

Олимпиада «Физтех» по физике, 9

Класс 10

Вариант 10-01

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Камень бросают с вышки со скоростью $V_0 = 8$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. В полете камень все время приближался к горизонтальной поверхности Земли и упал на нее со скоростью $2,5V_0$.

- 1) Найти вертикальную компоненту скорости камня при падении на Землю.
- 2) Найти время полета камня.
- 3) Найти горизонтальное смещение камня за время полета.

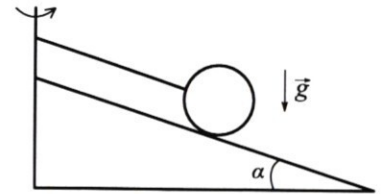
Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 5m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ .



- 1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?
- 2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?
- 3) Какой скорости достигнет ящик, если человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F ($F > F_0$) к канату?

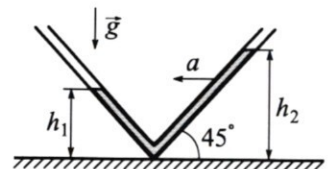
3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.



- 1) Найти силу натяжения нити, если система покоится.
- 2) Найти силу натяжения нити, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.

4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^\circ$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении уровни масла в коленях трубки устанавливаются на высотах $h_1 = 8$ см и $h_2 = 12$ см.

- 1) Найдите ускорение a трубки.
- 2) С какой максимальной скоростью V будет двигаться жидкость относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет»)?



Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Действие сил трения пренебрежимо мало.

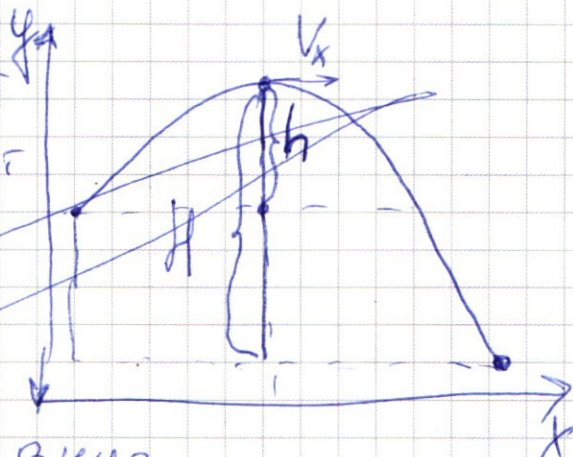
5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 95°C и давлении $P = 8,5 \cdot 10^4$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

- 1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.
- 2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 4,7$ раза. Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см³, $\mu = 18$ г/моль.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

Заметим, что в наивысшей точке полёта камень имеет только горизонтальную составляющую скорости V_x , а затем с ускорением g ускоряется вниз.



Тогда полная скорость $2,5V_0 = \sqrt{V_x^2 + (gt_2)^2}$ (1)

где t_2 — время падения после достижения наивысшей точки. Пусть H — высота расстояния от наивысшей точки до поверхности Земли, тогда ~~знаем~~, что ~~тел~~ камень движется вниз с нулевой начальной скоростью,

получаем уравнение $H = \frac{gt_2^2}{2}$; $t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$; (2)

Используя уравнение (1), найдём вертикальную составляющую скорости $V_y = gt_2$; $(2,5V_0)^2 = V_x^2 + V_y^2$;

$V_y = \sqrt{(2,5V_0)^2 - V_x^2}$; Горизонтальная компонента V_x не изменяется со временем (если сопротивление воздуха пренебрегаем), и она равна $V_x = V_0 \cos \alpha$;

Тогда $V_y = \sqrt{(2,5 \cdot 8)^2 - (8 \cdot 0,5)^2} = \sqrt{20^2 - 4^2} = \sqrt{384} = 16 = 4 \text{ м/с}$

1) Ответ: 4 м/с;

Задача 2

1) Поскольку нити строго горизонтальны, то сила натяжения нити не может компенсировать

