

Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Класс 10

Вариант 10-04

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Мальчик бросает железный шарик с вышки со скоростью $V_0 = 8$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. В полете шарик все время приближался к горизонтальной поверхности Земли и упал на нее со скоростью $2,5V_0$.

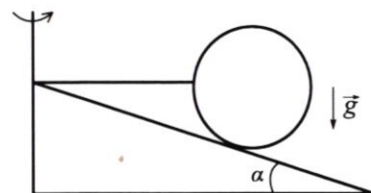
- 1) Найти вертикальную компоненту скорости шарика при падении на Землю.
- 2) Найти время полета шарика.
- 3) Найти горизонтальное смещение шарика за время полета.

Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На противоположных концах тележки массы M , находящейся на гладкой горизонтальной поверхности, стоят два ученика одинаковой массы m каждый. Вначале система неподвижна. Один ученик бросает мяч, а другой ловит. Масса мяча m_1 . После броска тележка движется со скоростью V_1 . Продолжительность полета мяча T . Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите горизонтальную проекцию скорости V_0 мяча (относительно поверхности, на которой находится тележка) в процессе полета.
- 2) Найдите длину L тележки.
- 3) Найдите скорость V_2 тележки после того, как второй ученик поймает мяч.

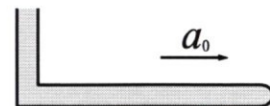
3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается горизонтально натянутой нитью, привязанной к вершине клина.



- 1) Найти силу натяжения нити, если система покоится.
- 2) Найти силу натяжения нити, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина.

4. Тонкая Г-образная трубка с горизонтальным коленом, закрытым с одного конца, и вертикальным коленом высотой $H = 48$ мм, открытым в атмосферу, заполнена полностью ртутью (см. рис.). Если трубку двигать (в плоскости рисунка) с ускорением, не большим некоторого a_0 , то ртуть из трубки не выливается.

- 1) Найти давление P_1 внутри трубки в точке А, находящейся от вертикального колена на расстоянии $1/2$ длины горизонтального колена, если трубка движется с ускорением a_0 .
- 2) Найти давление P_2 в точке А, если трубка движется с ускорением $0,25a_0$.
- 3) Найти давление P_3 вблизи закрытого конца трубки, если она движется с ускорением $0,3a_0$.



Атмосферное давление $P_0 = 752$ мм рт. ст. Давлением насыщенных паров ртути в условиях опыта пренебречь. Ответы дать в «мм рт. ст.».

5. Поршень делит объем горизонтального герметичного цилиндра на две равные части, в каждой из которых находится вода и водяной пар при температуре $T = 373$ К. Масса воды в каждой части в 4 раза меньше массы пара. Поршень находится на расстоянии $L = 0,4$ м от торцов, площадь поперечного сечения поршня

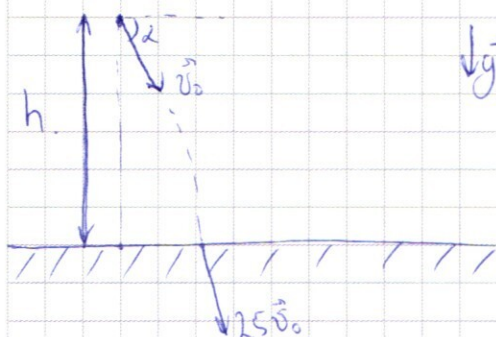
$S = 25$ см². Масса M поршня такова, что $\frac{Mg}{S} = 0,02P_0$, здесь P_0 – нормальное атмосферное давление.

- 1) Найдите массу m воды в каждой части в начальном состоянии.
- 2) Цилиндр ставят на дно (ось цилиндра вертикальна). Найдите приращение Δm массы воды под поршнем к моменту установления равновесного состояния.

Температура в цилиндре поддерживается постоянной. Трение считайте пренебрежимо малым. Молярная масса водяного пара $\mu = 18$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К). Объем воды намного меньше объема пара.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1.



