

Олимпиада «Физтех» по физике, 4

Класс 10

Вариант 10-02

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Гайку бросают с вышки со скоростью $V_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. В полете гайка все время приближалась к горизонтальной поверхности Земли и упала на нее со скоростью $2V_0$.

- 1) Найти вертикальную компоненту скорости гайки при падении на Землю.
- 2) Найти время полета гайки.
- 3) С какой высоты была брошена гайка?

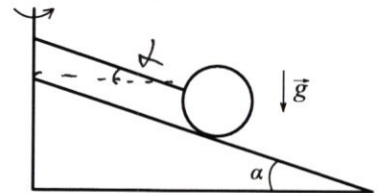
Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 2m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ .



- 1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?
- 2) С какой минимальной постоянной силой F_0 надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?
- 3) За какое время человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F ($F > F_0$) к канату?

3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

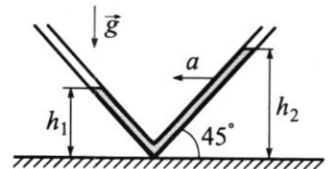


- 1) Найти силу давления шара на клин, если система покоится.
- 2) Найти силу давления шара на клин, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.

4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^\circ$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении с ускорением $a = 4$ м/с² уровень масла в одном из колен трубки устанавливается на высоте $h_1 = 10$ см.

- 1) На какой высоте h_2 установится уровень масла в другом колене?
- 2) С какой скоростью V будет двигаться жидкость в трубке относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет») и когда уровни масла будут находиться на одинаковой высоте?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Действие сил трения пренебрежимо мало.



5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 27°C и давлении $P = 3,55 \cdot 10^3$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

- 1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.
- 2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 5,6$ раза.

Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см³, $\mu = 18$ г/моль.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Номер 1.

$$v_0 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$2v_0$$

Решение:

- 1) Так как по горизонтали нет сил, то горизонтальная проекция скорости постоянна.

$$v_y = v_0 \cdot \cos \alpha$$

- 2) Тогда в тот момент, когда шайба упадет на Землю

$$(2v_0)^2 = v_x^2 + v_y^2, \text{ где } v_x - \text{искомая вертикальная компонента}$$

$$4v_0^2 = v_x^2 + v_0^2 \cos^2 \alpha$$

$$v_x^2 = v_0^2 (4 - \cos^2 \alpha) \Rightarrow v_x = v_0 \sqrt{4 - \cos^2 \alpha}$$

$$v_x = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \sqrt{4 - \frac{3}{4}} =$$

$$= 10 \cdot \frac{\sqrt{13}}{2} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 5 \sqrt{13} \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 5 \cdot 3,6 \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 18 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

- 3) Т.к. по вертикали $\vec{g}$, то

$$v_x = v_0 \sin \alpha + g t$$

Искомое время полета: $v_x(\text{у земли}) = v_0 \sin \alpha + g t_{\text{пол}}$

$$t_{\text{пол}} = \frac{v_x(\text{у земли}) - v_0 \sin \alpha}{g}$$

$$t_{\text{пол}} \approx \frac{18 \frac{\text{м}}{\text{с}} - 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{1}{2}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 1,3 \text{ с}$$

- 4) Тогда если H - высота, с которой брошена шайба, то

$$x = H - v_0 t - \frac{g t^2}{2}$$

Когда шайба на земле:

$$x = 0$$

$$t = t_{\text{пол}}$$

$\Rightarrow$

$$0 = H - S_{\text{axtmon}} - \frac{g t_{\text{mon}}^2}{2}$$

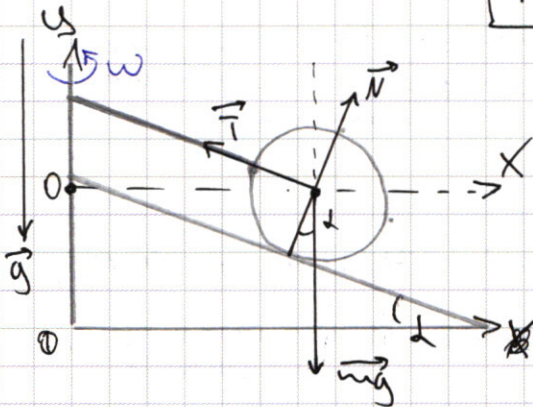
$$H = S_{\text{axtmon}} + \frac{g t_{\text{mon}}^2}{2} \Rightarrow H \approx 1,3 \cdot 5 \frac{\text{м}}{\text{с}} + \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 1,3^2}{2} =$$

