Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Класс 10

Вариант 10-02

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Гайку бросают с вышки со скоростью $V_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту. В полете гайка все время приближалась к горизонтальной поверхности Земли и упала на нее со скоростью $2V_0$.

1) Найти вертикальную компоненту скорости гайки при падении на Землю.
2) Найти время полета гайки.
3) С какой высоты была брошена гайка?

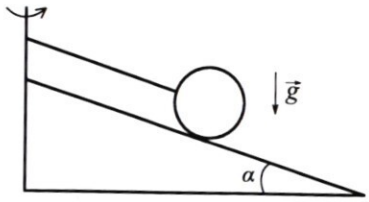
Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с^2. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 2m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ.

1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?
2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?
3) За какое время человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F ($F > F_0$) к канату?

3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L, привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

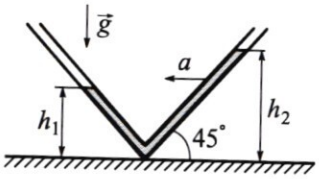
1) Найти силу давления шара на клин, если система покоится.
2) Найти силу давления шара на клин, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.



4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^0$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении с ускорением $a = 4$ м/с^2 уровень масла в одном из колен трубки устанавливается на высоте $h_1 = 10$ см.

1) На какой высоте h_2 установится уровень масла в другом колене?
2) С какой скоростью V будет двигаться жидкость в трубке относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет») и когда уровни масла будут находиться на одинаковой высоте?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Действие сил трения пренебрежимо мало.



5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 27 ^{0}C и давлении $P = 3{,}55 \cdot 10^3$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.
2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 5{,}6$ раза.

Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см^3, $\mu = 18$ г/моль.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

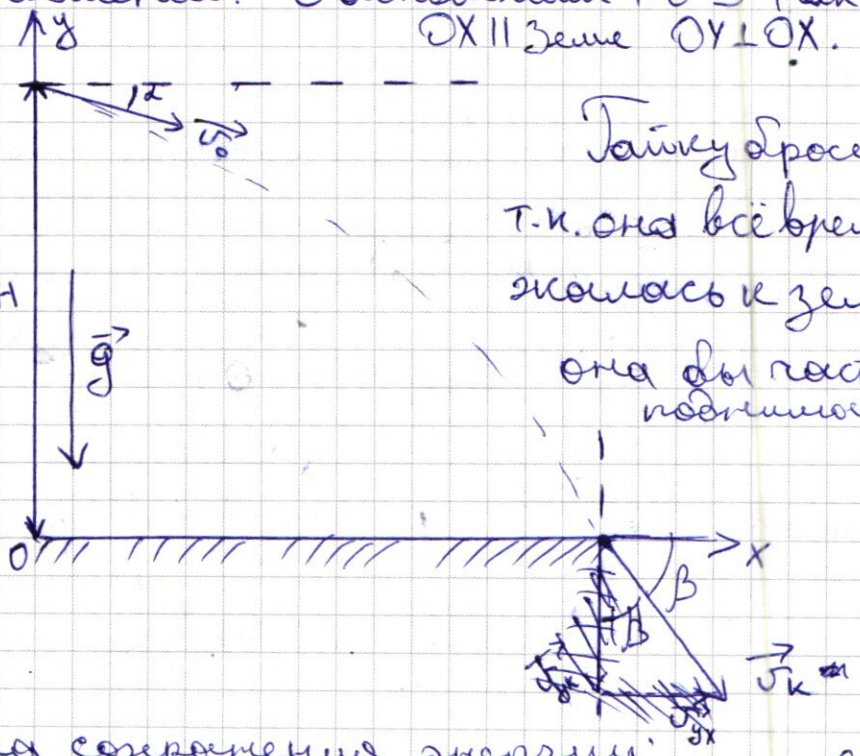
№1. Дано:
$V_0 = 10$ м/с
$\alpha = 30°$
$V_к = 2V_0$
$\Delta h < 0$ (всегда приближен к земле)

Найти:
$V_{yк}$ - ?
t - ?
H - ?

СИ

$g = 10 \frac{м}{с^2}$ по условию.

Решение: Расположим XOY так, что OX || земле OY ⊥ OX.