Запишем закон сохр. энергии начала и конца:

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{m(2.5v_0)^2}{2} \Rightarrow$$

$$h = \frac{5.25v_0^2}{2g} = 16.8 \text{ м.}$$

Очевидно, что горизонтальная составляющая скорости не меня-

лась $\Rightarrow 6.25v_0^2 = v_y^2 + \left(\frac{v_0}{2}\right)^2$ (по т. Пифагора), где v_y - вертикальная составляющая конечной скорости $\Rightarrow v_y = v_0\sqrt{6} \approx 19.2 \text{ м/с.}$

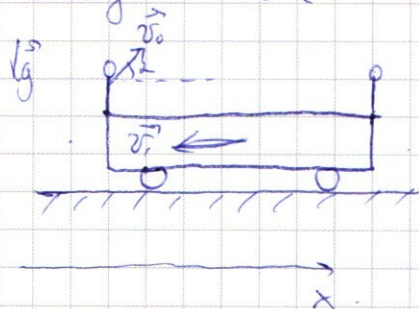
$$v_y = v_{y0} + gt \Rightarrow t = \frac{v_y - v_{y0}}{g} = \frac{v_0(\sqrt{6} - \frac{\sqrt{3}}{2})}{g} \approx 2.5 \text{ с.}$$

Горизонтальное смещение шарика за время полета:

$$l = v_x \cdot t = \frac{v_0}{2} t = \frac{v_0^2}{2g} (\sqrt{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}) \approx 10 \text{ м.}$$

Ответ: 1) $v_y \approx 19.2 \text{ м/с}$; 2) $t \approx 2.5 \text{ с.}$; 3) $l \approx 10 \text{ м.}$

Задача №2

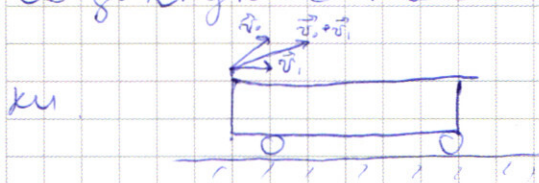


Запишем закон сохранения импульса по оси X:

$$m_1 v_0 \cos \alpha - (M + 2m) v_1 = 0 \Rightarrow$$

$$v_0 \cos \alpha = \frac{(2m + M) v_1}{m_1} - \text{горизонтальная}$$

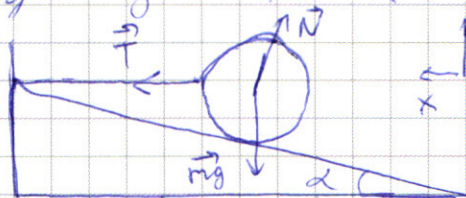
проекция скорости мяча, далее перейдем в сист. отсчета связанную с тележкой: $(v_0 \cos \alpha + v_1)T = L$ - длина тележки.



П.х. по горизонтальной оси не было внешних сил, то систему можно было считать замкнутой $\Rightarrow$ ~~какая-то~~ конечная скорость равна 0, как и в начале: $(2m + M + m_1) \cdot 0 = (2m + M + m_1) v_2 \Rightarrow v_2 = 0$.

Ответ: 1) $v_0 \cos \alpha = \frac{(2m + M)}{m_1} v_1$; 2) $L = v_1 T \left(1 + \frac{2m + M}{m_1}\right)$; 3) $v_2 = 0$.

3) Задача № 3.

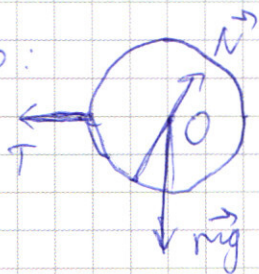


Затем проекции сил на оси:

$$\begin{aligned} OX: & T - N \sin \alpha = 0 \\ OY: & N \cos \alpha - mg = 0. \end{aligned} \Rightarrow$$

$$N = \frac{mg}{\cos \alpha} \Rightarrow T = N \sin \alpha = mg \tan \alpha$$

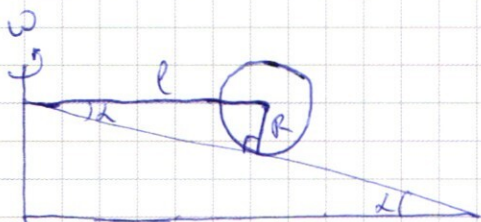
Далее докажем, что центр тяжести лежит на одной уровне с горизонтальной линией:



Если бы вектор $\vec{T}$ не лежал на одной уровне с центром тяжести, то у нас бы появился момент сил относительно O , что привело бы к раскручиванию шара, чего не может быть. $\Rightarrow$ далее узнаем расстояние от центра тяжести до оси вращения:

с центром тяжести, то у нас бы появился момент сил относительно O , что привело бы к раскручиванию шара, чего не может быть. $\Rightarrow$ далее узнаем расстояние от центра тяжести до оси вращения:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



