

Олимпиада «Физтех» по физике, 1

Класс 10

Вариант 10-01

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Камень бросают с вышки со скоростью $V_0 = 8$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. В полете камень все время приближался к горизонтальной поверхности Земли и упал на нее со скоростью $2,5V_0$.

1) Найти вертикальную компоненту скорости камня при падении на Землю.

2) Найти время полета камня.

3) Найти горизонтальное смещение камня за время полета.

Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 5m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ .



1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?

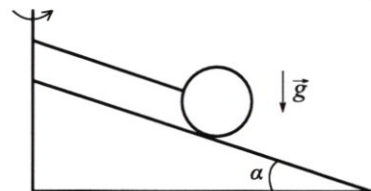
2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?

3) Какой скорости достигнет ящик, если человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F ($F > F_0$) к канату?

3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

1) Найти силу натяжения нити, если система покоится.

2) Найти силу натяжения нити, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.

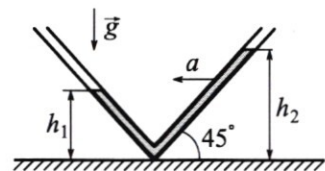


4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^\circ$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении уровни масла в коленях трубки устанавливаются на высотах $h_1 = 8$ см и $h_2 = 12$ см.

1) Найдите ускорение a трубки.

2) С какой максимальной скоростью V будет двигаться жидкость относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет»)?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Действие сил трения пренебрежимо мало.



5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 95°C и давлении $P = 8,5 \cdot 10^4$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

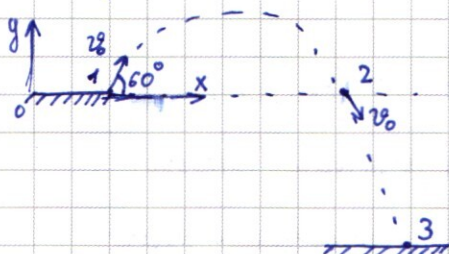
1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.

2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 4,7$ раза.

Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см³, $\mu = 18$ г/моль.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1



Дано:

$$v_0 = 8 \text{ м/с}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$v_1 = 2,5 v_0$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

Движение по параболе можно представить, как суперпозицию равномерного движения по оси Ox и равноускоренного по оси Oy .

Поэтому, что в точке (2) камень будет иметь ^{скорость} v_2 . Найдем две компоненты v_x и противоположно по направлению в точке (1) v_y компоненты,

т.к. движение вдоль оси Ox равномерное, то изменение скорости камня связано с изменением компоненты v_y .

$$v_1^2 = v_y^2 + v_x^2 = v_y^2 + (v_0 \cos \alpha)^2$$

$$v_y = \sqrt{(v_1^2 - v_0^2 \cos^2 \alpha)} = \sqrt{\frac{25}{4} v_0^2 - v_0^2 \frac{1}{4}} = v_0 \sqrt{6} = 8\sqrt{6} \text{ (м/с)}$$

1) Ответ: $8\sqrt{6} \text{ м/с}$.

Время полета камня будет состоять из времени полета камня из точки (1) в точку (2) t_{12} и времени полета из точки (2) в точку (3) t_{23}

$$v_0 \sin 60^\circ = \frac{t_{12} g}{2}$$

$$t_{12} = \frac{2 v_0 \sin 60^\circ}{g} = \frac{8\sqrt{3}}{10} = 0,8\sqrt{3} \text{ (с)}$$

$$v_0 \sin 60^\circ + g t_{23} = v_y$$

$$\frac{v_y - v_0 \sin 60^\circ}{g} = t_{23} = \frac{8\sqrt{6} - 4\sqrt{3}}{10} =$$

$$= \frac{4\sqrt{3}(2\sqrt{2} - 1)}{10} = 0,4\sqrt{3}(2\sqrt{2} - 1) \text{ (с)}$$

$$t = t_{12} + t_{23} = 0,8\sqrt{3} + 0,4\sqrt{3}(2\sqrt{2} - 1) = 0,4\sqrt{3}(2 + 2\sqrt{2} - 1) = 0,4\sqrt{3}(2\sqrt{2} + 1) \text{ (с)}$$

2) Ответ: $0,4\sqrt{3}(2\sqrt{2} + 1) \text{ с}$.