Гайку бросили "под горизонт", т.к. она всё время приближалась к земле. (иначе она бы часть времени поднималась.)

Из закона сохранения энергии: ~~(Система замкнута,~~ (все силы консервативны)

$$\begin{cases} m_{гайки} gH + \frac{m_{гайки} v_0^2}{2} = \frac{m_{гайки} v_к^2}{2} \\ v_к = 2v_0 \text{ — из условия.} \end{cases} \quad \Big| \cdot \frac{1}{m_{гайки}}$$

$m_{гайки}$ - масса гайки

H - высота падения

v_0 и v_{y0} - проекции начальной скорости на оси. $v_{yк}$ и $v_{xк}$ - конечная.

$$gH + \frac{v_0^2}{2} = \frac{4v_0^2}{2}$$

$$\boxed{H = \frac{3v_0^2}{2g}}$$ Это ответ на третий вопрос

По оси Ox на гайку никакие силы не действуют => $a_x = 0$ => $v_x = const$. (Сопротивление воздуха не рассматривается)

Задача 4. Продолжение.

При $\vec{a} = \vec{0}$.

Известно, что $\rho g h + p + \rho \frac{v^2}{2} = const$.
в идеальной жидкости, при ламинарном течении.

~~Тогда:~~

~~Для удобства возьмём две точки на высоте h_1. (тогда гидростатич. давл. равно нулю в левом сосуде).~~

$$\cancel{p_{атм} + \rho g \overset{h_1 - h_1 = 0}{0} + \rho \frac{v_1^2}{2} = p_{атм} + \rho g \overset{h_2 - h_1 \neq 0}{0} + \rho \frac{v_2^2}{2} + (\Delta p + p_{атм})}$$

$$\cancel{\rho \frac{v_1^2}{2} = \rho g \Delta h + \rho \frac{v_2^2}{2} \Big| \cdot \frac{1}{\rho}}. \quad p_{атм} + \rho g \overset{h_1 - h_1 = 0}{0} + \rho \frac{v_1^2}{2} = (p_{атм} + \Delta p) + \rho g \overset{h_1 - h_1}{0} + \rho \frac{v_2^2}{2}$$

~~Скорость одинаковая, т.к.~~

$$\cancel{\frac{v_1^2}{2} = g \Delta h +}$$

$$\rho g (h_2 - h_1) = \rho \frac{v_1^2 - \cancel{v_2^2}}{2}$$

$$\cancel{v_1 = \sqrt{h_1 \left(2g \left[\frac{g+a}{g-a} - 1\right]\right)}}$$

$$v_1 = \sqrt{2g(h_2 - h_1)}$$

$$\cancel{v(h) = \sqrt{h}}$$

$$\boxed{v_1 = \sqrt{2gh_1 \frac{2a}{g-a}}}$$

$$\cancel{v(h) = 2g}$$

Ответ: 1) $h_2 = h_1 \frac{g+a}{g-a}$ $\quad h_2 = \frac{7}{30}$ м $\approx 0{,}233$ м.

2) $v_1 = \sqrt{\frac{4gah_1}{g-a}}$ $\quad \cancel{v_1 = \sqrt{4}}$ $\quad v_1 = 2\sqrt{\frac{2}{3}}$ $\frac{м}{с}$

$t =$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1. Продолжение.

При разложении скорости на составляющие, параллельные осям:

$$\begin{cases} v_x = v\cdot\cos\gamma \\ v_y = v\sin\gamma \end{cases}$$, где v – моментальная скорость, а v_x и v_y её проекции на оси. γ – угол между $\vec{v}$ и горизонтом.

