

Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Класс 10

Вариант 10-02

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без влс

1. Гайку бросают с вышки со скоростью $V_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. В полете гайка все время приближалась к горизонтальной поверхности Земли и упала на нее со скоростью $2V_0$.

- 1) Найти вертикальную компоненту скорости гайки при падении на Землю.
- 2) Найти время полета гайки.
- 3) С какой высоты была брошена гайка?

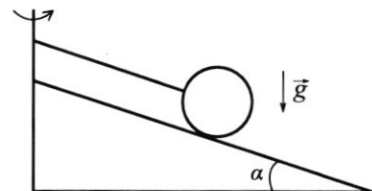
Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 2m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ .



- 1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?
- 2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?
- 3) За какое время человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F ($F > F_0$) к канату?

3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

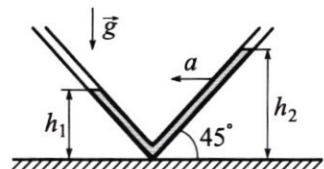


- 1) Найти силу давления шара на клин, если система покоится.
- 2) Найти силу давления шара на клин, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.

4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^\circ$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении с ускорением $a = 4$ м/с² уровень масла в одном из колен трубки устанавливается на высоте $h_1 = 10$ см.

- 1) На какой высоте h_2 установится уровень масла в другом колене?
- 2) С какой скоростью V будет двигаться жидкость в трубке относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет») и когда уровни масла будут находиться на одинаковой высоте?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Действие сил трения пренебрежимо мало.



5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 27°C и давлении $P = 3,55 \cdot 10^3$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

- 1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.
- 2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 5,6$ раза.

Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см³, $\mu = 18$ г/моль.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(1)

Дано:

$$v_0 = 10 \text{ м/с}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$v_2 = 2v_0$$

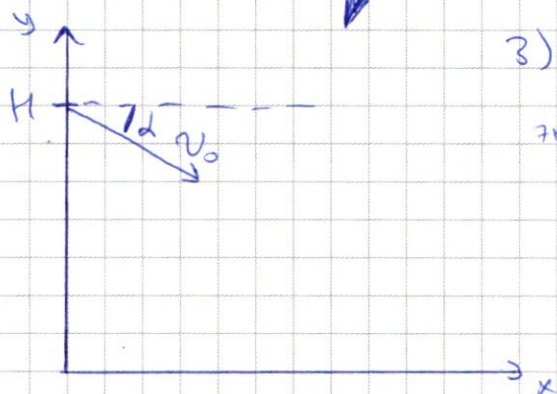
$$1) v_{xy} - ?$$

$$2) H - ?$$

$$3) H - ?$$

Решение:

Так как гайка всё время приближалась к земле, то она не поднималась выше высоты H , с которой её бросили. Это значит, что изначальное вертикальное составляющее v_0 было направлено к земле, т.е. её бросили так!



3) Тогда из закона сохранения энергии найдём H :

$$mgh + \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2}, \quad m - \text{масса гайки}$$

$$2gH + v_0^2 = 4v_0^2$$

$$H = \frac{3v_0^2}{2g}, \quad H = 15 \text{ м}$$

1) Заметим, что горизонтальное составляющее скорости не меняется и равно $v_0 \cdot \cos 30^\circ$. Значит, вертикальное составляющее в момент падения (по теореме Пифагора)

$$\text{равно } v_{xy} = \sqrt{v_2^2 - v_0^2 \cdot \cos^2 30^\circ} = \sqrt{4v_0^2 - v_0^2 \cdot \cos^2 30^\circ} = \sqrt{4 - \frac{3}{4}} \cdot v_0 = v_0 \cdot \frac{\sqrt{13}}{2}, \quad \text{или } 10 \cdot \frac{\sqrt{13}}{2} = 5\sqrt{13}.$$

2) $v_0 \cdot \sin 30^\circ + gt = v_{xy} = v_0 \cdot \frac{\sqrt{13}}{2}$ — изменение скорости в равноускоренном движении.