$$= 1,3 \cdot 5 (1 + 1,3) \text{ м} = 14,95 \text{ м}$$

Омбери:

1)	$13 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
2)	$1,3 \text{ с}$
3)	$14,95 \text{ м}$

Пункт 3.



Шар: m, R
 $\mu = 0$ - поверхность
 клин: d

1) Запишем 1-й закон Ньютона для шара по оси, проходящей через $\vec{N}$:

$$N = mg \cos \alpha$$

Тогда по 3-ему закону Ньютона $\vec{F} = -\vec{N} \Rightarrow |\vec{F}| = |\vec{N}| \Rightarrow$

$\Rightarrow F = mg \cos \alpha$ на клин, где $\vec{F}$ - сила, с помощью шар давит

2) После начала вращения,

1) Запишем 2-й закон Ньютона для шара по оси, перпендикулярной оси.

ось: $N \sin \alpha - T \cos \alpha = m \omega^2 r$, где r - радиус шара, который движется

Запишем, что Т.И. $a_{\text{ц.с.}} = \omega^2 r_x$: $a_{\text{ц.с.}} \sim r_x$ или зависимость, но используем формулу для радиус-вектора ускорения тела, найдем, что ось абсцисс координаты радиус-вектора совпадает с осью координат, перпендикулярной вершине клина, исходящей из центра шара, и оси Ox .

И в силу симметрии, радиус-вектор $\vec{a}_{\text{ц.с.}}$ будет направлен в центр шара

верши: $mg = N \cos \alpha + T \sin \alpha$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) Тогда получим:

$$\begin{cases} T \cos \alpha = N \sin \alpha - m \omega^2 R \\ T \sin \alpha = mg - N \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{mg - N \cos \alpha}{N \sin \alpha - m \omega^2 R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = mg \cos \alpha - m \omega^2 R \sin \alpha$$

3) Заметим, что $r = (L+R) \cdot \cos \alpha$

Тогда

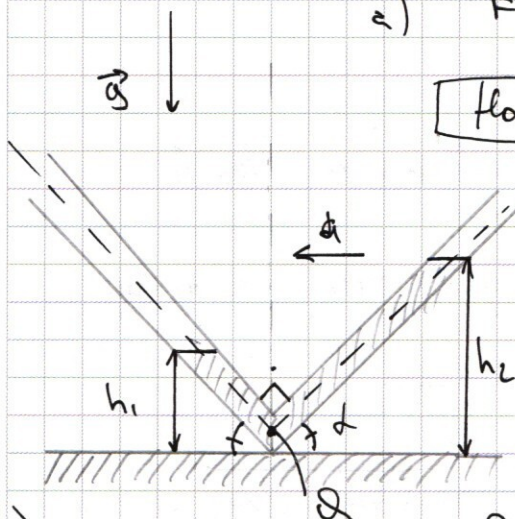
$$F = N = mg \cos \alpha - m \omega^2 (L+R) \cos \alpha \sin \alpha$$

(F — сила давления шара на чашку по Z-оси в ту сторону Которая)

наблюд.