силу тяжести человека, поэтому человек давит на край лезвья, и F_z (суммарная сила)

$$F_z = mg + Mg = 6mg;$$

2) чтобы осуществить задуманное человеку надо толкать канат с силой, ^{больше} ~~равной~~ максимальной силе трения покоя — т.е. силой трения скольжения,

$$F_{tr} = \mu N = 6\mu mg, \text{ поэтому } F_{min} = 6\mu mg;$$

3) Пусть человек приложит силу F , тогда ускорение человека с блоком равно:

$$a = \frac{F_z R}{6m}, \text{ где } R - \text{равнодействующая}$$

$$a = \frac{F - 6\mu mg}{6m} = \frac{F}{6m} - \mu g; \quad g - \text{ускорение свободного падения};$$

Из уравнения равноускоренного движения получаем: $S = \frac{at^2}{2}$; $t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$; V_k — конечная скорость;

$$V_k = at = a \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{2aS} = \sqrt{2S \cdot \left(\frac{F}{6m} - \mu g\right)}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5:

Пусть h — высота башни, тогда для вертикального движения получаем уравнение:

$$\textcircled{1} h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}, \text{ решая которое, найдем}$$

время t ;

Разложим конечную скорость на составляющие:

$$(25 \text{ м/с})^2 = v_{yk}^2 + v_x^2; \quad v_{yk} = \sqrt{(25 \cdot 0.8)^2 - (8 \cdot \frac{1}{2})^2} =$$

$$= \sqrt{400 - 16} = \sqrt{384} = \sqrt{3 \cdot 128} = 8\sqrt{6} \text{ м/с};$$

$$1) \text{ ответ: } v_{yk} = 8\sqrt{6} \text{ м/с};$$

Теперь найдем среднюю скорость в течение

$$\text{пути: } v_{cp} = \frac{v_0 + v_{yk}}{2} = \frac{v_0 \sin \alpha + 8\sqrt{6}}{2} = \frac{40\sqrt{3} + 8\sqrt{6}}{2} = 20\sqrt{3} + 4\sqrt{6} \text{ м/с};$$

$$\text{Тогда высота башни равна: } h = v_{cp} \cdot t = 20\sqrt{3}(1 + 2\sqrt{2})t$$

$$v_{yk} = v_0 + gt; \text{ (равноускоренное вертикальное движение)}$$

$$gt = v_{yk} - v_0; \quad t = \frac{v_{yk} - v_0}{g}; \quad t = \frac{8\sqrt{6} - 40\sqrt{3}}{10} = \frac{4\sqrt{3}(2\sqrt{2} - 5)}{10} =$$

$$= 0,4 \cdot \sqrt{3}(2\sqrt{2} - 5) \text{ с.}$$

$$\text{Ответ: } t = 0,4 \cdot \sqrt{3}(2\sqrt{2} - 5)$$

3) поскольку мы пренебрегаем силой сопротивления воздуха, то v_x постоянно, и горизонтальное смещение $s = v_x \cdot t = 4 \cdot 0,4 \cdot \sqrt{3}(2\sqrt{2} - 5) = 1,6 \cdot \sqrt{3}(2\sqrt{2} - 5).$

Задача 5

Уравнения Клапейрона-Менделеева найти характер зависимости $D(V)$;

$$pV = \nu RT; \quad \frac{p}{RT} \approx \frac{\nu}{V}; \quad p = \text{const}; \quad T = \text{const} \Rightarrow \frac{p}{RT} = \text{const};$$

$$\frac{\nu}{V} = \text{const}; \quad \text{зависимость линейная};$$

$\nu = kV$; значит, если объем пара уменьшился в γ раз, то и количество вещества пара уменьшилось в γ раз: $\frac{m}{\mu} = kV$; (k - коэффициент; $k = \frac{p}{RT}$)

Пусть в некоторый момент времени объем уменьшился в γ раз, тогда масса также уменьшилась в γ раз, и $m_0 = \gamma m_k$; тогда количество вышедшей массы воды равно $\Delta m = m_0 - m_k = \gamma m_k - m_k = (\gamma - 1) \cdot m_k = m_B$