Отсюда $t = \frac{v_0}{2g} (\sqrt{13} - 1)$, $t = \frac{\sqrt{13}-1}{2}$ секунды

Ответ 1) $5\sqrt{13}$ м/с ; 2) $\frac{\sqrt{13}-1}{2}$ сек ; 3) 15 м

(в3)

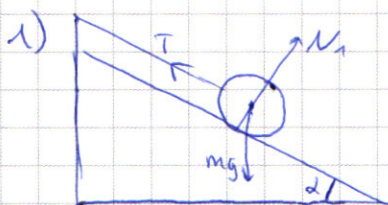
Дано:

m, R, L, d

1) N_1 - ?

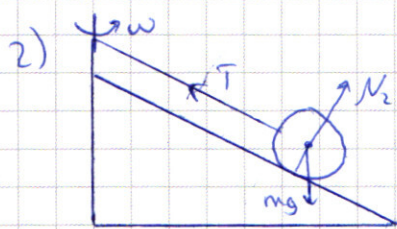
2) N_2 - ?

Решение:



Запишем II закон Ньютона в проекции на ось, перпендикулярную направлению наклонной плоскости: $\leftarrow \alpha = 0 \rightarrow$

$$N_1 = mg \cdot \cos \alpha \quad (\text{т.к. } \alpha = 0)$$



Появляется ω , и $\Rightarrow$ центростремительное

ускорение:

$$(1): a_{\omega} = \omega^2 R = \omega^2 \underbrace{(L+R)}_{\text{радиус вращения центра масс шара}} \cdot \cos \alpha$$

II закон Ньютона в проекции на горизонтальную ось:

$$m a_{\omega} = T \cdot \cos \alpha + N_2 \cdot \sin \alpha \quad (2)$$

В проекции на вертикальную ось ($\alpha = 0$):

$$T \cdot \sin \alpha + N_2 \cdot \cos \alpha = mg, \quad T = \frac{(mg - N_2 \cdot \cos \alpha)}{\sin \alpha}. \quad \text{Подставим в (2):}$$

$$m a_{\omega} = \frac{(mg - N_2 \cdot \cos \alpha)}{\sin \alpha} \cdot \cos \alpha + N_2 \cdot \sin \alpha$$

$$m a_{\omega} = m \omega^2 (R+L) \cdot \cos \alpha - N_2 \quad (1) \quad \text{Получим:}$$

$$m \omega^2 (R+L) \cdot \cos \alpha = mg \cdot \cot \alpha - N_2 \left(\sin \alpha + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} \right)$$

$$N_2 \cdot \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha} = m (g \cdot \cot \alpha - \omega^2 (R+L) \cdot \cos \alpha)$$

$$N_2 = mg \cdot \cos \alpha - \omega^2 \cdot (R+L) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha.$$

Ответ 1) $N_1 = mg \cdot \cos \alpha$; 2) $N_2 = mg \cdot \cos \alpha - \omega^2 (L+R) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

15

Дано:

$$p = 3,55 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$T = 27^\circ\text{C} = 300\text{K}$$

$$\rho_g = 1\text{ г/см}^3$$

$$\mu = 18\text{ г/моль}$$

$$\gamma = 5,6$$

$$1) \frac{p_n}{p_g} - ?$$

$$2) \frac{V_n}{V_g} - ?$$

Решение:

$$① pV = \nu RT$$

$$pV = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$$

$$pM = RT \cdot \frac{m}{V} = \rho RT, \Rightarrow \rho = \frac{pM}{RT}$$

$$\frac{p_n}{p_g} = \frac{pM}{\rho_g RT}, \quad \frac{p_n}{p_g} = \frac{213}{8300} \approx 0,02$$

$$② \text{ Процесс изотермический, } \Rightarrow pV = \text{const.}$$

Так как у нас насыщенный пар, то $p = \text{const.}$

$$\frac{m}{V_1} = \frac{m - m_{\text{в}}}{V_2}, \quad V_1 - \text{начальный объем, } V_2 - \text{конечный,}$$

m - начальная масса пара, $m_{\text{в}}$ - масса сконденсировавшегося пара (масса воды).

