 \text{ с}$
 - 3) $h_0 = 15 \text{ м}$



$m, M = 2m, S, \mu$

1) N -? суммарная сила реакции опоры со стороны человека и земли

2) F_0 -? мин сила, которая необходима для движения земли.

- ① Для решения данной задачи не будем рассматривать человека и мушкетера как отдельные тела, а будем считать для системы это тело (внутренние силы не надо будет учитывать, т.к. они сократятся).
- 3) τ - время, за которое человек, прикладывая силу F , сместит мушкетера на S .

- ② Рассмотрим II-ой закон Ньютона по оси Oy :
- $$\underline{N = mg + Mg = 3mg}$$

- ③ Для нахождения F_0 рассмотрим II-ой закон Ньютона по оси Ox (ускорение в данном случае равно 0):

$$2F_0 - F_{\text{тр}} = 0$$

$$2F_0 = \mu N$$

$$2F_0 = 3\mu mg$$

$$\underline{F_0 = \frac{3}{2}\mu mg}$$

т.к. есть соотношение:

$$F_{\text{тр}} = \mu N$$

- ④ Ещё раз рассмотрим II-ой закон Ньютона по оси Ox , но теперь, т.к. $F > F_0$, $a \neq 0$.

$$2F - F_{\text{тр}} = \cancel{3mg} (m+M) a \leftarrow \text{это ускорение, приобретаемое системой}$$

$$a = \frac{2F - 3\mu mg}{3m} = \frac{2}{3m}F - \mu g$$

- ⑤ Запишем закон движения вдоль Ox (при этом $v_0 = 0$ (нач. скорость), а движение равноускоренное):

$$\frac{a t^2}{2} = S \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$$

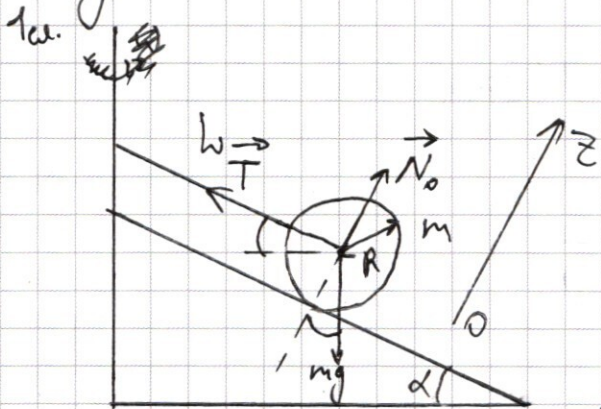
$$\underline{t = \sqrt{\frac{2S}{\frac{2}{3m}F - \mu g}}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ:

- 1) $N = 3mg$
- 2) $F_0 = \frac{3}{2} \mu mg$
- 3) $\tau = \sqrt{\frac{2S}{\frac{2}{3m}F - \mu g}}$

Задача №3.



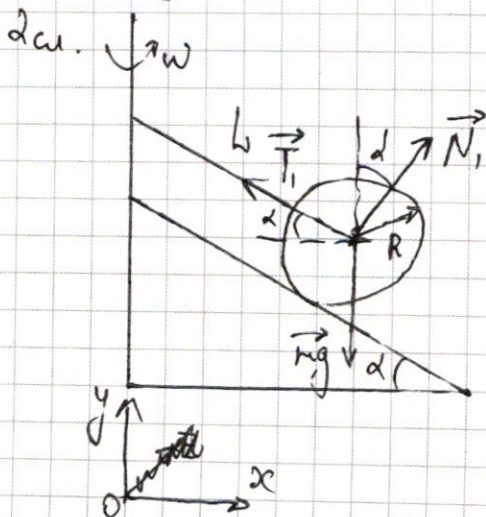
m, l, α, R .

1) N_0 -? Это сила давления шара на клин в первом случае.

2) N_1 -? Это сила давления шара на клин во втором случае.