Тогда отношение объема пара к объему воды равно: $\frac{V_k}{\Delta m} = \frac{\frac{m_k}{\mu} \cdot R \cdot T \cdot \gamma_B}{p \cdot (\gamma - 1) m_k} = \frac{RT \cdot \gamma_B}{\mu p (\gamma - 1)}$

$$= \frac{8,31 \cdot 95}{18 \cdot 10^{-3} \cdot 85 \cdot 10^4} = \frac{8,31 \cdot 95 \cdot 10^3}{18 \cdot 10^{-3} \cdot 85 \cdot 10^4 \cdot 3,7} =$$

$$= \frac{8,31 \cdot 95 \cdot 10^3}{18 \cdot 85 \cdot 3,7} = \frac{8,31 \cdot 19 \cdot 10^3}{18 \cdot 17 \cdot 3,7} \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{1000}{3,7} \approx \frac{1}{2} \cdot 270 \approx 135 \text{ раз};$$

Ответ: 135 раз;

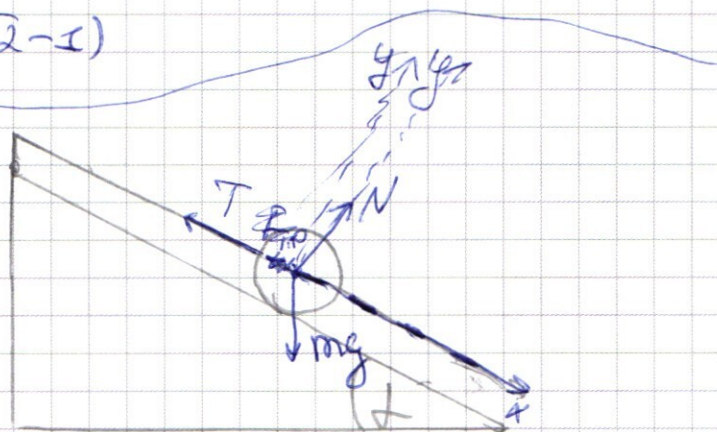
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

3) Ответ: $1,6 \cdot 10^3 (2\sqrt{2} - 1)$

Задача 2

1) Рассмотрим силы, действующие на шар:



1) N — сила реакции опоры, перпендикулярно поверхности

2) T — сила натяжения нити, по направлению нити

3) $F_{тяж} = mg$, сила тяжести, вертикально вниз. Направим ось x параллельно поверхности клина, ось y — перпендикулярно, и спроецируем силы. Поскольку шар покоится, равнодействующая всех сил равна 0:

$$\text{для } x: T = mg \sin \alpha;$$

$$\text{для } y: N = mg \cos \alpha;$$

Ответ: $T = mg \sin \alpha;$

2) При вращении системы появляется центробежная сила, которая компенсируется силой натяжения нити

Задача 3

Распишем силы:

T - сила натяжения нити

N - сила реакции опоры

$F_{тяж}$ - сила тяжести

$F_y = m a_y$ - центробежная сила; a_y - центробежное ускорение

Заметим, что при движении по окружности

$a_y = \omega^2 R$, где R - радиус вращения;

$$R = \frac{(L + R) \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha}$$

спроецируем силы на оси x и y :

для O_x : $T - F_y \cos \alpha - mg \sin \alpha = 0$;

для O_y : $N + F_y \sin \alpha - mg \cos \alpha = 0$

$$F_y = \omega^2 R = \omega^2 (L + R) \cos \alpha;$$

$$T = F_y \cos \alpha + mg \sin \alpha = \omega^2 \cos^2 \alpha (L + R) + mg \sin \alpha$$