Тогда:

$$\begin{cases} v_{x_0} = v_0\cdot\cos\gamma \\ v_{y_k} = v_k\cdot\sin\beta \\ v_{xk} = v_k\cdot\cos\beta \\ v_k = 2v_0 \text{ – по усл} \\ v_{xk} = v_{x_0} \text{ по т.к. } a_x = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \cos\beta = \frac{\cos\alpha}{2} \\ v_{yk} = 2v_0\cdot\sin\beta \end{cases}$$

$$\boxed{v_{yk} = \frac{\sqrt{4-\cos^2\alpha}}{2}\cdot 2\cdot v_0}$$

Это ответ на первый вопрос

$$\boxed{v_{yk} = v_0\cdot\sqrt{4-\cos^2\alpha}}$$

Мы знаем, что:

$$\begin{cases} v_{y0} = v_0\cdot\sin\alpha \\ v_{yk} = v_0\sqrt{4-\cos^2\alpha} \\ (v_{yk}-v_{y0}) = g\cdot t_{полёта} \end{cases} \longrightarrow \boxed{t = \frac{v_0}{g}\left(\sqrt{4-\cos^2\alpha} - \sin\alpha\right)}$$

Это ответ на второй вопрос

, далее $t_{полёта} \equiv t$

Ответ:

1) $v_{yk} = v_0\sqrt{4-\cos^2\alpha}$

$v_{yk} = 5\sqrt{13}\cdot\frac{м}{с}$

2) $t = \frac{v_0}{g}\cdot\left(\sqrt{4-\cos^2\alpha} - \sin\alpha\right)$

$t = \frac{(\sqrt{13}-1)}{2}$ с

3) $H = \frac{3v_0^2}{2g}$

$H = 15$ м.

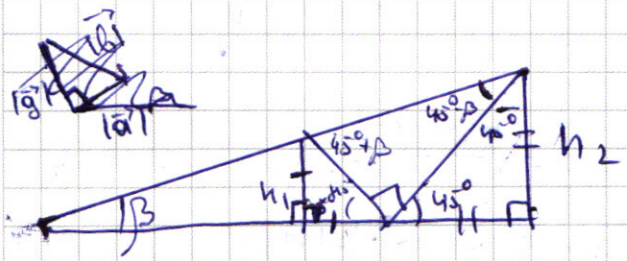
Задача 4. Продолжение:

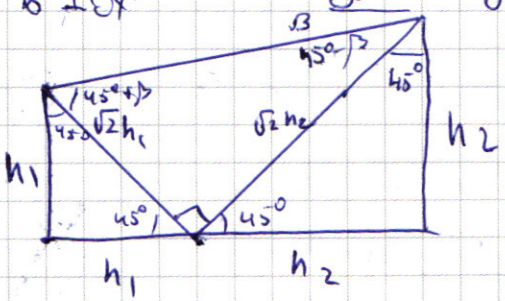
$y'_B = y'_C$, т.к. жидкость текучая, ~~сосуд~~ сосуды сообщаются и силы действующие по OX' - скомпенсированы ($a_{x'} = 0$).

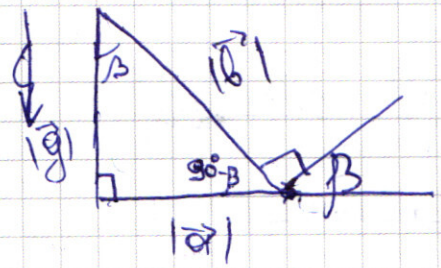
Тогда из ~~подобия треугольников и некоторых мол~~ определим h_2. (толщиной трубки пренебрежем)

($X'OY'$ была введена для доказательства нахождения точек B и C на одной прямой).

$\vec{a} \perp \vec{g}$, $\vec{b} \perp OX'$ => $tg\beta = \frac{|\vec{a}|}{|\vec{g}|} = \frac{a}{g}$







$tg(45° + \beta) = \frac{h_2}{h_1}$

~~$h_2 = h_1 \cdot tg\left(\frac{\pi}{4} + arctg\frac{a}{}\right.$~~

$h_2 = h_1 \cdot \frac{tg45° + tg\beta}{1 - tg\beta \cdot tg45°}$ $\quad h_2 = h_1 \frac{1 + \frac{a}{g}}{1 - \frac{a}{g}}$

$\boxed{h_2 = h_1 \frac{g + a}{g - a}}$ Это ответ на первый вопрос

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2.

Дано: S, $M=2m$, m, μ

~~$N_{общ}$ — ?~~

F — ?

~~$F_{тоск}$ — ?~~

F_0 — ?

t — ?