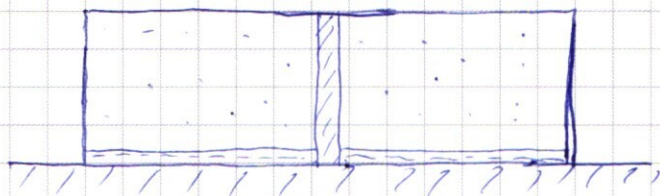
из геометрических соображений:

$$l = \frac{R}{\sin \alpha} \Rightarrow m \omega^2 \frac{R}{\sin \alpha} = T_2 - mg \sin \alpha \Rightarrow$$

$$T_2 = m \left(g \sin \alpha + \frac{\omega^2 R}{\sin \alpha} \right)$$

Ответ: 1) $T_1 = mg \sin \alpha$; 2) $T_2 = m \left(g \sin \alpha + \frac{\omega^2 R}{\sin \alpha} \right)$

Задача №5



Очевидно, что в первом случае пар будет касаться стенок $\Rightarrow$ давление паров воды

равно атмосферному, т.к. температура воды $T = 373 \text{ K}$.

$$p_0 V_0 = \frac{4m}{\mu} RT \Rightarrow m = \frac{p_0 V_0 \mu}{4RT} = \frac{p_0 S L \mu}{4RT} \approx 14 \cdot 10^{-4} \text{ кг.}$$

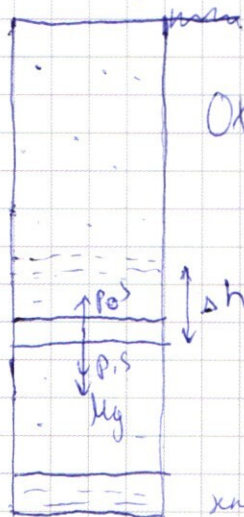
(уравнение Менделеева-Клапейрона)

Рассмотрим 2-ой случай: Если бы сверху был касательный пар как ~~было~~ снизу, то:

$$\text{Ох: } 0 = Mg + (m - (m - 4m))g + p_0 S = p_0 S.$$

$Mg + (5m - m)g + p_0 S > 0 \Rightarrow$ вся вода, что была сверху превратится в пар;

Ох: $0 = Mg + p_1 S - p_0 S$ где p_0 - давление нижнего пара, а p_1 - давление верхнего пара, т.е. масса верхнего пара. $\Rightarrow$



$p_1 = p_0 - \frac{\mu g}{s} = \frac{98}{100} p_0$. (давление насыщенного пара остаётся постоянным, так как температура во время всего процесса не изменялась.) $\rightarrow$ запишем уравнения Менделеева-Клапейрона для обоих газов:

$$p_0 (V_0 - S \Delta h) = \frac{m_2}{\mu} RT, \text{ где } m_2 - \text{масса насыщенного пара.}$$

$$\left\{ \frac{98}{100} p_0 (V_0 + S \Delta h) = \frac{5m}{\mu} RT \Leftrightarrow \frac{500mRT}{98\mu} = p_0 (V_0 + S \Delta h) \rightarrow \right.$$

$$2p_0 V_0 = \frac{m_2}{\mu} RT + \frac{500RTm}{98\mu} \Rightarrow m_2 = \frac{2p_0 V_0 \mu}{RT} - \frac{500m}{98} \rightarrow$$

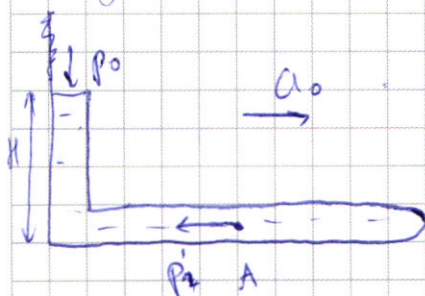
$$\Delta m = m_2 - 4m = \frac{2p_0 V_0 \mu}{RT} - \frac{446}{98} m =$$

$$= \frac{54 p_0 V_0 \mu}{196 RT} = \frac{27 p_0 V_0 \mu}{98 RT} \approx -16 \cdot 10^{-4} \text{ кг.}, \text{ где знак минус}$$

показывает на то, что масса пара уменьшилась $\Rightarrow$ масса воды увеличилась.