а) $F = mg \cos \alpha$

б) $F = mg \cos \alpha - m \omega^2 (L+R) \cos \alpha \sin \alpha$



Получим



Рассмотрим точку Q (показана на рисунке) Примем, что давление в ней: p'

I. Рассмотрим часть тела слева от вертикальной плоскости, проходящей через точку Q, как однородное тело

Рассмотрим Z-и Которые для этого тела по оси ~~протяжения~~ симметричны

$$\cos \alpha \cdot \Delta m \cdot a = p' S \cdot \cos \alpha - mg \cos \alpha - p_0 S \cos \alpha$$

(Δm — масса этого тела)

Заметим, что $\Delta m = (S_T \cdot h_1) \cdot \rho_{xc}$ — в силу симметрии S_T — это площадь сечения трубы

Также, заменим, что $S = S_T \cos \alpha$

Тогда: $(S_T \cdot h_1)_{\text{пр}} \cdot a = p' S_T \cdot \cos \alpha - S_T \cdot h_1 \cdot p \cdot g - p_0 S_T \cos \alpha$
 $(p' - p_0) \cos \alpha = \text{пр} \frac{a}{h_1} (a + g) h_1$

II Аналогично рассмотрим правую часть трубы

и з-н Коттона по оси симметрии трубы:

$$\sin \alpha \cos \alpha = \sin \alpha g \cos \alpha + p_0 S \cos \alpha - p' S \cos \alpha$$

$$\sin \alpha (a - g) = (p_0 - p') \cdot S$$

$$S_T \cdot \cos h_2 \cdot \text{пр} (a - g) = (p_0 - p') S_T \cdot \cos \alpha$$

$$(p' - p_0) \cos \alpha = \text{пр} h_2 (g - a)$$

Тогда: $\text{пр} h_1 (a + g) = \text{пр} h_2 (g - a)$

$$h_1 = h_2 \frac{g - a}{a + g} \Rightarrow h_2 = 10 \text{ см} \cdot \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} + 4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - 4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} =$$

$$= \frac{70}{3} \text{ см} \approx 23,3 \text{ см}.$$

II 1) Когда уровень масла на одном уровне, то этот уровень составим

$$\frac{h_2 + h_1}{2}$$

2) Рассеи. небольшую часть трубы на поверхности трубы в левой правой части трубы. (масса m)

Рассмотрим з-н сохранения энергии для этой части трубы:

$$m g \left(h_2 - \frac{h_2 + h_1}{2} \right) = \frac{m v^2}{2}$$

$$g (h_2 - h_1) = v^2 \Rightarrow v = \sqrt{g(h_2 - h_1)}$$

$$v \approx \sqrt{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (23,3 \text{ см} - 10 \text{ см})} =$$

$$= \sqrt{1,33 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

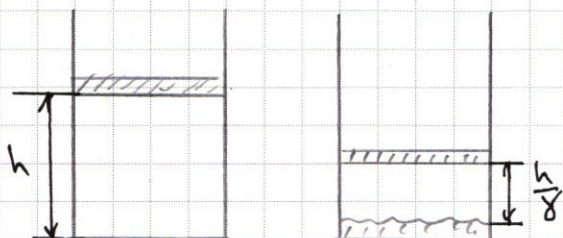
3) Также относительно трубы скорость будет

$$v_{\text{отн}} = \frac{v}{\cos \alpha} \Rightarrow v_{\text{отн}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}} = \sqrt{\frac{8}{3}} \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Итого: 1) 23,3 см
2) 1,5 $\frac{\text{м}}{\text{с}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Номер 5



Пусть площадь поперечного сечения сосуда S
 h' — уровень воды, поднявшийся
в процессе изотерм. увеличения
объема.

$$T = 27^\circ\text{C} \approx 300\text{K}$$

$$P = 3,55 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

①) Решим уравнение Менделеева-Клапейрона
для начального состояния системы.

$$PSh \quad PV = \nu RT$$

$$PSh = \frac{m}{\mu} RT$$

Запишем, что $\frac{m}{Sh} = \frac{m}{V} = \rho_m$ — плотность пара

$$P\mu = \rho_m RT \quad \Rightarrow \quad \rho_m = \frac{P\mu}{RT}$$

2) Тогда искомое отношение:

$$\frac{\rho_m}{\rho} = \frac{P\mu}{RT \cdot \rho} \quad \Rightarrow \quad \frac{\rho_m}{\rho} = \frac{3,55 \cdot 10^3 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 300 \cdot 1 \cdot 10^3} \approx 24 \cdot 10^{-5}$$