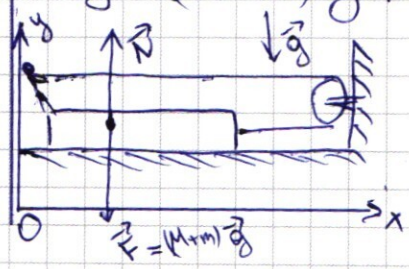
СИ:

Решение:

Если расположить xOy так, что $OX \parallel$ полу $Oy \perp Ox$, то на ящик и на человека действуют только сила тяжести и сила реакции опоры. (а ускорения $a_y = 0$, т.к. они от пола не отрываются);

по II З. Ньютона:

$Oy: -(M+m)g + N = ma_y$, где $a_y = 0$ и $M = 2m$ поуст. ~~$N > 0$, т.к. Oy напр. вверх~~ ~~$(M+m)g$~~



(рисунок схематичен, все силы приложены к примерному ц.м. системы для удобства. Длины векторов не точны)

$N = 3mg$.

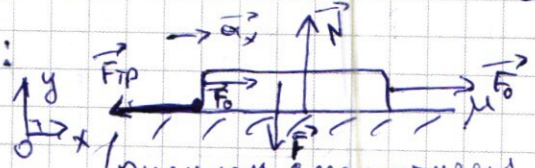
$\boxed{F = N = 3mg}$ по III З. Ньютона

Это ответ на первый вопрос

Из рисунка видно, что человек тянет ящик за верёвку, отталкиваясь от него. Тогда II З. Ньютона для ящика будет выглядеть так:

$OX: 2F_0 - F_{тр} = ma_x$

$OY: -F + N = 0$



(рисунок схематичен, точки приложения и длины векторов могут быть неточны)

Из условия минимальности силы: $a_x = 0 \frac{м}{с}$

Из определения силы трения: $F_{тр} = N\mu$

Тогда: $\boxed{F_0 = \frac{3}{2} mg\mu}$ Это ответ на второй вопрос

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Задача 3. Продолжение.

$$\boxed{F_{давл\ вращ.} = m\cdot\cos\alpha\left(g-\omega^2(R+L)\sin\alpha\right).}$$

Это ответ на второй вопрос

Ответ: 1) $F_{давл.\ покоя} = mg\cos\alpha$

2) $F_{давл.\ вращ.} = m\cos\alpha\left(g-\omega^2(R+L)\sin\alpha\right).$

По условию ω такая, что шар от клина не отрывается, поэтому возможность отрыва рассмотрена не была.

Задача 4.

Дано:	СИ:
$\alpha = 45°$	$\frac{\pi}{4}$
$a = 4\ \frac{м}{с^2}$	
$h_1 = 10$ см	0,1 м
$a = const$	
$\vec{a} \parallel$ земле	
$\vec{a} \perp \vec{g}$	
$g = 10\ \frac{м}{с^2}$	
$\mu = 0$	
$F_{тр\ трения} = 0$	

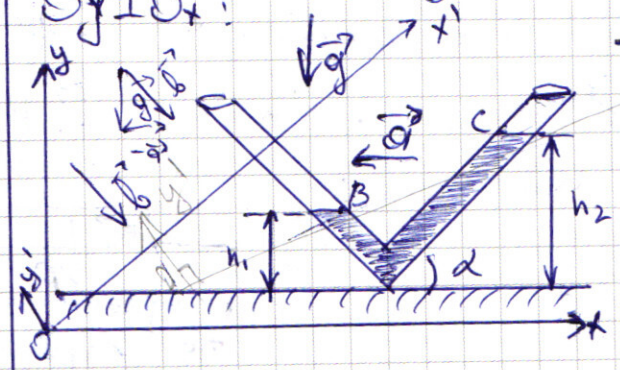
1) h_2 - ?

2) V - ?

3) Когда $h_1' = h_2'$?