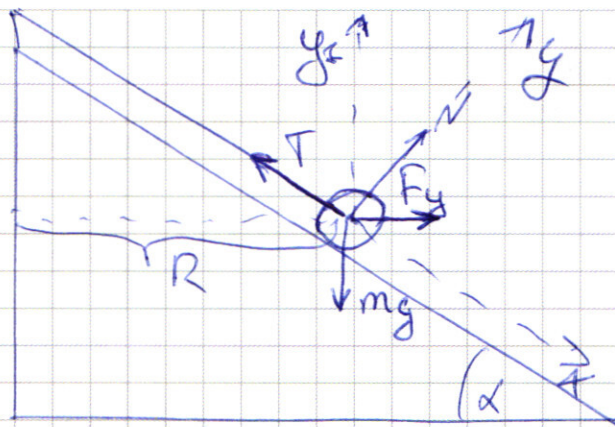
Ответ: $T = \omega^2 \cos^2 \alpha (L + R) + mg \sin \alpha$;

Заметим, что шарик оторвется от клина

тогда когда, проекция T на ось y_1 ^{параллельную} ~~направлению~~ ^{секанса} ~~направления~~

в N силе тяжести, станет больше силы тяжести

$$T \sin \alpha > mg;$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4

Из-за разности уровней воды возникает результирующая сила, компенсирующая внешнее действие силы, разгоняющей систему:

$F_p = \rho g h_2 S - \rho g h_1 S = \rho g (h_2 - h_1) S$ — сила, созданная разностью высот; S — площадь сечения

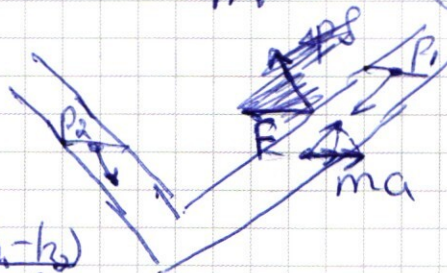
Эта сила компенсирует действие внешней силы (спроецируем $F_{вн}$); и

$$F_{вн} \cos \alpha = F_p = \rho g (h_2 - h_1) S \cos \alpha; \quad \alpha = \frac{\rho g (h_2 - h_1) S \cos \alpha}{m} = \frac{\rho g (h_2 - h_1) S \cos \alpha}{\rho V}$$

$$\rho g (h_2 - h_1) S \cos \alpha = m a; \quad \Delta h S = \frac{\Delta V}{\cos \alpha};$$

$$m a = \frac{\rho g \Delta h S}{\cos \alpha}; \quad m = \rho V; \quad V = \frac{(h_1 + h_2) S}{\cos \alpha}$$

$$a = \frac{g \Delta h}{(h_1 + h_2)}; \quad (h_1 + h_2) a = g (h_2 - h_1)$$



2) После «изрезания» ускорения вода в трубке будет стремиться достичь такого уровня, при котором $h_1 = h_2$ (высота левого столба равна высоте правого), т.е. возможно при $h = \frac{h_1 + h_2}{2} = 10 \text{ см}$;

Тогда вода будет двигаться с ускорением вдоль трубы, равным $g \sin \alpha$, и пройдет расстояние

$$\frac{(h_2 - h_1)^2}{2 \cos \alpha} = \frac{2 \cdot 2^2}{2} \cdot \frac{g}{2} = 202 \text{ см};$$

Задача 4

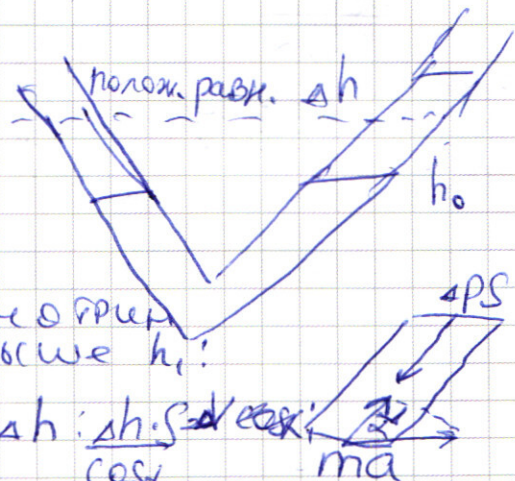
Поскольку в любой момент времени разность уровней воды после остановки будет отставать, у нас будет переменное

