

Олимпиада «Физтех» по физике, 9

Класс 10

Вариант 10-02

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Гайку бросают с вышки со скоростью $V_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. В полете гайка все время приближалась к горизонтальной поверхности Земли и упала на нее со скоростью $2V_0$.

- 1) Найти вертикальную компоненту скорости гайки при падении на Землю.
- 2) Найти время полета гайки.
- 3) С какой высоты была брошена гайка?

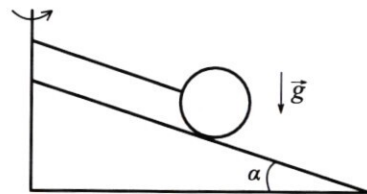
Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 2m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ .



- 1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?
- 2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?
- 3) За какое время человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F ($F > F_0$) к канату?

3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

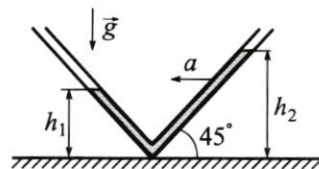


- 1) Найти силу давления шара на клин, если система покоится.
- 2) Найти силу давления шара на клин, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.

4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^\circ$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении с ускорением $a = 4$ м/с² уровень масла в одном из колен трубки устанавливается на высоте $h_1 = 10$ см.

- 1) На какой высоте h_2 установится уровень масла в другом колене?
- 2) С какой скоростью V будет двигаться жидкость в трубке относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет») и когда уровни масла будут находиться на одинаковой высоте?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Действие сил трения пренебрежимо мало.



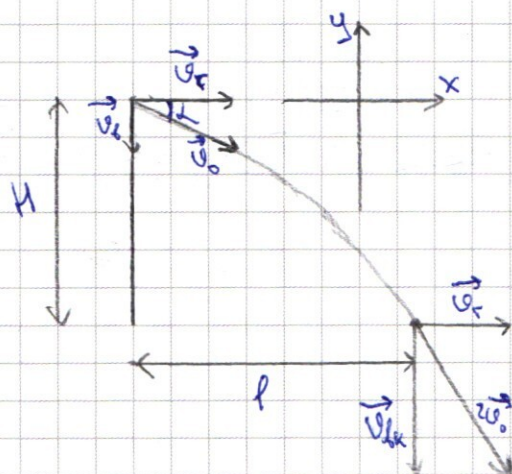
5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 27°C и давлении $P = 3,55 \cdot 10^3$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

- 1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.
- 2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 5,6$ раза.

Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см³, $\mu = 18$ г/моль.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1



Дано:

$$v_0 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

1) Спроецируем скорость v_0 на 2 оси

$$Ox: v_x = v_0 \cdot \cos \alpha; \quad Oy: v_y = v_0 \cdot \sin \alpha$$

2) В конечной точке из закона сохранения энергии

$$4v_0^2 = v_x^2 + v_{yk}^2$$

3) На протяжении полета горизонтальная составляющая скорости v_x не изменяется, а вертикальная увеличивается по закону $v_{yk} = v_y + gt$

4) Подставим данные уравнений 1) и 3) во второе

$$4v_0^2 = v_0^2 \cos^2 \alpha + (v_0 \sin \alpha + gt)^2$$

$$4v_0^2 = v_0^2 \cos^2 \alpha + v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gt v_0 \sin \alpha + g^2 t^2$$

$$g^2 t^2 + 2gt v_0 \sin \alpha - 3v_0^2 = 0$$

$$D = (2g v_0 \sin \alpha)^2 + 4 \cdot 3v_0^2 \cdot g^2 =$$

$$= v_0^2 g^2 + 12v_0^2 g^2 = 13v_0^2 g^2$$

$$t = \frac{-2g v_0 \sin \alpha + \sqrt{13v_0^2 g^2}}{2g^2} = \frac{-v_0 g + v_0 g \sqrt{13}}{2g^2} = \frac{v_0 (\sqrt{13} - 1)}{2g}$$

$$= \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}} (\sqrt{13} - 1)}{2 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \boxed{\frac{\sqrt{13} - 1}{2}} \text{ (с.)}$$

5) Зная время найдем вертикальную составляющую скорости камня при падении на землю

$$V_{\text{вк}} = V_{\text{в}} + gt = V_0 \cdot \sin \alpha + g \cdot \left(\frac{\sqrt{13}-1}{2} \right) =$$