Решение:

Расположим xOy так, что $Ox \parallel$ земле, $Oy \perp Ox$:



$-\vec{a} + \vec{g} = \vec{b}$

Расположим $x'Oy'$ так, что $Ox' \perp \vec{b}$, $Oy' \parallel \vec{b}$ ($\vec{OA}\uparrow\downarrow\vec{b}$, $A(0;1)$)

Тогда если обозначить точки "конца жидкости" (для удобства совершим поворот нас $x'Oy'$ так, чтобы $y'_B = 0$.

xOy $\quad$ $x'Oy'$

$B(x_B; h_1) \to B(x'_B; 0)$

$C(x_C; h_2) \to C(x'_C; 0)$

$y'_B = y'_C$, т.к. ~~в плоскости Ox на жидкость не действуют силы (кроме силы тяжести) и поэтому (окружающей воздух)~~

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2. Продолжение:

~~Дано:~~

При $F' > F_0$, $a_x > 0$ и $\Rightarrow$

$$\begin{cases} 2F' - F_{тр} = m \cdot a_x \\ N = 3mg \\ F_{тр} = \mu N \end{cases} \rightarrow \quad a_x = \frac{2}{m}F' - 3g\mu$$

Тогда время осуществления задуманного: $S = \frac{a_x t^2}{2}$ (т.к. $v_0 = 0$)

$$t = \sqrt{\frac{2S}{a_x}} \qquad \boxed{t = \frac{2Sm}{2F' - 3mg\mu}}$$

Это ответ на третий вопрос

Ответ:

1) Сила давления человека и ящика на пол:

$F = 3mg$

2.) Минимальная сила тяги ящика человеком:

$F_0 = \frac{3}{2} mg\mu$

(Но при $v_0 = 0$ он будет стоять на месте, поэтому сила должна быть чуть больше или $v_0 \to 0$, но $v_0 \neq 0$).

3) Время движения в зависимости от силы $t(F')$, $F' > F_0$

$$t = \frac{2Sm}{2F' - 3mg\mu} \text{ или } t = \frac{S}{\frac{F'}{m} - \frac{3}{2}g\mu} \text{ или } t = \frac{Sm}{F' - \frac{3}{2}g\mu}$$

Задача 3.

Дано: $m, R, \mu = 0, \alpha, L$, нить ∥ пл. клина. g

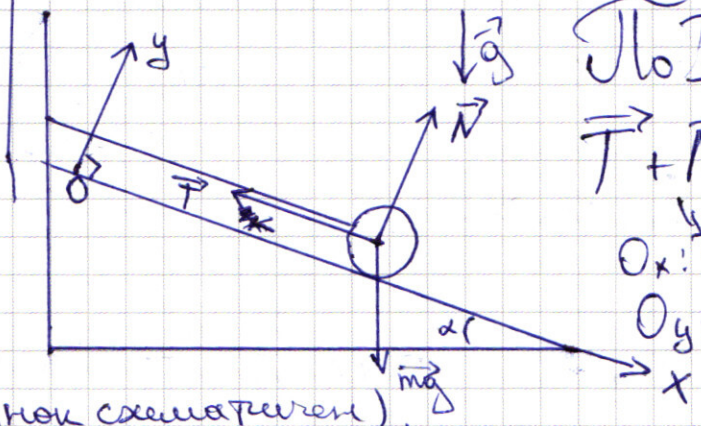
$F_{з.покоя}$ — ?

$F_{з.вращ}$ — ?

СЧ

Решение:

Расположим xOy так, что $Ox \parallel$ поверхности клина, $Oy \perp Ox$.



(рисунок схематичен).

По II З.Н. ($\vec{a} = \vec{0}$ по усл)

$\vec{T} + \vec{N} + m\vec{g} = 0$

$Ox: -T + mg \cdot \sin\alpha = 0$

$Oy: N - mg\cos\alpha = 0$

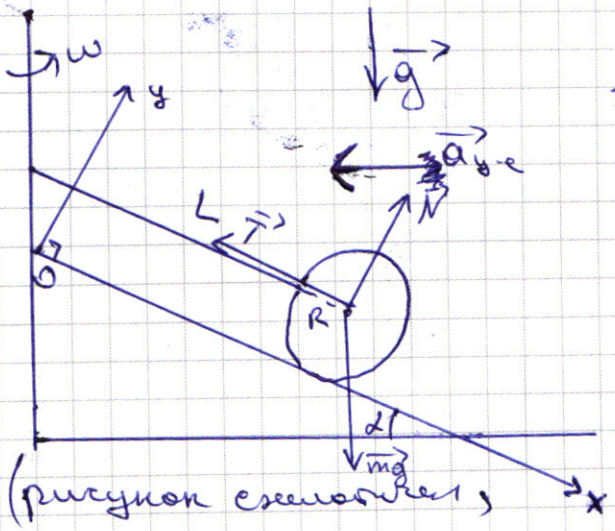
(все силы приложены к ц.м. для удобства)

Тогда $N = mg\cos\alpha$, а $N = F_{зав покоя}$ по определению.

$$\boxed{F_{зав.покоя} = mg\cos\alpha.}$$

Это ответ на первый вопрос

Рассмотрим случай с вращением системы.