$$V_2 = \frac{V_1}{\gamma}, \Rightarrow m = \gamma(m - m_{\text{в}}), \quad \gamma m_{\text{в}} = (\gamma - 1)m, \quad m_{\text{в}} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot m$$

$$V_{\text{пара}} = \frac{m_{\text{пара}}}{\rho_{\text{пара}}} = \frac{m}{\rho M} \cdot RT$$

$$V_{\text{в}} = \frac{m_{\text{в}}}{\rho_{\text{в}}} = \frac{m(\gamma - 1)}{\gamma \cdot \rho_{\text{в}}}, \Rightarrow \frac{V_{\text{пара}}}{V_{\text{в}}} = \frac{mRT \cdot \gamma \cdot \rho_{\text{в}}}{\rho M \cdot m(\gamma - 1)} =$$

$$= \frac{\rho_g RT}{\rho M} \cdot \frac{\gamma}{\gamma - 1}, \quad \frac{V_{\text{пара}}}{V_{\text{в}}} = \frac{8300}{213} \cdot \frac{5,6}{4,6} \approx 47$$

$$\text{Ответ: } 1) \frac{213}{8300}; \quad 2) \frac{464800}{9798} \approx 47.$$

~2

Дано:

$m, M=2m,$

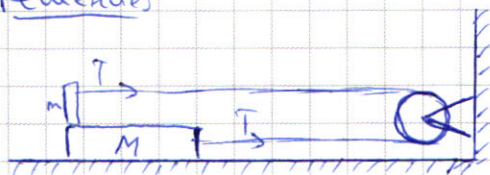
S, μ, F

1) N - ?

2) F_0 - ?

3) t - ?

Решение:



1) T_0 — это человек упирается ногами в доску, фактически означает, что он "закреплен" относительно доски. Тогда $N = mg + Mg = 3mg$.

2) Запишем II закон Ньютона в проекции на горизонтальную ось:

$2T = \mu N = 3ma$, так $F_0 = T$ — минимальное, то $a = 0$, и $\Rightarrow 2T = \mu N$, $T = F_0 = \frac{\mu N}{2} = \frac{3}{2} \mu mg$ ($T = F_0$, так верёвка действует на человека с той же силой, что и человек на верёвку по III закону Ньютона)

II закон Ньютона в проекции на горизонтальную ось.

3) $2F - \mu N = 3ma$ — так $F > F_0$, то ускорение есть

$$a = \frac{2}{3m}F - \frac{\mu N}{3m} = \frac{2F}{3m} - \frac{3\mu mg}{3m} = \frac{2F}{3m} - \mu g$$

$$S = \frac{at^2}{2} \quad (\text{так начальная скорость} = 0), \Rightarrow$$

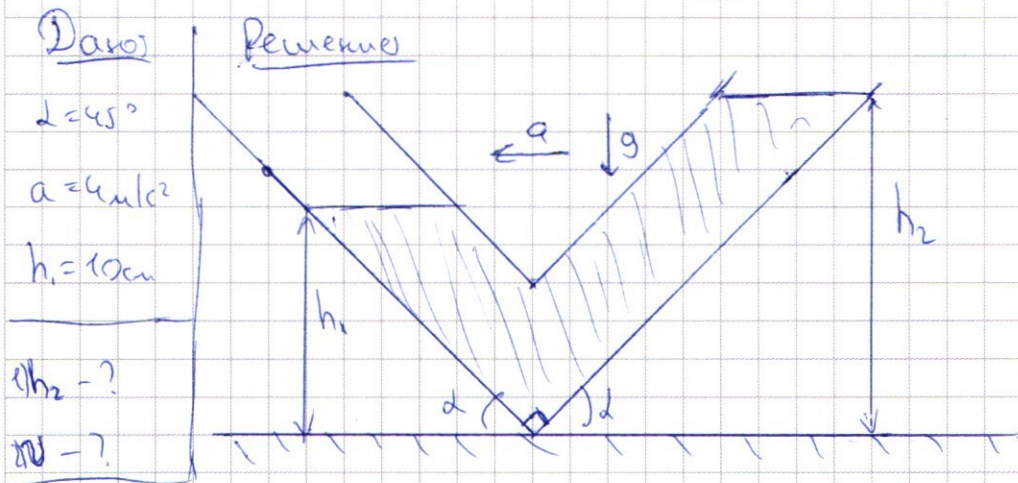
$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot S}{a}}, \quad t = \sqrt{\frac{2S \cdot 3m}{2F - 3\mu mg}} = \sqrt{\frac{6Sm}{2F - 3\mu mg}}$$