Горизонтальное смещение камня X — всё время полета камень летит по горизонтальной составляющей скорости v_x , т.к. движение вдоль оси Ox равномерное.

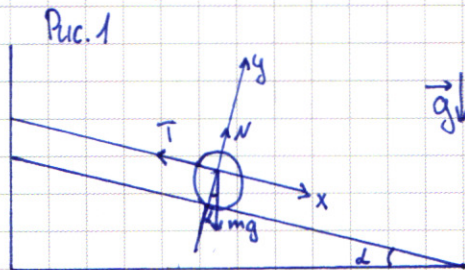
$$X = v_0 \cos \alpha t = 1,6\sqrt{3}(2\sqrt{2} + 1) \text{ (м)}$$

3) Ответ: $1,6\sqrt{3}(2\sqrt{2} + 1) \text{ м}$.

Задача 3

Дано:

m, R, d, L, ω, g

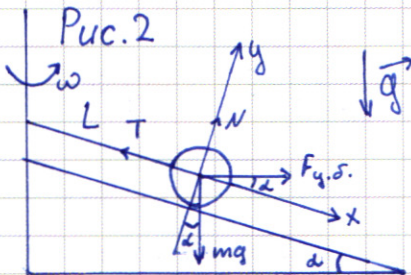


Запишем II Закон Ньютона в проекции на оси Ox и Oy (см. Рис. 1)

$$Oy: N - mg \cos \alpha = 0 \Rightarrow N = mg \cos \alpha, \text{ } N - \text{сила реакции опоры}$$

$$Ox: mg \sin \alpha - T = 0 \Rightarrow T = mg \sin \alpha, \text{ } T - \text{сила натяжения нити}$$

1) Ответ: $T = mg \sin \alpha$



Запишем II Закон Ньютона в проекции на оси Ox и Oy для центра масс шарика (см. Рис. 2)

$$Oy: N + F_{ц.с.} \sin \alpha + mg \cos \alpha = 0$$

$$Ox: mg \sin \alpha + F_{ц.с.} \cos \alpha - T = 0$$

~~Рис. 2. $\omega^2(L+R)$ - центростремительная сила~~

$F_{ц.с.}$ - центростремительная сила, $F_{ц.с.} = m\omega^2(L+R)$

$$T = mg \sin \alpha + F_{ц.с.} = mg \sin \alpha + m\omega^2(L+R) \cos \alpha$$

2) Ответ: $T = m(g \sin \alpha + \omega^2(L+R) \cos \alpha)$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4

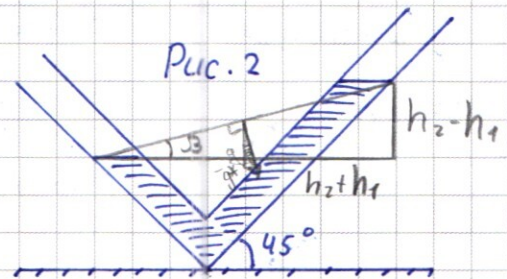
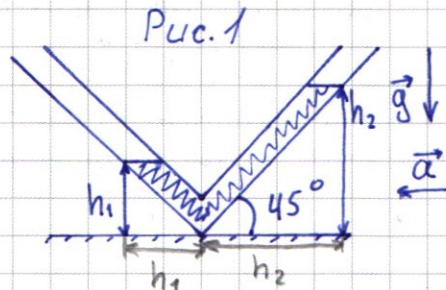
Дано:

$$\alpha = 45^\circ$$

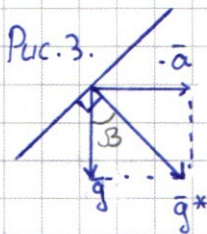
$$h_1 = 8 \text{ см}$$

$$h_2 = 12 \text{ см}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$



Перейдём в инерциальную СО, в этой системе введём g^* эквивалентное ^{связанную с струной}
 $\vec{g}^* = \vec{g} - \vec{a}$, g^* будет направлено перпендикулярно к поверхности наклонности (см. Рис. 3)



$$\tan \beta = \frac{h_2 - h_1}{h_2 + h_1}$$

$$\tan \beta = \frac{a}{g}$$

$$\frac{h_2 - h_1}{h_2 + h_1} = \frac{a}{g}$$

$$a = g \frac{h_2 - h_1}{h_2 + h_1} = \frac{10(4)}{20} = 2 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

1) Ответ: $a = 2 \text{ м/с}^2$.

Запишем Закон сохранения энергии, и т.к. нам нужна максимальная скорость, то будем считать, что в некоторую энергию перейдёт только кинетическая энергия.

$$mgh_1 + m\frac{v^2}{2} = mgh_2$$

$$2g(h_2 - h_1) = v^2$$

$$v = \sqrt{2g(h_2 - h_1)} = \sqrt{20 \cdot 4} = 4\sqrt{5} \text{ (м/с)}$$

2) Ответ: $v_{\text{max}} = 4\sqrt{5} \text{ м/с}$.

Задача 5

Дано:

$$T_1 = 35^\circ\text{C}$$

$$P_1 = 8,5 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

$$\rho_B = 12/\text{см}^3 = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$$

$$\mu = 18 \text{ г}/\text{моль}$$

$$r = 4,7$$

Известно, что водяной пар с достаточной степенью точности можно считать идеальным газом, поэтому можно записать для него уравнение Клапейрона-Менделеева

$$pV = \nu RT$$

$$p \frac{m}{\rho} = \frac{m}{\mu} RT$$

$$p = \rho \frac{RT}{\mu}$$

$$p \propto \rho T$$

П.и. процесс изотермический
давление пара будет пропорционально плотности.

Известно, что при $T_0 = 100^\circ\text{C}$ и $P_0 = 101,3 \text{ кПа}$ плотность водяного пара равна плотности воды

$$P_0 = \rho_B T_0 \frac{R}{\mu}$$

$$P_1 = \rho_P T_1 \frac{R}{\mu}$$

$$\Rightarrow \frac{T_1 \rho_P}{T_0 \rho_B} = \frac{P_1}{P_0} \Rightarrow \frac{P_1 T_0}{P_0 T_1} \rho_B = \rho_P$$

$$\rho_P = 1 \cdot \frac{85}{100} \cdot \frac{373}{368} \approx 0,85 \text{ г}/\text{см}^3$$

$$\frac{\rho_P}{\rho_B} = 0,85$$

1) Ответ: $0,85 = \frac{\rho_P}{\rho_B}$

Предположим, что изначально пара было $V_1 = 47 \text{ м}^3$, тогда после уменьшения объёма пара стало $V_2 = \frac{V_1}{7} = 10 \text{ м}^3$, тогда объём уменьшился на $\Delta V = 47 - 10 = 37 (\text{м}^3)$

П.и. процесс изотермический $\Rightarrow p_P = \text{const}$ и $\rho_P = \text{const}$

Тогда можем воспользоваться законом сохранения масс

$$\Delta V \rho_P = V_B \rho_B \quad V_P = V_2 = 10 \text{ м}^3$$

$$V_B = \Delta V \frac{\rho_P}{\rho_B}$$

$$\frac{V_P}{V_B} = \frac{V_2 \rho_B}{\Delta V \rho_P} = \frac{10 \cdot 0,85}{37 \cdot 1} = \frac{8,5}{37} = \frac{17}{74} \approx 1/4$$