(рисунок схематичен, все силы приложены к ц.м. для удобства. Ускорения показывают только направления)

По II З. Ньютона:

$\vec{T} + \vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}_{ц.с}$, где

$a_{ц.с.}$ — центростремительное ускорение (напр к оси вращ)

$Ox: -T + mg\sin\alpha = -m a_{цс} \cdot \cos\alpha$

$Oy: N - mg\cos\alpha = -m a_{цс} \cdot \sin\alpha$

$$\begin{cases} N - mg\cdot\cos\alpha = -m a_{цс}\sin\alpha \\ a_{цс} = \omega^2 r, \text{ где } r \text{ — расст. от ц.м. шара до оси} \\ r = (L+R)\cdot\cos\alpha \text{ — расст. по опр. длины перпендикуляра.} \\ F_{зав вращ} = N \text{ — по опр.} \end{cases}$$

$F_{зав\,вращ} = m(g\cos\alpha - \omega^2(R+L)\sin\alpha\cdot\cos\alpha)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5.

Дано: Пар-насыщ

$t_0 = 27°C$

$P_0 = 3{,}55 \cdot 10^3$ Па

$T = const$

$\Delta V < 0$ $\rho_в = 1 \frac{г}{см^3}$ $\mu = 18 \frac{г}{моль}$

СИ:

300 К

$10^3 \frac{кг}{м^3}$

$18 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{моль}$

1) $\frac{\rho_п}{\rho_в}$ – ?

2) $\frac{V_{0п}}{V_{1п}} = \gamma$

$\gamma = 5{,}6$.

$V_{0в} = 0$

$\frac{V_{1п}}{V_{1в}}$ – ?

Решение:

Из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$\begin{cases} P_0 V = \nu_0 R t_0 \\ \nu_0 = \frac{m_п}{\mu_в} \text{ – по опр} \\ m_{п_0} = \rho_{п_0} \cdot V \end{cases} \rightarrow P_0 \rho_п \cdot V = \frac{\rho_п V}{\mu_в} R t_0 \Big| \cdot \frac{1}{V}$$

$$\rho_п = \frac{P_0 \mu_в}{R t_0} \Big| \cdot \frac{1}{\rho_в}$$

$$\boxed{\frac{\rho_п}{\rho_в} = \frac{P_0 \mu_в}{R t_0 \rho_в}}$$

Это ответ на первый вопрос.

$m_п$ – масса пара

$m_в$ – масса воды

$$m_п + m_в = const = m_{п0}$$

Когда пар насыщен и п-сс изотермичен, то давление пара постоянно. => Из у-я М-Клапейрона:

$$\begin{cases} P_0 V_{0п} = \frac{m_{п0}}{\mu_в} R t_0 \\ P_0 V_{1п} = \frac{m_{п1}}{\mu_в} R t_0 \end{cases} \rightarrow \frac{m_{п0}}{m_{п1}} = \frac{V_{0п}}{V_{1п}} = \gamma$$

$$\begin{cases} \cancel{m_{п1} = \gamma m_{п0}} \quad m_{п0} = m_{п1} \cdot \gamma \\ m_{в1} = m_{п0} - m_{п1} \end{cases} \rightarrow m_{в1} = (\gamma - 1) m_{п1}.$$

$$\begin{cases} \frac{m_{п1}}{m_{в1}} = \frac{1}{\gamma - 1} \\ m_{п1} = \rho_{п1} \cdot V_{1п} \\ m_{в1} = \rho_в \cdot V_{1в} \end{cases}$$

$$\frac{V_{1п}}{V_{1в}} = (\gamma - 1)^{-1} \cdot \frac{\rho_в}{\rho_{п1}}.$$

Задача 5. Продолжение:

$$\frac{V_{1п}}{V_{в1}} = (\gamma-1)^{-1} \cdot \frac{\rho_в}{\rho_{п1}} \quad (1)$$