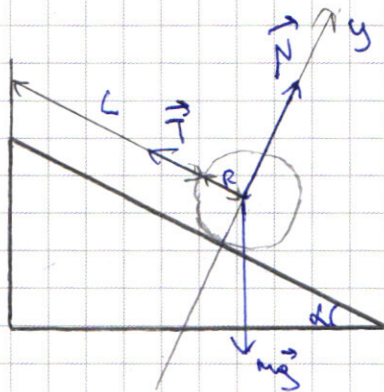
$$= 5 \frac{\text{м}}{\text{с}} + 5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} (\sqrt{13}-1) = 5(1+\sqrt{13}-1) \frac{\text{м}}{\text{с}} = \boxed{5\sqrt{13} \frac{\text{м}}{\text{с}}}$$

6) Используя кинематический закон для равноускоренного движения найдем высоту

$$H = V_{\text{в}} t + \frac{gt^2}{2} = V_0 \sin \alpha \left(\frac{\sqrt{13}-1}{2} \right) + \frac{g}{2} \left(\frac{\sqrt{13}-1}{2} \right)^2 =$$

$$= 5 \left(\frac{\sqrt{13}-1}{2} + \frac{13-2\sqrt{13}+1}{4} \right) = 5 \left(\frac{2\sqrt{13}-2+13-2\sqrt{13}+1}{4} \right) = \frac{5}{4} \cdot 12 = \boxed{15 \text{ м}}$$

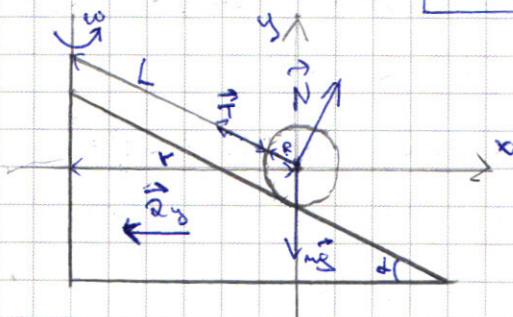
N 3



1) Для случая, когда шнур в покое рассмотрим силы

Сила давления шара на шнур будет равна силе реакции шнур N

Из равновесия на ось Oy $\boxed{N = mg \cdot \cos \alpha = F_g}$



2) Для случая, когда шнур вращается вокруг своей оси

Спроецируем силы на ось Ox и Oy

$$Ox: N \sin \alpha - T \cos \alpha = -m a_x ; Oy: N \cos \alpha + T \sin \alpha - mg = 0$$

$$T = \frac{N \sin \alpha \pm m a_x}{\cos \alpha} ; \text{ Подставим в } Oy$$

$$N \cos \alpha + (N \sin \alpha \pm m a_x) \cdot \tan \alpha - mg = 0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$N \cos^2 \alpha + (N \sin \alpha + m a_y) \cdot \sin \alpha - m g \cos \alpha = 0$$

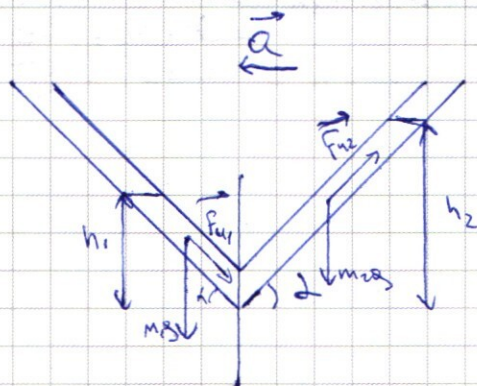
$$N (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) + m a_y \sin \alpha - m g \cos \alpha = 0$$

$$N = m (g \cos \alpha - a_y \sin \alpha)$$

$$a_y = \cancel{\omega^2 r} \omega^2 r = \omega^2 \cdot (L + R) \cdot \cos \alpha$$

$$N = F_g = \boxed{m \cdot \cos \alpha (g - \omega^2 (L + R) \sin \alpha)}$$

N4



1) При движении трубки влево возникнет сила трения, направленная против движения и параллельно поверхности трубки

Т.к. масса не движется относительно трубки, то справедливо равенство

$$(F_{N1} + m_1 g \sin \alpha) \cdot S = (m_2 g \sin \alpha - F_{N2}) \cdot S$$

$$F_{N1} + m_1 g \sin \alpha = m_2 g \sin \alpha - F_{N2}$$

$$F_{N1} = m_2 g \cos \alpha \quad F_{N2} = m_1 g \cos \alpha$$

Т.к. $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$, то можно сократить на

$$m_1 g + m_1 g = m_2 g - m_2 g$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{g - a}{g + a}$$

$$m_1 = \frac{S \cdot h_1 \cdot \rho}{S \cdot \sin \alpha}$$

$$m_2 = \frac{S \cdot h_2 \cdot \rho}{S \cdot \sin \alpha}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{h_1}{h_2}$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{g-a}{g+a}$$

$$h_2 = \frac{g+a}{g-a} \cdot h_1 = \frac{14}{6} \cdot 0,1 = \frac{4}{3} \cdot 0,1 = 2\frac{1}{3} \cdot 0,1 = 2,3 \cdot 0,1 = 0,23 \text{ м}$$