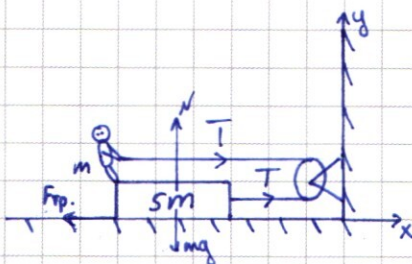
2) Ответ: $17/74 = V_P/V_B \approx 1/4$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2

Дано:

$$S, m, \mu = 5m, \mu$$



Запишем II Закон Ньютона в проекции на оси Ox и Oy .

$$Oy: 6mg = N$$

$$Ox: F_{тр} = 2T$$

$$F_{тр} = \mu N = 6\mu mg = 2T \Rightarrow T = 3\mu mg$$

1) Ответ: человек с помощью троса наклон с силой $6\mu mg$.

Запишем II Закон Ньютона для человека: $F = T$, T — сила натяжения троса.

Теперь запишем II Закон Ньютона для системы человек-блок на оси Ox и Oy :

$$Oy: 6mg = N$$

$$6\mu mg = 2T$$

$$Ox: F_{тр} = 2T$$

$$3\mu mg = T, \text{ т.е. } T = F \Rightarrow F = 3\mu mg$$

$$F_{тр} = \mu N = 6\mu mg$$

2) Ответ: Минимальная постоянная сила $F = 3\mu mg$.

Для того, чтобы узнать какой скорости достигнет человек воспользуемся теоремой о кинетической энергии

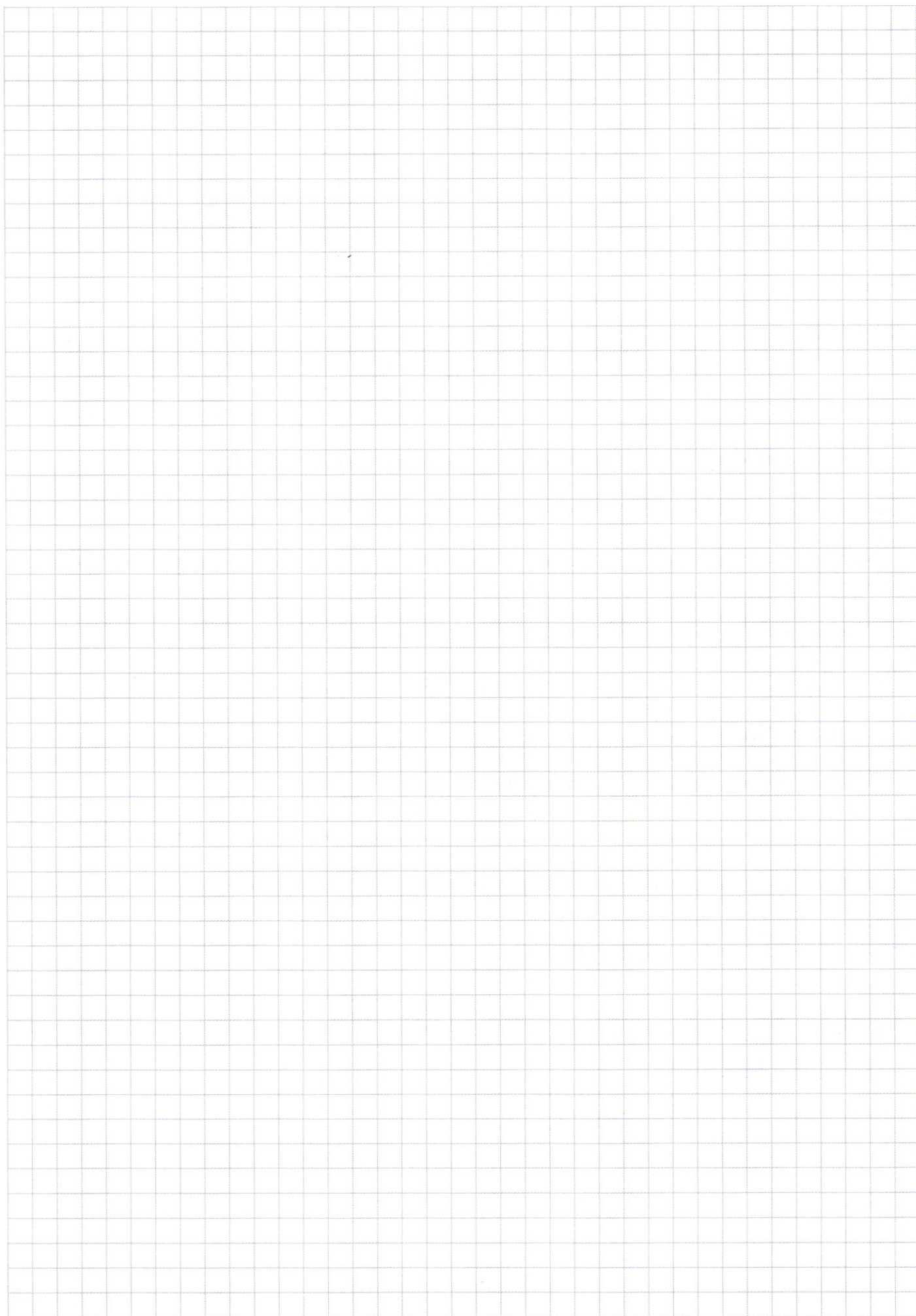
$$\frac{6mg v_0^2}{2} = 2FS - F_{тр}S = S(2F - 6\mu mg)$$