Ответ: 1) $m \approx 14 \cdot 10^{-4} \text{ кг.}$; 2) $\Delta m \approx 16 \cdot 10^{-4} \text{ кг.}$

Задача 1.04



$$p_0 S + p_2' S + m g + N = 0$$

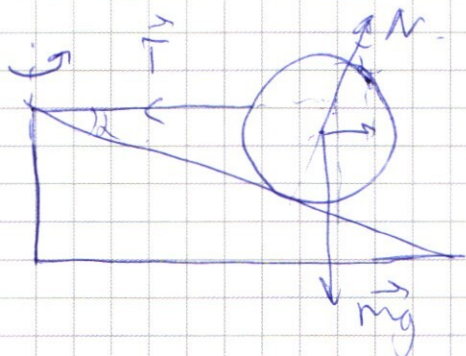
$$\Rightarrow p_0 + \rho_2 g h = p_2' = \frac{m a_0}{S} \Rightarrow$$

$$p_1 = p_0 + \rho_2 g h + p_2' = 1600 \text{ мм рт.ст.} \Rightarrow$$

$$p_2 = \frac{1600 \text{ мм рт.ст.}}{4} = 400 \text{ мм рт.ст.} \text{ Вблизи закр. конца: } p_0 + \rho_2 g h - p_3 = 0$$

$$\Rightarrow p_3 = 0 \quad \text{Ответ: 1) } p_1 = 1600 \text{ мм рт.ст.; 2) } p_2 = 400 \text{ мм рт.ст.; 3) } p_3 = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

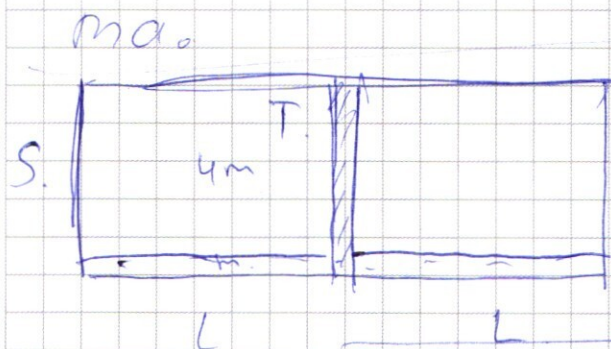
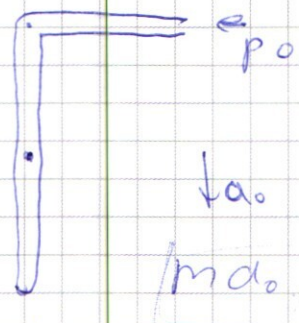
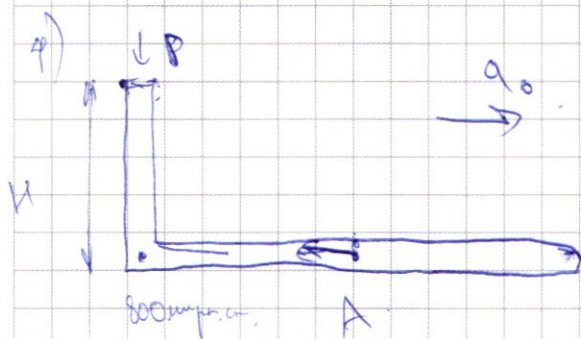


$$N \sin \alpha = T$$

$$mg = N \cos \alpha$$

$$N = \frac{mg}{\cos \alpha} \Rightarrow T = mg \tan \alpha$$

$$m \omega^2 R = T - N \sin \alpha \Rightarrow T = m(\omega^2 R + g \tan \alpha)$$