Если канат будет висеть равномерно, то сила инерции равна нулю

$$\text{Значит } m_2 \cdot g - m_1 \cdot g = (m_1 + m_2) a_1$$

$$a_1 = \frac{g(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)}$$

$$m_2 = \frac{14 m_1}{6} = \frac{4}{3} m_1$$

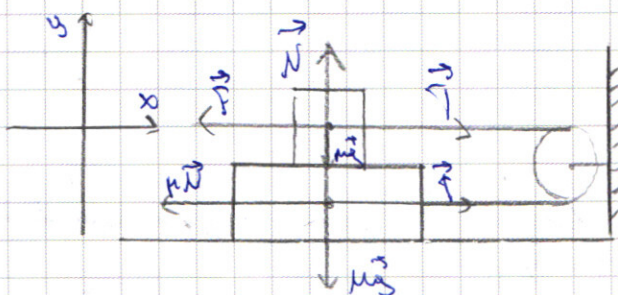
$$a_1 = \frac{\frac{4}{3} g \cdot m_1}{\frac{10}{3} m_1} = 0,4 g$$

Если канат будет висеть равномерно, то ускорение будет равно 0

Значит время движения каната равно 0

$$S = \frac{(v_2 - v_1) \cdot t}{2} \quad \text{т.к. путь линейно зависит от ускорения, то } S = \frac{(a_1 - a_2) t^2}{2} = \frac{a_1 t^2}{2} = 0,1 t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{a_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,1}{0,4g}} = \sqrt{\frac{0,5}{2g}} = \sqrt{\frac{0,5}{2 \cdot 9,8}} = \sqrt{\frac{0,5}{19,6}} = \sqrt{\frac{1}{39,2}} = \frac{1}{\sqrt{39,2}} = \frac{1}{6,26} = 0,16 \text{ с}$$

N2



$$M = 2m$$

1) Рассчитаем N

Спроецируем на ось Oy получим

$$N = g(m + M) = 3mg$$

2) Из проекции на Ox получим

$$\mu N = T; T = F_0 \Rightarrow \mu N = F_0 \Rightarrow 3\mu mg = F$$

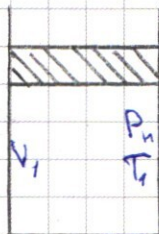
3) Если $F > F_0$, то возникнет ускорение влево

$$T - \mu N = ma \Rightarrow F - 3\mu mg = 3ma \Rightarrow a = \frac{F - 3\mu mg}{3m}$$

$$S = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,5}{\frac{F - 3\mu mg}{3m}}} = \sqrt{\frac{3m}{F - 3\mu mg}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5



$$T_1 = 300 \text{ K}; P_n = 3,55 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

$$\rho_B = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\mu = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

1) Из закона Менделеева-Клапейрона

$$P_n \cdot V_1 = \frac{m_1}{\mu} RT$$

$$P_n = \frac{P_n RT}{m} \Rightarrow P_n = \frac{P_n M}{RT}$$

Зная плотность воды, находим отношение

$$\frac{P_n}{\rho_B} = \frac{3,55 \cdot 10^3 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{1000 \cdot 8,31 \cdot 300} = \frac{63,9}{2493 \cdot 10^3} \approx 0,256 \cdot 10^{-3} = \boxed{25,6 \cdot 10^{-5}}$$