$$3mv_0^2 = 2S(F - 3\mu mg)$$

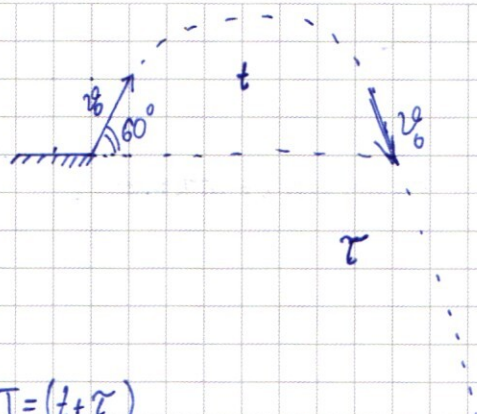
$$v_0 = \sqrt{\frac{2S(F - 3\mu mg)}{3m}}$$

$$v_0^2 = \frac{2S(F - 3\mu mg)}{3m}$$

$$3) \text{ Ответ: } v_0 = \sqrt{\frac{2S(F - 3\mu mg)}{3m}}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$1.5 v_0 = g \tau$$

$$\tau = 1.2 \text{ c}$$

$$\frac{3 v_0}{2 g} = \tau$$

$$v_0 = g \tau$$

$$\frac{v_0}{g} = \tau$$

$$t = \frac{T}{2}$$

$$v_0 \sin 60^\circ = g t$$

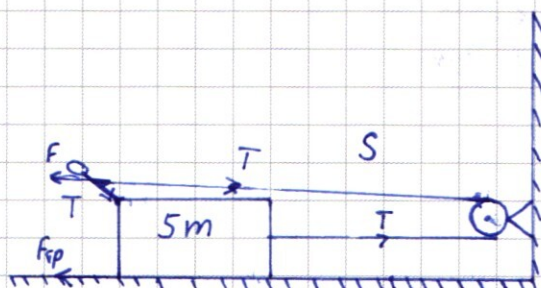
$$t = \frac{v_0 \sqrt{3}}{g}$$

$$T = (t + \tau)$$

$$X = v_0 (t + \tau)$$

Вертикальная компонента

$$v_0 \sin 60^\circ + 1.5 v_0 = \frac{\sqrt{3} v_0}{2} + \frac{3 v_0}{2} = v_0 \frac{(\sqrt{3} + 3)}{2}$$