② Уравнение Менделеева-Клапейрона для конечного состояния газа

$$P S \frac{h}{\delta} = \frac{m - \delta m}{\mu} RT, \text{ где } \delta m - \text{масса конденсированной воды.}$$

$$P S \mu h = \delta (m - \delta m) RT$$

$$\text{из ①: } \mu P S h = m RT$$

$$\Rightarrow \delta m - \delta^2 m = m$$

$$\delta m = \frac{\delta - 1}{\delta} m$$

$$\delta m = \rho_{\text{ж}} \cdot V_{\text{ж}}$$

Тогда отношение объемов пара и воды:

$$\frac{V_n}{V_0} = \frac{S \cdot h}{S \cdot h_0} = \frac{h}{\delta \cdot h_0} = \frac{1}{\delta} \cdot \frac{P \cdot h}{\mu P h \frac{\delta - 1}{\delta}} = \frac{P h}{\mu P h \frac{\delta - 1}{\delta}} = \frac{P h}{\mu P h (\delta - 1)} =$$

h_0 — уровень воды

(из пред. шага)

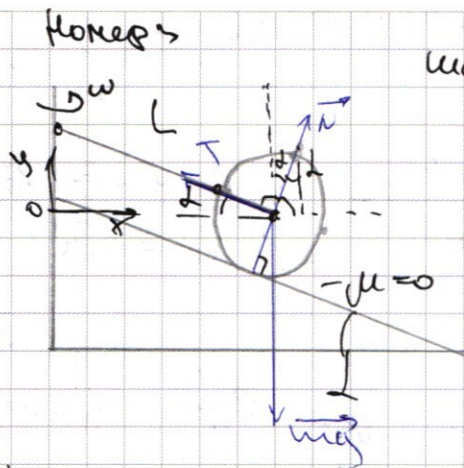
$$\Delta m = \rho \cdot g h_b$$

$$\frac{\delta-1}{\delta} \cdot \frac{\rho \cancel{g h_b}}{RT} = \rho \cancel{g h_b} \quad | \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{h}{\delta h_b} = \frac{\rho RT}{(\delta-1) \rho \cdot m} = \frac{V_{\text{avg}}}{V_{\text{hogn}}} \quad | \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_{\text{avg}}}{V_{\text{hogn}}} = \frac{1000 \cdot 8,31 \cdot 300}{4,6 \cdot 319518}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

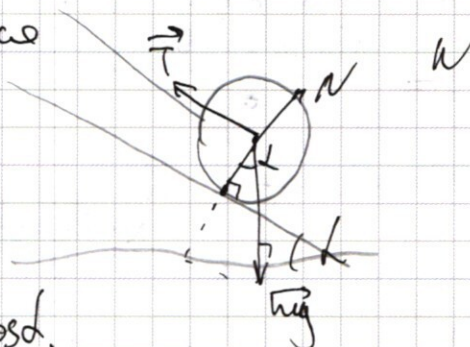


map m, R
plus L

$$\text{weg } -N \cos \downarrow = N \sin$$

$$mg \cos \theta - N \cos^2 \theta = N \sin^2 \theta - \mu N \sin \theta$$

1) Показана



$$N = \text{neg cosd.}$$

$$\frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R$$

$$\frac{8 \text{ m/s}}{5 \text{ s}}$$

2) Чис. споросиль ω

No EX:

~~$T \cos \alpha = N \sin \alpha$~~

$$N \sin \alpha - T \cos \alpha = m \omega^2 R$$

По оц:

$$mg = N \cos \theta + T \sin \theta$$

$$N = \frac{mg - T \sin \theta}{\cos \theta}$$

$$U_{\text{spring}} - m_w g L = T \cos L$$

$$mg - N \cos \theta = T \sin \theta$$

$$\frac{m_0 - K_0 \cos \theta}{K_0 \sin \theta - m_0^2 k} = \frac{1}{\gamma} \quad \text{eq 2}$$