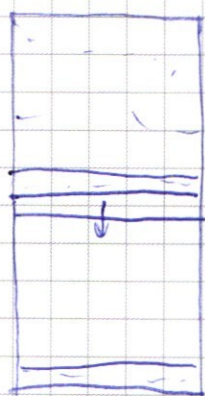
$$\frac{Mg}{S} = \frac{P}{S_0}$$

$$p'(V_0 + S_0 h) = 2RT$$

$$p'(V_0 + S_0 h) = p_0 V_0$$

$$p' = \frac{p_0 V_0}{(V_0 + S_0 h)}$$

$$p_0 V_0 = 2RT = \frac{4m}{M} RT = p V_0$$

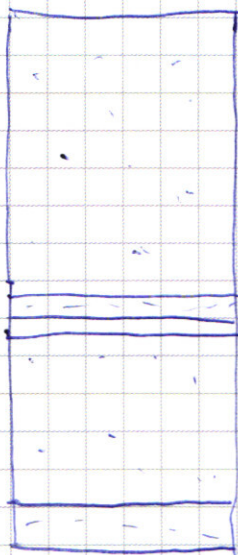


$$M_n g + m g + p'_0 S = p_1 S$$

$$\Delta sh \cdot p_1 = \frac{M_n g + m g}{S} + p'$$

$$m = \frac{p_0 V_0 M}{4RT} = \frac{p_0 S L M}{4RT}$$

$$p_1 V_0 =$$



$$p_0(V_0 + S_0 h) = \nu_1 R T = \frac{m_1}{\mu} R T$$

$$Mg + (m - (m_1 + 4m))g + p_1 S = p_0 S$$

$$Mg + 5mg - m_1 g + p_1 S = p_0 S$$

$$p_0(V_0 - S_0 h) = \frac{m_2}{\mu} R T$$

$$m_1 = M + 5m$$

$$\mu \cdot \frac{2p_0 V_0}{RT} = (m_1 + m_2) \Rightarrow m_2 = \frac{2p_0 V_0 \mu}{RT} - m_1 \Rightarrow$$

$$\Delta m = m_2 - m = \frac{2p_0 V_0 \mu}{RT} - M - 6m =$$

$$p_2 S = 5mg - m_1 g + Mg + p_1 S$$

$$p_1(V_0 + S_0 h) = \nu_1 R T = \frac{m_1}{\mu} R T$$

$$p_2(V_0 - S_0 h) = \frac{m_2}{\mu} R T$$

$$p = n k T = \frac{N}{V} k T$$

$$Mg + p_1 S - p_0 S = 0 \quad p_1(V_0 + S_0 h) = \frac{5m}{\mu} R T$$

$$p_1 = p_0 - \frac{Mg}{S} = 0.98 p_0$$

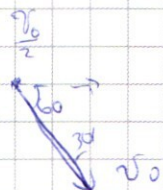
$$2p_0 V_0 = \frac{250 m R T}{49 \mu} + \frac{m_2 R T}{\mu}$$

$$p_0(V_0 - S_0 h) = \frac{m_2}{\mu} R T$$

$$\frac{98}{100} p_0(V_0 + S_0 h) = \frac{5m}{\mu} R T \Rightarrow p_0(V_0 + S_0 h) = \frac{500 m}{98 \mu} R T$$

$$p_0(V_0 - S_0 h) = \frac{m_2}{\mu} R T$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{mv_0^2}{2} \cdot 6.25 \Rightarrow$$

$$5.25 v_0^2 = 2gh. \quad h = \frac{5.25 v_0^2}{2g}$$

$$\times 64 \quad 5.25 \cdot 8 = 40 + 2 = 42 \Rightarrow 8 \cdot 42 = 336$$

$$336 : 2 = 168 \Rightarrow h = 16.8 \text{ м} \quad h = v_0 \cos 30 t + g \frac{t^2}{2}$$

$$2.5 v_0^2 \quad 6.25 v_0^2 = \frac{v_0^2}{4} + v_y^2 \Rightarrow v_y^2 = 6 v_0^2 \Rightarrow$$

$$1) v_y = v_0 \sqrt{6}$$

$$2.5 v_0 = \sqrt{0.25 v_0^2 + 6 v_0^2} =$$

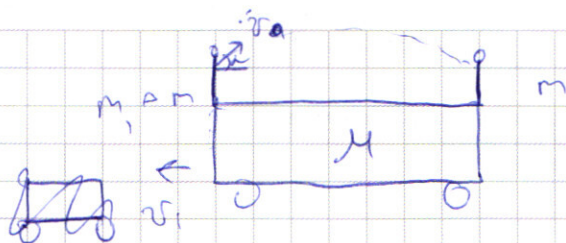
$$2) \frac{gt^2}{2} + v_0 \cos 30 t - h = 0 \quad D = \frac{3v_0^2}{4} + 2gh$$

$$t_{1,2} = \frac{v_0 \sqrt{3}}{2} \pm \sqrt{\frac{3v_0^2}{4} + 2gh}$$

$$= \frac{\sqrt{\frac{3}{4} \cdot 64 + 336}}{10} = \frac{\sqrt{384 - 453}}{10} = \frac{8\sqrt{6} - 4\sqrt{3}}{10}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}}{10} (2\sqrt{2} - 1) \cdot c$$

$$l = \frac{v_0}{2} \cdot t = \frac{16}{10} \sqrt{3} (2\sqrt{2} - 1) = \frac{8\sqrt{3}}{5} (2\sqrt{2} - 1)$$



$$m_1 v_0 \cos \alpha = (2m + M) v_1 \Rightarrow$$

$$v_0 \cos \alpha = \frac{(2m + M)}{m_1} v_1$$

$$L = (v_0 \cos \alpha + v_1) T = v_1 T \left(1 + \frac{2m + M}{m_1} \right)$$

(0.0. m.