$$F_{\text{тр}} = 6 \text{ m g} \mu$$

$$F = T$$

$$F_{\text{тр}} = 2T = 6 \text{ m g} \mu$$

$$(3 \text{ m g} - 6 \mu \text{ m g}) S$$

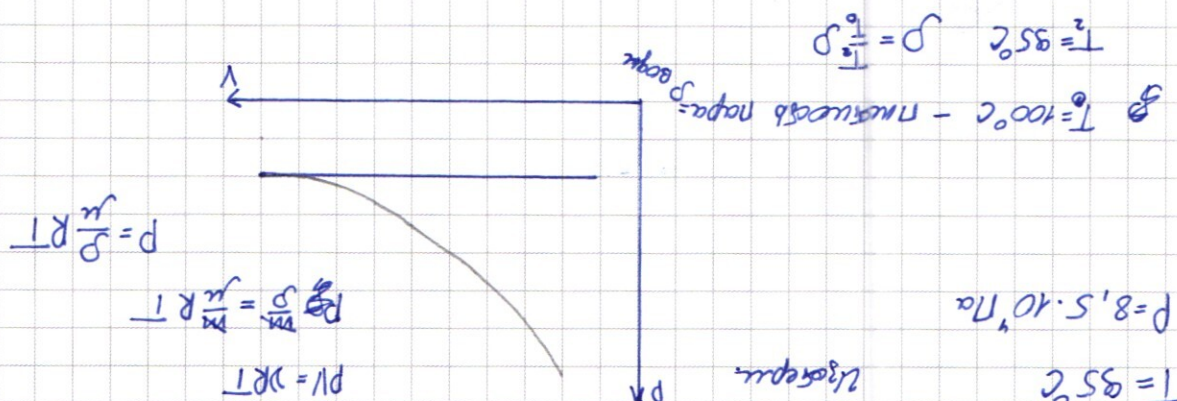
$$F_0 = 3 \mu \text{ m g}$$

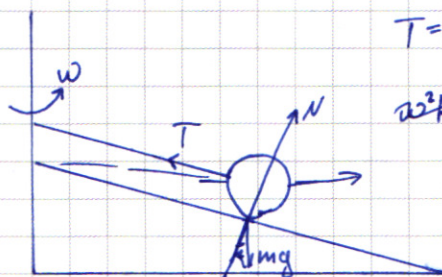
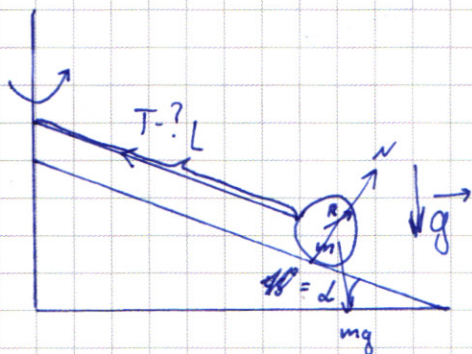
$$\frac{6 \mu v_0^2}{2} = 3 \mu v_0^2$$