$$m\omega^2 R = T \cos \alpha - \mu \sin \alpha$$

$$mg = N \cos \theta + T \sin \theta$$

$$T \cos \theta = \text{weight} + N \sin \theta$$

$$T_{\text{spring}} = \text{mag} - N \cos \theta$$

$$mg - N \cos L = N \sin L \cdot \tan L - m \omega^2 R \tan L$$

$$\cos \theta_{\text{max}} = N \cos^2 \theta = N \sin^2 \theta - m \omega^2 R \sin \theta$$

$$N = \text{mg cost} + \text{new}^2 \text{ Resid.}$$

$$fgd = \frac{m_{\text{dry}} - m_{\text{soil}}}{m_{\text{water}} + m_{\text{solid}}}$$

$$wq - P \cos \theta = wu^2 R \sin \theta + P \sin \theta \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$mg \cos \theta - N \cos \theta = \frac{mv^2}{R} \sin \theta + N \sin \theta$$

$$N = \text{avg cost} - \text{new? cost}$$

Решение 1.

$$v_0 = 10 \frac{m}{c}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

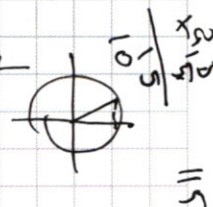
$$1,3 \cdot 5 + 5 \cdot 1,3^2 =$$

$$= 5 \cdot 1,3 (1 + 1,3)$$

$$v_y = v_0 \cos \alpha$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha + gt$$

$$v^2 = v_0^2 \cos^2 \alpha + v_0^2 \cos^2 \alpha + g^2 t^2 + 2 v_0 \cos \alpha g t$$



1)

$$4v_0^2 = v_0^2 \cos^2 \alpha + (x)^2 \Rightarrow x^2 = v_0^2 (4 - \cos^2 \alpha)$$

$$t = \frac{v_0 \sin \alpha - v_x}{g}$$

$$x = v_0 \sqrt{4 - \cos^2 \alpha} = 10 \cdot \sqrt{\frac{13}{4}} = 5\sqrt{13}$$

2)

$$v_0 \cos \alpha + gt = x$$

$$t = \frac{x - v_0 \cos \alpha}{g}$$

$$\frac{36}{1296} = \frac{36}{1296}$$

$$4 - \frac{3}{4} = \frac{16-3}{4}$$

$$11 = 121$$

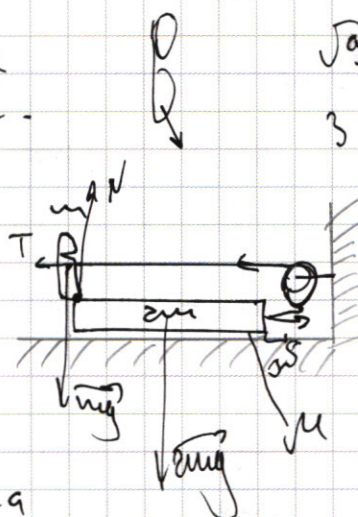
3)

$$y = h - v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$$

$$h = y + v_0 \sin \alpha t + \frac{gt^2}{2}$$

Решение 2.