① Напишем II-ой закон Ньютона в проекции на ось Oz:

$$N_0 = mg \cos \alpha \quad (\text{тело покоится})$$



①. П.к. тело покоится в направлении Oy, то запишем II-ой закон Ньютона:

$$N_1 \cos \alpha + T_1 \sin \alpha = mg$$

②. Теперь напишем II-ой закон Ньютона на ось Ox. ~~Она не нужна:~~

$$T_1 \cos \alpha - N_1 \sin \alpha = m \omega^2 (L+R) \cos \alpha$$

расстояние до оси вращения
это центростремительное ускорение.

3. Из уравнов (1) и (2) найдем значение уравнения:

$$\begin{cases} N_1 \cos \alpha + T_1 \sin \alpha = mg \\ T_1 \cos \alpha - N_1 \sin \alpha = m \omega^2 (L+R) \cos \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_1 \sin \alpha = mg - N_1 \cos \alpha \\ T_1 \cos \alpha = m \omega^2 (L+R) \cos \alpha + N_1 \sin \alpha \end{cases}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{mg - N_1 \cos \alpha}{m \omega^2 (L+R) \cos \alpha + N_1 \sin \alpha}$$

$$m \omega^2 (L+R) \cos \alpha \sin \alpha + N_1 \sin^2 \alpha = mg \cos \alpha - N_1 \cos^2 \alpha$$

$$N_1 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = mg \cos \alpha - m \omega^2 (L+R) \cos \alpha \sin \alpha$$

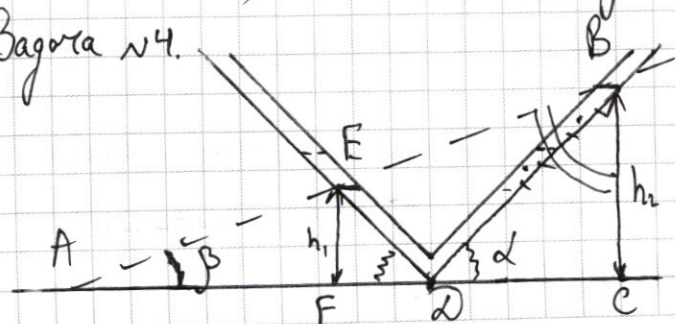
по определению тригонометрических функций

$$N_1 = m \cos \alpha (g - \omega^2 (L+R) \sin \alpha)$$

Ответ: 1) $N_0 = mg \cos \alpha$

2) $N_1 = m \cos \alpha (g - \omega^2 (L+R) \sin \alpha)$

Задача №4.



$$\alpha = \frac{\pi}{4}, h_1 = 10 \text{ см}, a = 4 \text{ м/с}^2$$

1) $h_2 = ?$ (задано в условии)

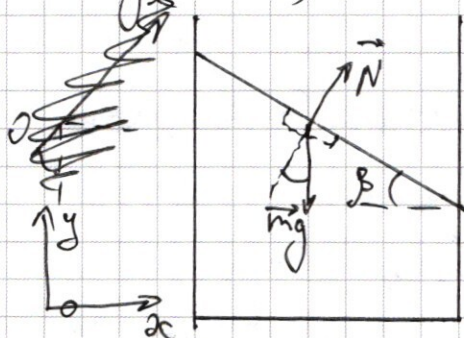
2) $\delta = ?$ (задано в условии)

$\delta_1 = ?$ такое же что и δ , только

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

- ① Сначала рассмотрим в момент равенства уровней
поверхности для введения воды.
зависимость $\beta(a)$ - ?

Рассмотрим сосуд с водой который движется с
ускорением a (пусть там же как и в
условии):



Рассмотрим малый элемент
воды на поверхности и
запишем для него 2-ой
закон Ньютона:

$$\begin{aligned} O_x: & \quad N \sin \beta = ma \\ O_y: & \quad N \cos \beta = mg \end{aligned}$$

$$\tan \beta = \frac{a}{g}$$

Связь из этой зависимости
будем использовать и в нашей
задаче:

② $\tan \beta = \frac{a}{g}$

③ В $\triangle EFD$: $ED = \frac{h_1}{\sin \alpha}$

④ В $\triangle EDB$: $DB = \frac{ED}{\tan \frac{\pi}{4} - \beta}$

⑤ В $\triangle BDC$: $h_2 = DB \cos \alpha$

Выполним подстановку для координаты h_2 :

$$h_2 = \frac{ED \cos \alpha}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \beta}$$

$$\underline{h_2} = \frac{h_1 \operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \beta} = h_1 \operatorname{ctg} \alpha \cdot \frac{1 + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \operatorname{tg} \beta} =$$

$$= 10 \text{ см} \cdot 1 \cdot \frac{1 + 1 \cdot \frac{a}{g}}{1 - \frac{a}{g}} = 10 \text{ см} \cdot \frac{1,4}{0,6} = 10 \text{ см} \cdot \frac{7}{3} =$$

$$= \underline{23 \frac{1}{3} \text{ см} \approx 23,3 \text{ см}}$$

6. П.п. жидкость неумираема $\Rightarrow$ скорость уровней воды (верхнего и нижнего) одинакова $\Rightarrow$ мы можем, для нахождения δ оторвать малый кусок воды сверху и установим внизу (при этом т.п. $\frac{1}{2}$ в данный момент пучок движется равномерно ~~не ускоренно~~ переходим в её систему отсчёта, для простоты решения):

Для того самого куска воды запишем ЗСЭ:

$$\operatorname{mg}(h_2 - h_1) = \frac{m\delta^2}{2} \Rightarrow \underline{\delta} = \sqrt{2g(h_2 - h_1)} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 0,13 \text{ м}} \approx \cancel{0,36 \cdot 2 \text{ м/с}} \quad 0,36 \cdot 4 \text{ м/с} =$$

$$= \underline{1,44 \text{ м/с}}$$

и для δ_1 :

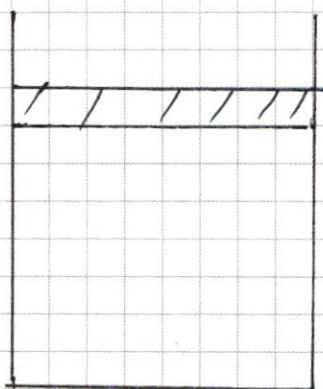
$$\operatorname{mg} \frac{h_2 - h_1}{2} = \frac{m\delta_1^2}{2} \Rightarrow \delta_1 = \sqrt{g(h_2 - h_1)} = \frac{\delta}{\sqrt{2}} \approx 1 \text{ м/с}$$

← смещение центра масс куска воды

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Gegeben: 1) $h_2 = 23,3 \text{ cm}$
2) $\bar{v} = 144 \text{ m/s}$
 $\bar{v}_1 = 1 \text{ m/s}$

Задача №5:



$\gamma = 5,6 \mu$ $P_0 = 3,55 \cdot 10^3 \text{ Па}$ $\rho_0 = 12 \text{ г/см}^3$
 $T_0 = 300 \text{ К}$ $\mu = 18 \text{ г/моль}$
 1) $\frac{P_n}{P_0} = k \text{ ?}$
 2) $n = \frac{V_n}{V_0} \text{ ?}$ в исходном
 состоянии

① $PV = \gamma RT$

$$PV = \frac{m}{\mu} RT$$

$$pV = \frac{pV}{\mu} RT \Rightarrow p = \frac{p\mu}{RT} \Rightarrow p_n = \frac{p_0 \mu}{R T_0}$$

$$\begin{aligned} k &= \frac{p_0 \cdot r}{R T_0 \rho_B} = \frac{3,55 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot 18^2 / \text{моль}}{8,31 \text{ Па} \cdot \text{м}^3 / \text{моль} \cdot \text{К} \cdot 300 \text{ К} \cdot 1^2 / \text{м}^3} = \\ &= \frac{3,55 \cdot 18 \cdot 10 \text{ м}^3}{8,31 \cdot 3 \cdot \text{м}^3} = \frac{639}{2493 \cdot 10^4} \approx \frac{2,55}{10^5} = 2,55 \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