2) $V_2 = \frac{V_1}{5,6}$

Запишем уравнение для изотермического сжатия насыщенного пара

П.к. пар насыщенный, то давление не будет изменяться

$$\frac{m_1 RT}{M V_1} = \frac{(m_1 - m_B) RT}{M V_2}, \text{ где } m_B - \text{масса конденсированной воды}$$

$$m_1 V_2 = (m_1 - m_B) V_1$$

$$m_1 = 5,6 (m_1 - m_B)$$

$$m_1 = 5,6 m_1 - 5,6 m_B$$

$$5,6 m_B = 4,6 m_1$$

$$m_B = \frac{4,6}{5,6} m_1$$

$$V_B = \frac{m_B}{\rho_B} = \frac{4,6}{5,6} \frac{m_1}{\rho_B}$$

$$V_n = \frac{m_1 - m_B}{\rho_n} = \frac{m_1}{5,6 \rho_n}$$

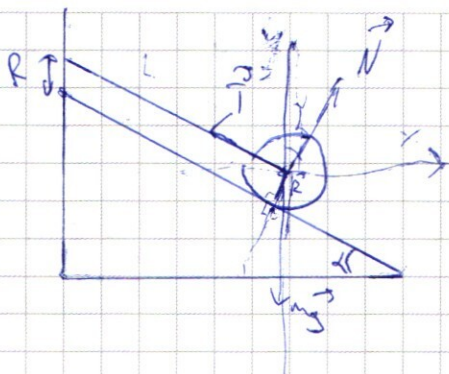
$$\frac{V_{\pi}}{V_b} = \frac{m_1}{5,6 \mu\text{H}} \cdot \frac{5,6 \mu\text{H}}{4,6 \mu\text{H}} = \frac{\mu\text{H}}{4,6 \mu\text{H}}$$

$$2_{\text{из}} \text{ п. 1) } \rho_{\text{H}} = 25,6 \cdot 10^{-5} \text{ p b}$$

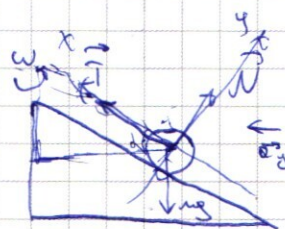
$$\frac{V_{\pi}}{V_b} = \frac{1}{4,6 \cdot 25,6 \cdot 10^{-5}} = \boxed{\frac{10^5}{117,46}} \approx 8,49 \cdot 10^2 = 849$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3



~~mg~~



$$0 y: N = mg \cos \alpha$$

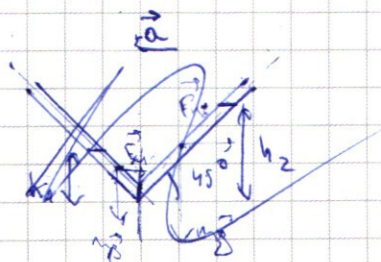
$$0 x: T = mg \sin \alpha$$

~~mg~~

$$a_x = \omega^2 R = \omega^2 (L \cos \alpha)$$

$$N \cos^2 \alpha + (mg \sin \alpha + m a_x) \cdot \sin \alpha - mg \cos \alpha$$

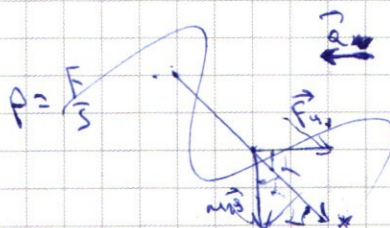
№4



$$m_1 = \frac{S \cdot h_1 \cdot \cos \alpha \cdot \rho}{\sin \alpha}$$

$$m_2 = \frac{S h_2 \rho}{\sin \alpha}$$

2)



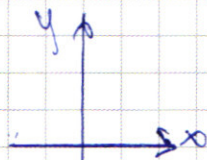
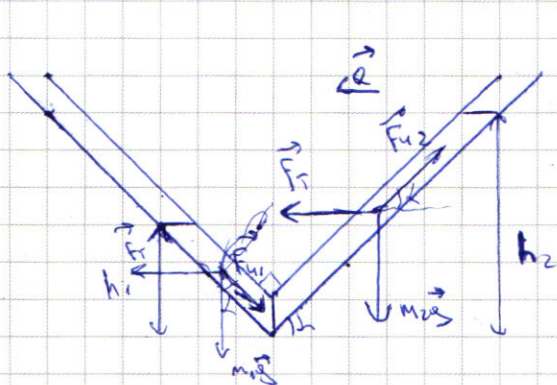
$$m_2 g \sin \alpha + F_{T1} \cos \alpha = m_2 a \cos \alpha$$

$$1) m_2 g \cos \alpha + F_{T1} \cos \alpha = m_2 a \cos \alpha$$

$$F_{T1} = -m_2 a - m_2 g$$

$$F = \sqrt{m_1^2 (a + g)^2 + m_2^2 g^2}$$

$$= \sqrt{m_1^2 (a + g)^2 + m_2^2 g^2}$$

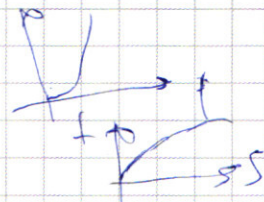


$$y = x^2$$

$$s = 2x$$

$$x = \sqrt{y}$$

$$v = a t = \frac{g(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2} t \quad \text{and} \quad \frac{d^2 s}{dt^2} = a$$