Ответ

1) $3mg$; 2) $\frac{3}{2} \mu mg$; 3) $\sqrt{\frac{6Sm}{2F - 3\mu mg}}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4



1) Пусть плотность масла — ρ .

Тогда масса в левой части трубки — $\rho \cdot S \cdot \frac{h_1}{\cos \alpha}$, S — площадь сечения.

Эта масса действует на стенку с силой

$ma = \rho \cdot S \cdot \frac{h_1}{\cos \alpha} \cdot a$; эта же сила (по III закону Ньютона) действует со стороны стенки на масло в проекции на ось, параллельную трубке, она равна

$\rho \cdot S \cdot h_1 \cdot \frac{a}{\cos \alpha} \cdot \cos \alpha = \rho S h_1 a$, и давление, создаваемое этой силой, равно $\frac{\rho S h_1 a}{S} = \rho a h_1$.

Приравняем давления, создаваемые левой и правой трубками в нижней точке сужения (замечим, что с правой трубкой ситуация обратная — там давление, создаваемое силой реакции этой стенки равно $(-\rho a h_2)$ — аналогично).

$$\rho + \rho g h_1 + \rho a h_1 = \rho + \rho g h_2 - \rho a h_2, \quad \Rightarrow h_1 (g + a) = h_2 (g - a).$$

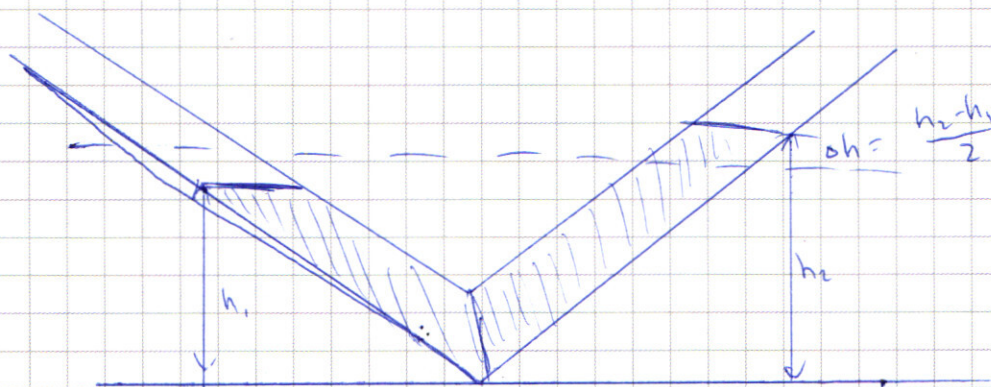
Отсюда получаем, что

$$h_2 = h_1 \cdot \frac{g+a}{g-a} \quad \text{и} \quad h_2 = 10 \cdot \frac{14}{6} = \frac{70}{3} \approx 23 \text{ см}$$

2) Разница ~~каждой~~ ~~пройденного~~ ~~расстояние~~ ~~каждой~~ ~~центр~~ ~~масс~~

После того, как ускорение исчезнет, масло в трубке будет ~~средство~~ стремиться к состоянию равновесия (когда уровни масла в трубке слева и справа равны).

Разница уровней масла — $(h_2 - h_1)$, $\Rightarrow$ можно заметить, что по горизонтальной оси каждой ~~центр~~ ~~масс~~ пройдет $\frac{h_2 - h_1}{2}$. Это изменение потенциальной энергии и даст скорость!