$$\frac{37}{1369}$$



$$2T - F_{TP} = mg$$

$$3mg = N$$

$$2T - \mu$$

$$\frac{36}{150}$$

$$2T = F_{TP} = \mu mg$$

$$F_{TP} < \frac{3}{2} \mu mg?$$

$$10 - 5$$

$$14,95$$

$$\frac{36}{150}$$

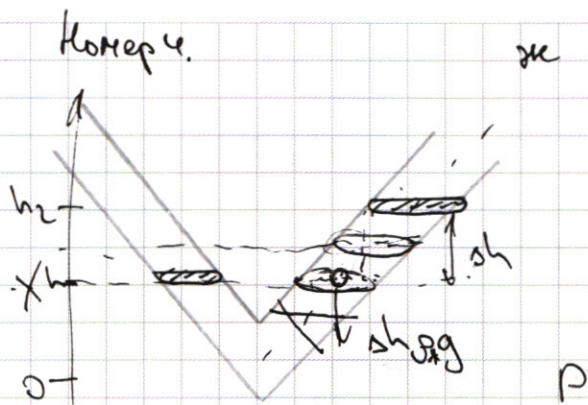
$$\frac{36}{150}$$

$$\frac{36}{150}$$

$$\frac{36}{150}$$

$$\frac{36}{150}$$

$$\frac{36}{150}$$



$$p_1 \cdot h \cdot S = \nu_H RT$$

$$p_2 h S = \gamma \nu_H RT$$

$$h S \nu_H RT = \gamma D x RT$$

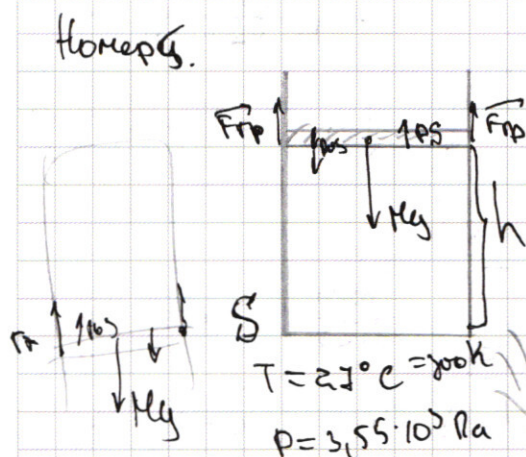
$$m_H = \gamma m_{\gamma}$$

$$m_H = \frac{m_H}{\gamma}$$

$$F_{HP} + p_0 S = p S + Mg$$

$$Mg + p_0 S = p S$$

$$p V = \nu RT$$



$$Mg + p_0 S = p S + F_{HP}$$

$$p V = \nu RT$$

$$p_0 S \cdot h = \frac{p_0 \mu}{RT \gamma}$$

$$p_0 S = p S + Mg$$

$$p = p_0 - \frac{Mg}{S}$$



$$sh = \frac{p_0 \mu}{RT \gamma}$$

$$\frac{h}{\gamma} = \frac{h RT \gamma}{\mu} = \frac{h T \gamma}{\mu}$$

$$\rho_H \cdot Sh = m_{\text{мас.}}$$

$$p V = \nu RT$$

$$\rho_H = \frac{m}{V}$$

$$p V = \frac{m}{\mu} RT$$

$$p = \frac{p_H}{\mu} RT$$

$$\rho_H = \frac{p_H}{RT}$$

$$\rho_H =$$

$$f = \text{const}$$

$$m_H = \frac{p V_H}{RT}$$

$$p Sh \mu = m_0 RT$$

$$(p) Sh \mu = (m_0 - m) RT$$

$$\frac{p Sh \mu}{RT} = m_0 - (m_0 - m) \gamma$$

$$m_0 = \gamma m_0 - \gamma \Delta m$$

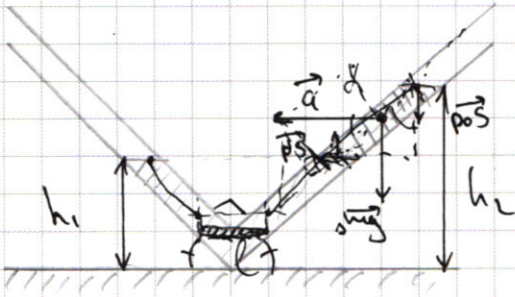
$$\gamma \Delta m = m_0 (\gamma - 1)$$

$$\Delta m = m_0 \frac{\gamma - 1}{\gamma} =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\sin \alpha = (p_2 - p_1) / S$
 $\sin \alpha = \sin \cdot p_x \cdot g S$
 $a = \sin \cdot p_x g S$
 $h_1 = h_2 \frac{a+g}{g-a}$
 $\sin \alpha = p_x g \sin S$
 $h_2 p_x \cos \alpha (a+g) = (g-a) \cdot p_x h_1 \cos \alpha$
 $(h_2 \cdot S) \cdot p_x \cos \alpha (a+g) = S (p_1 - p_0)$
 $\sin \alpha = p_x g \sin S$
 $\sin = p_x \cdot S \cdot \sin$
 $\sin \alpha = p_x g \sin S$