$$\frac{5 \text{ m } v_0^2}{2} = FS$$

$$\sqrt{\frac{2FS}{5 \text{ m}}} = v_0$$

$$101.3 \text{ W}$$



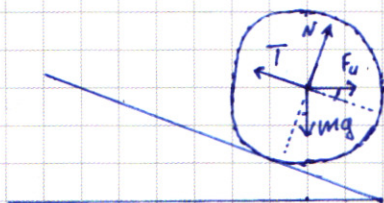


$$T = mg \sin \alpha$$

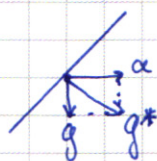
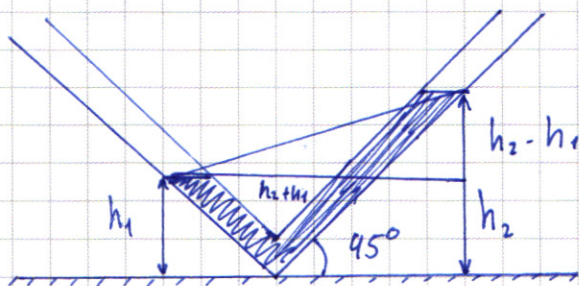
$$\omega^2 R m + mg \sin \alpha = T$$

$$\omega^2 R m = T \sin \alpha$$

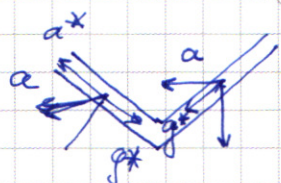
$$T = mg \sin \alpha$$



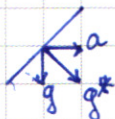
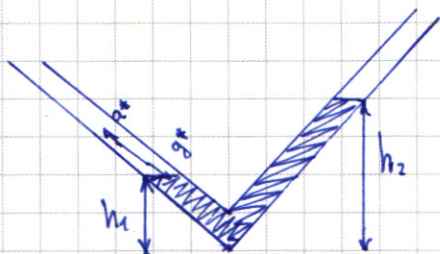
$$T = mg \sin \alpha + \omega^2 R m \cos \alpha$$



$\leftarrow \alpha$



$$g^* = \frac{dv}{dt}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$PV = \nu RT$$

$$P \frac{m}{\mu} = \frac{\nu}{\mu} RT$$

$$P = \frac{\rho RT}{\mu}$$

$$P = \rho \frac{RT}{\mu}$$

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{\rho_1}{\rho_0}$$

Закон сохранения масс.

Задача по объёму.

$$P_0 = 10 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

$$P_1 = 8,5 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

$$\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3 - 1000 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_1 = 0,85 \text{ г/см}^3 - 850 \text{ кг/м}^3$$

$$\frac{17}{24} \approx \frac{1}{4}$$

$$\frac{170}{24} = 7,08$$

Пусть из-ко об-м пара 47 м^3

$$V_0 = 47 \text{ м}^3$$

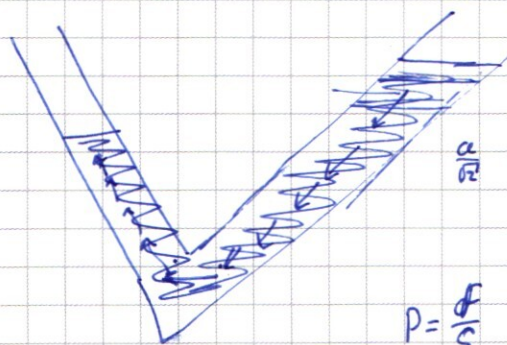
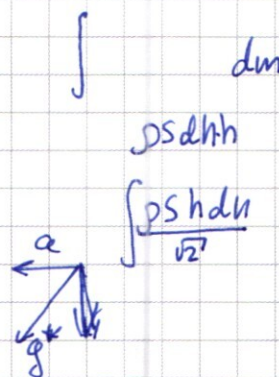
$$V_1 = 10 \text{ м}^3$$

$$\Delta V = 37 \text{ м}^3$$

$$\rho_0 \Delta V = \rho_1 V_1$$

$$V_1 = V_0$$

$$V_1 = \Delta V \frac{\rho_0}{\rho_1}$$



$$P = \frac{F}{S}$$

$$F \Delta t = m \Delta v$$

$$a \Delta t = \Delta v$$

$$= \frac{mg \cos 45^\circ}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{v^2}{R} = a$$

$$mg$$

$$g \Delta h = \frac{v^2}{2}$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