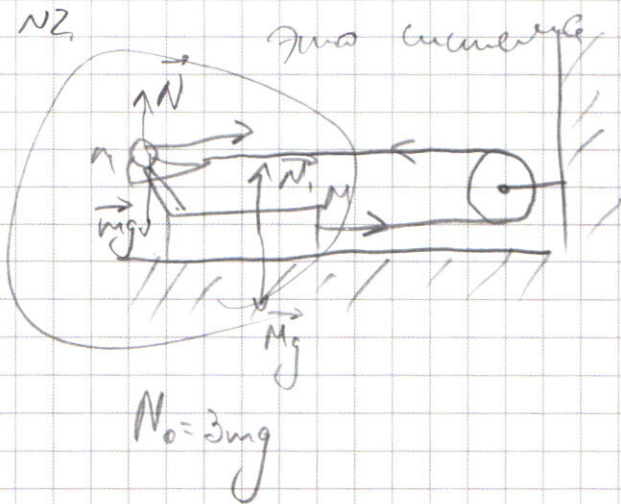
$$\textcircled{2)} \quad \sum_{i=1}^n \frac{1}{V_i} = \frac{V_0}{5,6 \cdot k \cdot V_0 \left(1 - \frac{1}{5,6}\right)} = \frac{1}{k \cdot 4,6} \quad \textcircled{II}$$

$$\overline{V_6} = \frac{P_n}{P_0} (V_0 - V_n) = V_0 k \left(1 - \frac{1}{5,6} \right)$$

$$\textcircled{2} \quad 0,08 \cdot 10^5 = \underline{\underline{8000}}$$

Ответ: 1) $k = 2,55 \cdot 10^{-5}$
 2) $n = 8000$

N2.



$$N_0 = 3mg$$

$$2F = \mu N_0$$

$$2F = 3\mu mg$$

$$F_{\min} = \frac{3}{2} \mu mg$$

$$F - 3\mu mg = ma$$

$$a = \frac{F - \mu g}{m}$$

$$\frac{at^2}{2} = S$$

$$t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2S}{\frac{F}{m} - \mu g}}$$

$$v_0 \sin \alpha - gT = \frac{v_0^2}{2} - \frac{v_0^2}{2}$$

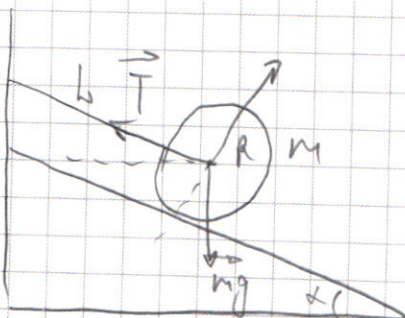
$$T = \frac{18 + 5}{10}$$

=

$$\begin{array}{r} 3,3 \\ \times 2,55 \\ \hline 4,6 \\ 1,530 \\ 10,20 \\ \hline 11,730 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 102 \overline{) 12} \\ 96 \\ \hline 4 \\ 0,08 \end{array}$$

N3.



$$T \sin \alpha + N \cos \alpha = mg$$

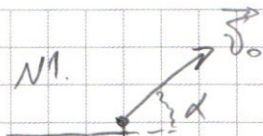
$$T = mg \sin \alpha$$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$\frac{v^2}{R} = a \rightarrow \omega^2 R \cos \alpha = a$$

$$T \cos \alpha - N \sin \alpha = m \omega^2 R \cos \alpha$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{4mv_0^2}{2}$$

$$\frac{3v_0^2}{2} = gh$$

$$h = \frac{3v_0^2}{2g}$$

$$v_{\text{верт}} = \sqrt{v_0^2 - v_0^2 \cos^2 \alpha} = v_0 \sqrt{4 - \cos^2 \alpha} = v_0 \sqrt{4 - \frac{3}{4}} = v_0 \sqrt{\frac{13}{4}} = 2v_0 \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$v_0 \sin \alpha - gt = -v_0 \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$t = \frac{v_0 \left(\sin \alpha + \frac{\sqrt{13}}{2} \right)}{g} = \frac{v_0 \left(\frac{1}{2} + 1,8 \right)}{g}$$

$$\begin{array}{r} 6390 \\ 4986 \\ \hline 14040 \\ 12465 \\ \hline 1575 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2493 \\ 2,5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,6 \\ \times 36 \\ \hline 216 \\ 108 \\ \hline 1296 \end{array}$$