ускорение; которое описывается уравнением гармонических колебаний;

Однако можно упростить задачу и заметить, что столбик воды высотой $h_2 - h_1$ имеет потенциальную энергию, часть которой перейдет в кинетическую энергию столбика во выходящем столбе; а именно половина (т.к. Δh — это половина от $h_2 - h_1$), откуда та оставшаяся часть потенциальной энергии перейдет в кинетическую;

$$\frac{mg(h_2 - h_1)}{2} = \frac{mv^2}{2}; \quad g \Delta h = v^2; \quad v = \sqrt{0,2 \cdot 10} = 0,2 \text{ м/с}$$

Ответ: 0,2 м/с



Возвращаясь к

пункту первому, рассмотрим ту часть воды, что выше h_1 :

Получаем: $ma \cos \alpha = \rho g S \Delta h$; $\Delta h \cdot S \cdot \cos \alpha$

$$m = \rho V; \quad V \cdot \cos \alpha = (h_1 + h_2) \cdot S \cdot \sin \alpha$$

$$a \cdot \rho \cdot S \cdot (h_1 + h_2) \cdot \cos^2 \alpha = \rho g \cdot \frac{\Delta h \cdot S}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha$$

$$a(h_1 + h_2) \cdot \cos^2 \alpha = g(h_2 - h_1)$$

$$a = \frac{g(h_2 - h_1)}{(h_1 + h_2) \cos^2 \alpha}$$

Ответ: $a = 2 \text{ м/с}^2$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~Задача 1~~

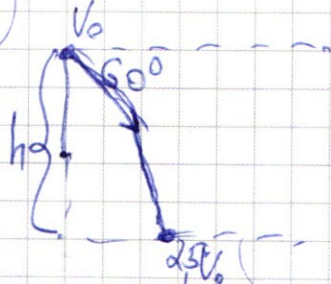
~~2) Время полета камня складывается из
времени подъема t_1 и времени падения t_2 ;
причем t_1 из уравнения равноускоренного
движения получаем: $h = \frac{gt_1^2}{2}$, $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (3)~~

~~Итак, что $V_y = gt_2$, найдем t_2 : $t_2 = \frac{V_y}{g} = 0,4$ с~~

~~Теперь заметим, что начальная вертикальная
компонента скорости $V_{y0} = V_0 \sin \alpha = 4\sqrt{3}$, и $V_y = gt_1$,
откуда $t_1 = \frac{V_{y0}}{g} = 0,4 \cdot \sqrt{3}$ с~~

Задача 1

Поскольку камень всё время приближался
к поверхности Земли, то камень бросили
под углом вниз (см. рис 1) (1)
Пренебрегая силой сопротивления
воздуха, заметим, что горизон-
тальная составляющая скорости



V_x — постоянна и равна начальной:

$V_x = V_0 \cos \alpha = 4 \text{ м/с}$; Горизонтальная составляющая
вертикальная составляющая V_y равноускоренно уменьшалась:
 $V_{yx} = V_{y0} + gt$, где t — время падения

Задача 5

Используем уравнение Клапейрона-Менделеева:

$pV = \nu RT$, где p - давление, V - объём, T - температура, ν - количество вещества, R - универсальная

газовая постоянная;

$$V = \frac{m \cdot R \cdot T}{p} \quad ; \quad \rho \text{ Плотность пара } \rho = \frac{m}{V} = \frac{\mu p}{\mu R T} = \frac{p}{R T};$$

Плотность пара равна $\frac{18 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31 \cdot 10^4}{8,31 \cdot 95}$

$$\approx \frac{18 \cdot 85}{8,31 \cdot 95} \approx 2 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3} = 0,002 \text{ г/см}^3;$$

$$\text{Отношение } \frac{\rho_{\text{н}}}{\rho_{\text{в}}} \approx \frac{0,002}{1} \approx 0,002$$