$$(2m + M) v_1 T$$

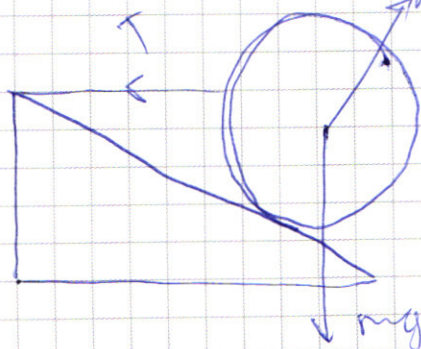
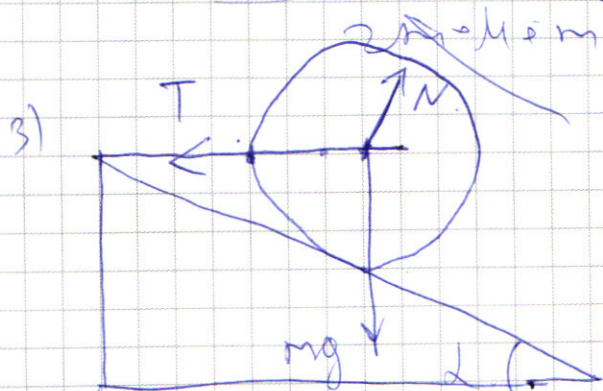
$$(v_0 \cos \alpha + v_1) m_1 = v_2 (2m + M + m_1)$$

$$v_2 = \frac{m_1}{(2m + M)} v_1 \left(1 + \frac{2m + M}{m_1} \right) \Rightarrow v_m = v_2 - v_1 = v_1 \left(\frac{2m + M}{2m + M} \right)$$

$$v_1 \left(\frac{2m + M + m_1}{2m + M} - 1 \right) = v_1 \frac{m_1}{2m + M}$$

$$(2m + M) v_1 - m_1 v_0 \cos \alpha = (2m + M + m_1) v_m$$

$$v_2 = m_1 v_1 \left(1 + \frac{2m + M}{m_1} \right) = v_1$$



$$\begin{array}{r} 27 \cdot 25 \cdot 4 \cdot 18 \\ \hline 831 \cdot 373 \cdot 980 \\ 270 \cdot 18 \\ \hline 831 \cdot 373 \cdot 98 \\ 831 \cdot 373 \cdot 98 \cdot 18 \cdot 10^3 \text{ m/s} \\ \hline 831 \cdot 373 \cdot 98 \cdot 18 \cdot 10^3 \text{ m/s} \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin \alpha = \frac{R}{l} \Rightarrow l = \frac{R}{\sin \alpha}$

$m a_s = T - N \sin \alpha = T - m g \tan \alpha = m \omega^2 l \Rightarrow$

$T = m (g \tan \alpha + \omega^2 \frac{R}{\sin \alpha})$

$m_2 = \left(2 p_0 V_0 - \frac{250 m R T}{49 \mu} \right) \frac{\mu}{R T} = \frac{2 p_0 V_0 \mu}{R T} - \frac{250 m}{49}$

$m_2 \rightarrow 4 m, 4 m - m_2 = 0 m = 4 m + \frac{250 m}{49} = \frac{2 p_0 V_0 \mu}{R T}$

$= \frac{(196 + 250) m}{49} - \frac{2 p_0 V_0 \mu}{R T} = \frac{446}{49} m - \frac{2 p_0 V_0 \mu}{R T} = \frac{446 p_0 V_0 \mu}{49 \cdot 4 R T} - \frac{4 p_0 V_0 \mu}{R T}$