1300

$$\begin{array}{r} 44 \\ 3,55 \\ \times 18 \\ \hline 2840 \\ 355 \\ \hline 639 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ \times 3 \\ \hline 2493 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~$$T \cos \alpha - N = m W^2 h \cos \alpha$$~~

$$\begin{cases} T \sin \alpha + N \cos \alpha = mg \\ T \cos \alpha - N \sin \alpha = m W^2 h \cos \alpha \end{cases}$$

~~$$mg \sin^2 \alpha + mg = N \cos \alpha$$~~

$$\begin{cases} T \cos \alpha - N \sin \alpha = m W^2 h \cos \alpha \\ T \sin \alpha + N \cos \alpha = mg \end{cases}$$

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{m W^2 h \cos \alpha + N \sin \alpha}{mg - N \cos \alpha}$$

$$mg \cos \alpha - N \cos^2 \alpha = m W^2 h \cos^2 \alpha + N \sin^2 \alpha$$

$$N = m \cos \alpha (g - W^2 h \sin \alpha)$$

~4.



$$N \cos \alpha = mg$$

$$N \sin \alpha = ma$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{g}$$

$$a = g \tan \alpha$$

$$\tan \beta = \frac{a}{g}$$



$$h_1 = \frac{h_1}{\sin \frac{\pi}{4}}$$

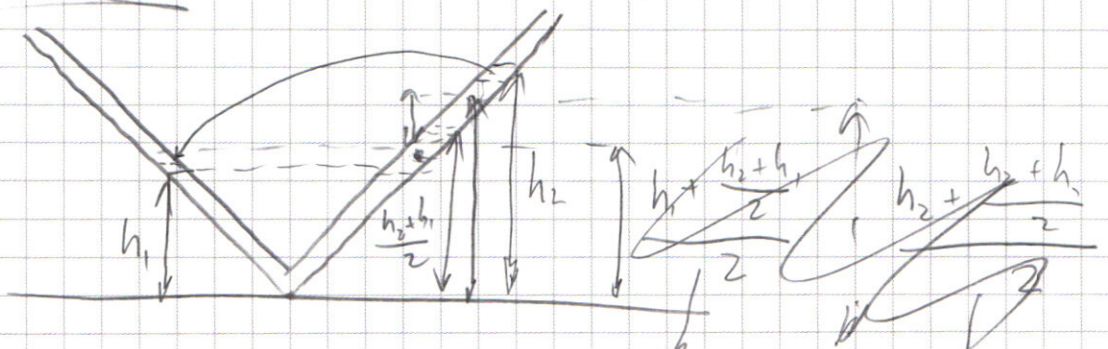
$$h_2 = \frac{h_1}{\tan(\frac{\pi}{4} - \beta)} = \frac{h_1(1 + \tan \frac{\pi}{4} \cdot \tan \beta)}{\tan \frac{\pi}{4} - \tan \beta}$$

$$\frac{\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha}{\cos \beta \cos \alpha + \sin \beta \sin \alpha} =$$

$$\frac{\sin \alpha - \tan \beta \cos \alpha}{\cos \alpha + \tan \beta \sin \alpha} =$$

$$\frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \beta \tan \alpha}$$

$$h_2 = h_2 \cos \frac{\pi}{4}$$



~~$$h_1 = g(h_2 - h_1)$$~~

$$h_1 g(h_2 - h_1) = \frac{h_1^2}{2}$$

$$\vec{v} = \sqrt{2g(h_2 - h_1)}$$

$$\frac{h_2 - h_1}{2} g = \frac{v_0^2}{2}$$

$$v_0 = \sqrt{g(h_2 - h_1)}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 0,36 \\ \times 4 \\ \hline 1,44 \end{array}$$