Из М-Клапейрона: $P_0 V = \frac{m_п}{\mu_в} \cdot R t_0$

и $T = const$, $P_0 = const = P_0$

$$\frac{\mu_в P_0 V}{R t_0} = \rho_{1п} \cdot V \quad \Big| \cdot \frac{1}{V}$$

$$\rho_{1п} = \frac{P_0 \mu_в}{R t_0} \quad (2)$$

Из (1) и (2): $\boxed{\frac{V_{1п}}{V_{в1}} = \frac{R t_0 \rho_в}{\mu_в P_0 (\gamma-1)}}$

Это ответ на второй вопрос.

Ответ:

1) $\boxed{\frac{\rho_п}{\rho_в} = \frac{P_0 \mu_в}{R t_0 \rho_в}}$ Плотность пара постоянна, если он всегда насыщен, а в данной ситуации он всегда насыщен.

$\frac{\rho_п}{\rho_в} \approx 0,26$

2) $\boxed{\frac{V_{1п}}{V_{в1}} = \frac{R t_0 \rho_в}{\mu_в P_0 (\gamma-1)}}$ $\frac{V_{1п}}{V_{в1}} \approx 164$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{cases} v_{x0} = v_0 \cos\alpha \\ v_{yk} = v_k \cdot \sin\beta \\ v_{xk} = v_k \cdot \cos\beta \\ v_k = 2v_0 \\ v_{xk} = v_{x0} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_{x0} = v_0 \cos\alpha \\ v_{yk} = 2v_0 \sin\beta \\ v_{xk} = 2v_0 \cdot \cos\beta \end{cases}$$

$$v_0 \cdot \cos\alpha = 2v_0 \cos\beta$$

$$\cos\beta = \frac{\cos\alpha}{2}$$

$$\sqrt{1 - \frac{\cos^2\alpha}{4}} = \sqrt{\frac{4-\cos^2\alpha}{4}}$$

$$\frac{v_0^2}{4} -$$

$$25 \cdot 13 \quad \frac{v_0^2 - \frac{v_0^2}{4}}{2 \cdot g}$$

$$t = \frac{v_0\left(\sqrt{4-\cos^2\alpha} - \sin\alpha\right)}{g}$$

$$10\,\frac{м}{с} \cdot \sqrt{4 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 10\,\frac{м}{с} \cdot \sqrt{\frac{16-3}{4}}$$

$$10\,\frac{м}{с} \cdot \sqrt{\frac{13}{4}}$$

$$3mg\mu = 2F_0$$

$$2F' - 3mg\mu$$

$$F_{ов} = m\left(g\cos\alpha - \sin\alpha\,\omega^2(R+L)\right)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{13} - 1\right)$$

$$1c \cdot \left(\sqrt{\frac{16-3}{4}} - \frac{1}{2}\right)$$

$$gt^2$$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$\rho\frac{V^2}{2}+\rho gh = const$

$\rho gh + \rho\frac{V^2}{2}$

$\rho\frac{V^2}{2} = \rho gh$

$p_0+\rho gh$

$tg\,90 \to \infty$

$1 - tg^2 45^\circ$

$\frac{649}{2493}$

$p+\rho\frac{V^2}{2} = const$

$\frac{3,55\cdot 18}{8,31\cdot 30}$

$\frac{6/5}{250}$ $\frac{13}{50}$

24000 30 9000

$\frac{3,55\cdot 10^3 Па\cdot 18\cdot 10^{-1}\,кг/моль}{8,31\cdot 300\cdot 10^3}$

$h_2 = h_1\frac{1+\frac{a}{g}}{1-\frac{a}{g}}$

$0,1м\,\frac{10+4}{10-4}$ $\frac{14}{60} = \frac{7}{30}$

$h_2 = h_1\frac{g+a}{g-a}$

$\frac{14}{6}\cdot 0,1$

$\rho gh_1+\frac{\rho v_1^2}{2} = \rho gh_2+\frac{\rho v_2^2}{2}$

$4\cdot 16\cdot 4\cdot 0,1$ $16/6$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)