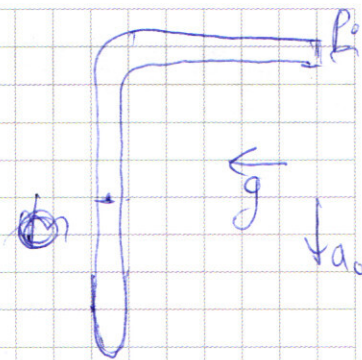
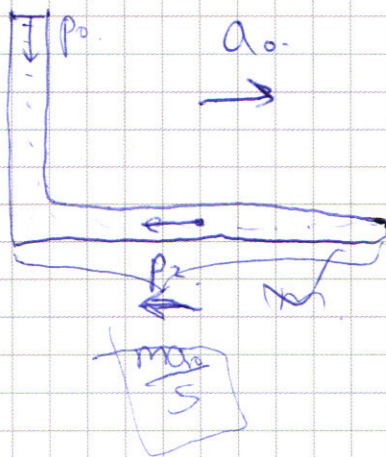
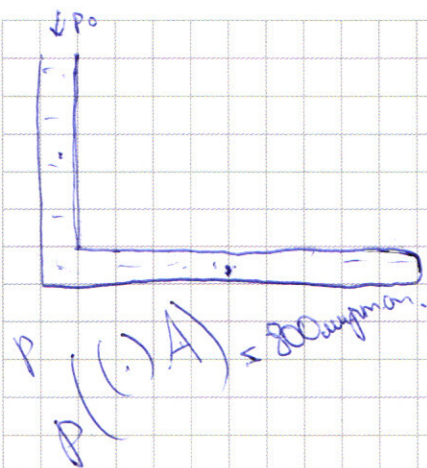
$= \frac{(446 - 392) p_0 V_0 \mu}{196 R T} = \frac{54 p_0 V_0 \mu}{196 R T} = \frac{27}{98} \frac{p_0 V_0 \mu}{R T}$

$\frac{250}{106} \approx 2.35$
 $8.49 \approx 2.35 \cdot 3.6$

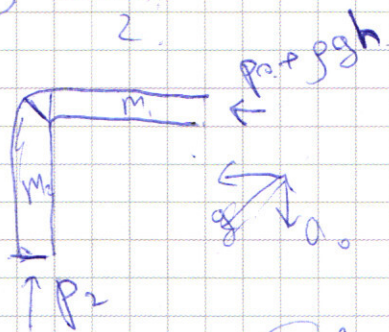
$10^5 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 0.4 \cdot 18 \cdot 10^{-3} \text{ кН/с}^2$
 $4.831 \cdot 373$

$\frac{831}{373}$
 2493
 5817
 2493
 309963

$\frac{25 \cdot 4 \cdot 18}{831 \cdot 373 \cdot 10}$
 $50 \cdot 9$
 $831 \cdot 373 \cdot 10$

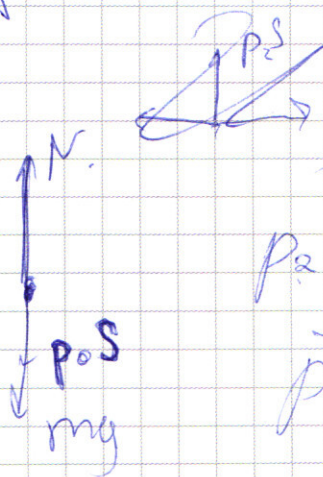


$$\frac{\rho a_0 V}{2}$$



$$m a_0 - p_2 S$$

$$m a_0 + p_2 S + p_0 + m a_0 + m g = 0$$



$$p_2 S + m a_0 = 0$$

$$p_2 = - \frac{m a_0}{S}$$

$$\begin{array}{r} 1.71 \\ \times 1.3 \\ \hline 1.19 \end{array}$$

$$600$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2.4 \\ \times 8 \\ \hline 19.2 \end{array}$$

$$16 + 3.7 = 19.7$$

$$45$$

$$48$$

$$\begin{array}{r} 450000 \\ 309963 \\ \hline 1400370 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 309963 \\ \hline 1.4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.71 \\ - 1.71 \\ \hline 4.8 - 1.71 \\ \hline 3.1 \end{array}$$

$$10^4$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

810

$$\begin{array}{r} \times 309965 \\ \times 103321 \\ \hline 929889 \\ 413284 \\ \hline 5062729 \end{array}$$

10^4

810

$$\begin{array}{r} 81 \\ \hline 506273 \end{array} \approx$$

$$\begin{array}{r|l} 810000 & 506273 \\ \hline 506273 & 1.6 \\ \hline 3037270 & \end{array}$$