~~В процессе $T = \text{const}$, и как в изотермическом процессе $pV = \text{const}$, поэтому;~~

Поскольку пар остаётся насыщенным на протяжении опыта, то $\rho_{\text{н}} = \text{const}$, а часть насыщенного пара конденсируется, поэтому его масса непостоянна, и $\frac{m}{\mu} RT$ из-за разницы в разные моменты времени, а и pV также разнито. Однако, поскольку $\rho_{\text{н}} = \text{const}$, то $\frac{\mu p}{R T} = \text{const}$; значит, отношение $\frac{p}{T}$ постоянно, и

т.к. $T = \text{const}$, то и $p = \text{const}$;

Значит, поскольку количество вещества ν и объём V непостоянны, то мы сможем с помощью

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 18 \\ 85 \\ \hline 90 \\ 144 \\ \hline 1530 \end{array}$$

$$85 = 5 \cdot 17$$

$$5 \cdot 19$$

$$\frac{18 \cdot 17}{831 \cdot 19} = \frac{17}{831} = 2$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ 17 \\ \hline 126 \\ 18 \\ \hline 306 \end{array}$$

$$\frac{18 \cdot 17}{831 \cdot 19}$$

$$\frac{1900}{831}$$

$$\frac{310}{160} = \frac{31}{16}$$

$$\frac{306}{157,89}$$

$$18,85$$

$$P \propto U^2$$

$$P \propto \frac{U^2}{R}$$

$$P \propto \frac{U^2}{\rho \cdot L}$$

$$\frac{384}{128} = 3$$

$$\begin{array}{r} 237,75 \\ 237,75 \\ \hline 118,875 \\ 175 \\ \hline 193,75 \end{array}$$

$$\frac{31}{16}$$

$$S = \frac{U \cdot P}{R \cdot T}$$

$$\frac{\text{моль} \cdot \text{г} \cdot \text{Па} \cdot \text{к}}{\text{Па} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{к} \cdot \text{моль} \cdot \text{Па}}$$

$$\frac{\text{моль} \cdot \text{Па}}{\text{Па} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{к}}$$

$$\frac{\text{моль} \cdot \text{г} \cdot \text{Па} \cdot \text{к}}{\text{м}^3 \cdot \text{моль} \cdot \text{Па}}$$

$$S = \frac{m}{V}$$

$$V = \frac{m}{\rho}$$

$$215 \text{ м}^3$$

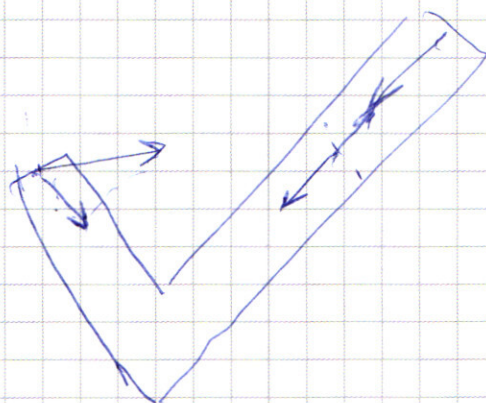
$$0,0025 \text{ г/см}^3$$

$$\frac{16 \cdot 10^3}{31,3,7}$$

$$2 \cdot \frac{10^3}{3,7}$$

$$\begin{array}{r} 1000 \\ 7437 \\ \hline 260 \\ 259 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$pS = \rho g h S = \frac{\rho g \Delta V}{m} = \rho a$$



$$F = G$$

$$F \cos \alpha = \rho g$$

$$m a \cos \alpha = \rho g h S;$$

$$m a \cos \alpha = \rho g \Delta V$$

$$a = \frac{\rho g}{\cos \alpha}$$

$$\rho \cdot V \cos \alpha = \rho g \Delta V$$

$$\rho g (h_1 + h_2) = \rho g (h_1 - h_2)$$

$$a(h_1 + h_2) \cos \alpha = g(h_1 - h_2);$$