 $(S \cdot L) p_x a = p_x g \sin S$
 $L a = p_x g \sin$
 $\sin \cdot a$
 $\sin \cdot a \cdot \cos \alpha = p_1' S \cdot \cos L - p_0 S \cos \alpha - \sin g \cos \alpha$
 $\sin a \cos \alpha = p_1' S - p_0 S - \sin g \cos \alpha$
 $(p_0 - p_1') + h_1 p_x g \cos \alpha = h_1 p_x a \cos \alpha$
 $p_0 - p_1' = h_1 p_x \cos \alpha (a - g)$
 $p_1' = p_0 h_1 p_x \cos \alpha (g + a)$
 $\cos p_0 S + \sin g \cos \alpha - p_1' S \cos \alpha = \sin a \cos \alpha$
 $(S) p_0 + (S) h_1 \cdot \cos \alpha p_x g - p_1' S = \sin S h_1 \cos \alpha \cdot p_x \cdot a$

конек 4
 $\vec{a}$



$$m a = p_1 S - p_2 S - p_3 S (p_2 - p_1)$$

$$S \cdot l \cdot p_1 \cdot a = S l \left(\frac{S}{\cos \alpha} \right)$$

$$l \cdot l = S \quad p_1 a = \frac{S}{\cos \alpha}$$

$$p_0 S \cos \alpha + m g \cos \alpha \quad l = \frac{m g}{\cos \alpha} \cdot S$$

$$m a \cos \alpha = m g \cos \alpha + p_0 S \cos \alpha - p_1 S \cos \alpha$$

$$m (a - g) = p_0 S - p_1 S$$

$$\frac{m}{\cos \alpha} \cdot S \cdot p_1 (a - g) = S (p_0 - p_1)$$

$$m \cdot p_1 (g - a) = \cos \alpha \cdot p_0$$

$$m \cdot p_1 (g - a) = \cos \alpha \cdot p_0 = p_1 g \cos \alpha$$

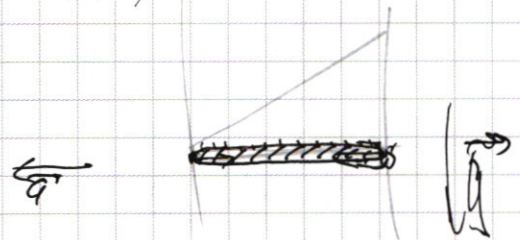
$$1) \quad m a \cos \alpha = p_0 S \cos \alpha + m g \cos \alpha - p_1 S \cos \alpha$$

$$m (g - a) = S (p_1 - p_0)$$

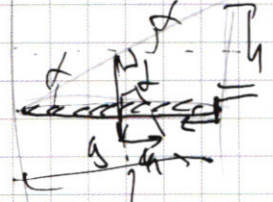
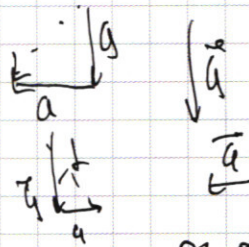
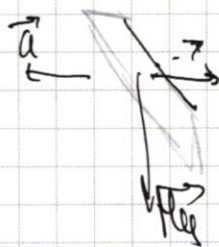
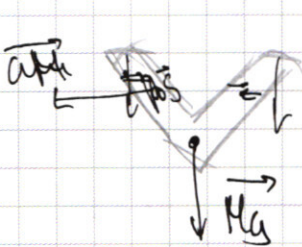
$$\frac{m (g - a)}{p_1 \cdot \frac{S}{\cos \alpha}} (g - a) = S \sin \alpha p_1$$

$$(g - a) = g \cos \alpha$$

$$m a = S \cdot \frac{m}{\cos \alpha}$$



2)



$$\frac{h}{L} = \frac{a}{g} = \frac{a}{g}$$

$$h = \frac{a}{g} L$$

$$p_1 g h \cdot S = S L \cdot p_1 g$$

$$(p_1 g h) \cdot S = p_1 \cdot S \cdot L \cdot g$$

$$h = \frac{a}{g} L$$