$$I = \frac{A \omega}{\omega'}$$

$$I: \quad a: \quad F_T - F_{N1} \cos \alpha = m_1 a$$

$$O_y: \quad m_1 g = -F_{N1} \sin \alpha$$

$$F_T + m_1 g \cos \alpha = m_1 a$$

$$II: \quad O_x: \quad F_T - F_{N2} \cos \alpha = m_2 a$$

$$O_y: \quad F_{N2} \sin \alpha = m_2 g$$

$$F_T = m_2 g \cos \alpha$$

$$F_T = F_{N1} \cos \alpha = F_{N2} \cos \alpha = m_2 g \cos \alpha$$

$$m_1(a - g) = m_2(a + g)$$

$$F_{N1} + m_1 g \cos \alpha = m_2 g \cos \alpha = F_{N2}$$

$$0.4g = a' \cdot t$$

$$t = \frac{0.4g}{a'}$$

$$\Delta t = j \cdot t$$

$$\Delta m_{\max} = \frac{1}{3} m_1 \quad \Delta m_{\min} = 0$$

From

$$m_1 g \cos \alpha = F_{N1} + m_1 g \cos \alpha$$

$$m_2 g + F_{N2} = m_2 g - m_2 g \cos \alpha = F_{N2}$$

$$a' =$$

$$F_{N1} \cos \alpha = m_1 a$$

$$m_1 g \cos \alpha + m_1 g \cos \alpha = m_2 g \cos \alpha + m_2 g \cos \alpha$$

$$F_{N1} = \frac{m_1 g \cos \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{g(a+g)}{g-a} = \frac{h_1}{h_2}$$

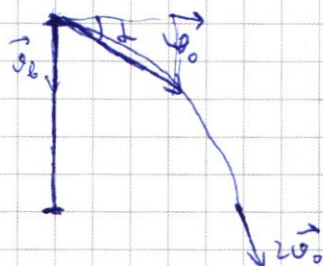
$$h_2 = \frac{(a+g)h_1}{g-a}$$

$$= \frac{14h_1}{6} = \frac{7}{3} h_1$$

$$h_2 = \frac{(g-a)h_1}{a+g} = \frac{1}{14} h_1 = \frac{30}{7} \text{ cm}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~1



$$v_z = v_0 \cdot \cos 30^\circ$$

$$v_b = v_0 \sin \alpha$$

$$2v_0 = \sqrt{v_z^2 + v_{bx}^2}$$

$$v_{bx} = v_0 \sin \alpha + gt$$

$$4v_0^2 = v_0^2 \cos^2 30^\circ + (v_0 \sin \alpha + gt)^2$$

$$v_0^2 (4 - \cos^2 30^\circ) = v_0^2 \sin^2 \alpha + 2v_0 \sin \alpha gt + g^2 t^2$$

$$v_0^2 (4 - \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = 2v_0 \sin \alpha gt + g^2 t^2$$

$$v_0^2 (4 - 1) = 2v_0 \sin \alpha gt + g^2 t^2$$

$$g^2 t^2 + 2v_0 \sin \alpha gt - 3v_0^2 = 0$$

$$D = v_0^2 g^2 + 12v_0^3 \sin^2 \alpha = 13v_0^2 g^2$$

$$t = \frac{-v_0 g + v_0 g \sqrt{13}}{2g^2} = \frac{v_0 (\sqrt{13} - 1)}{2g}$$

$$= \frac{\sqrt{13} - 1}{2} \cdot$$

$$v_{bx} = \frac{v_0}{2} + gt =$$

$$= 5 + 5(\sqrt{13} - 1) =$$

$$= 5\sqrt{13} \frac{m}{c}$$

$$h = v_0 \sin \alpha t + \frac{gt^2}{2} = \frac{g}{2} (2t - 3\sqrt{13}) = \frac{g}{2} (9 - 5\sqrt{13})$$

$$= 5 \cdot \frac{\sqrt{13} - 1}{2} + 5 (\sqrt{13} - 1)^2 =$$

$$= 5 \left(\frac{\sqrt{13} - 1}{2} + 13 - 2\sqrt{13} + 1 \right) = 5 \left(\frac{\sqrt{13} - 1 + 26 - 4\sqrt{13} + 2}{2} \right)$$