Скорость ~~правой~~ ~~части~~ ~~масла~~ в правой части будет равна скорости всего масла, так как масло движется одним целым. Пусть m — масса масла в правой части.

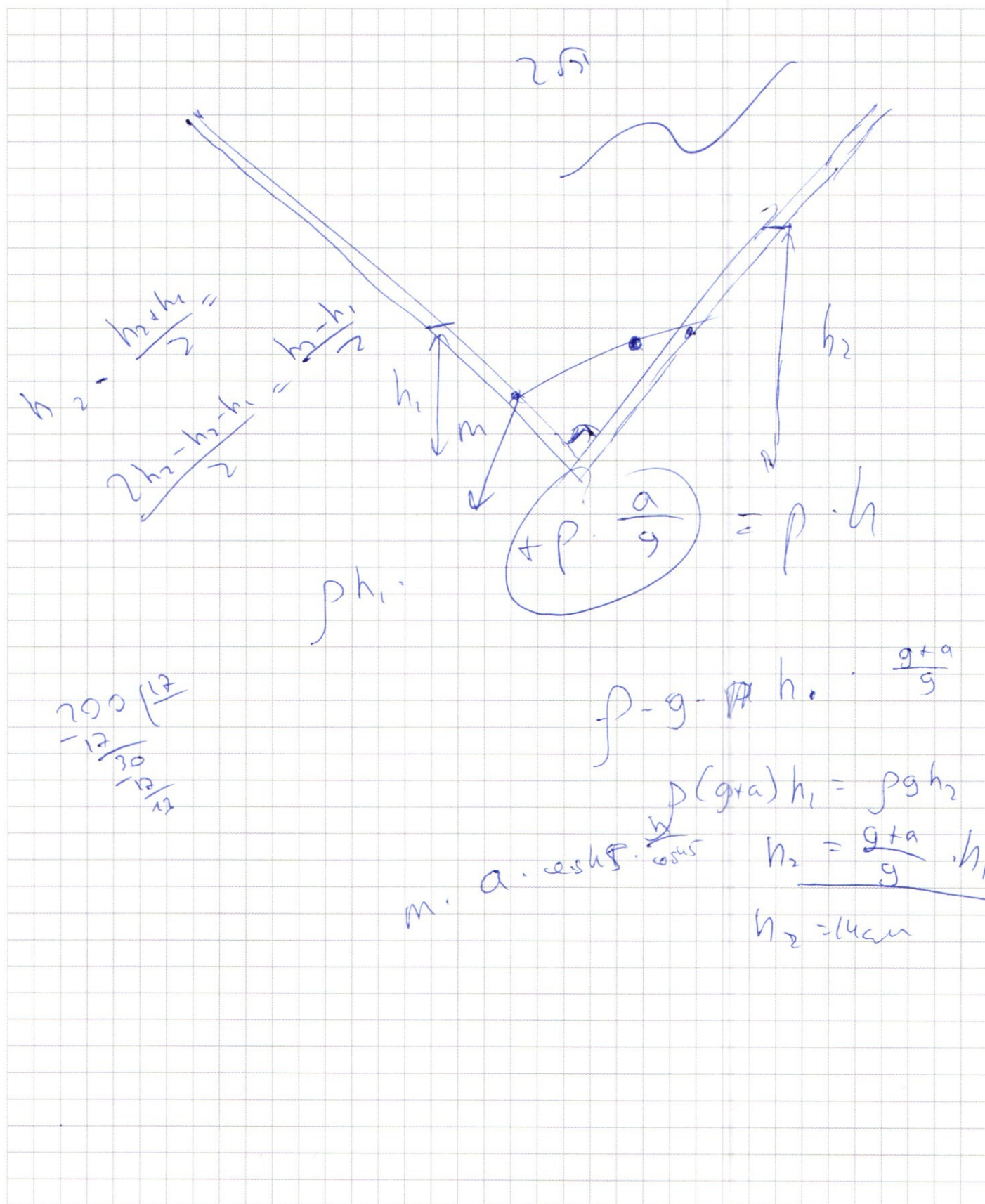
Тогда запишем закон сохранения энергии

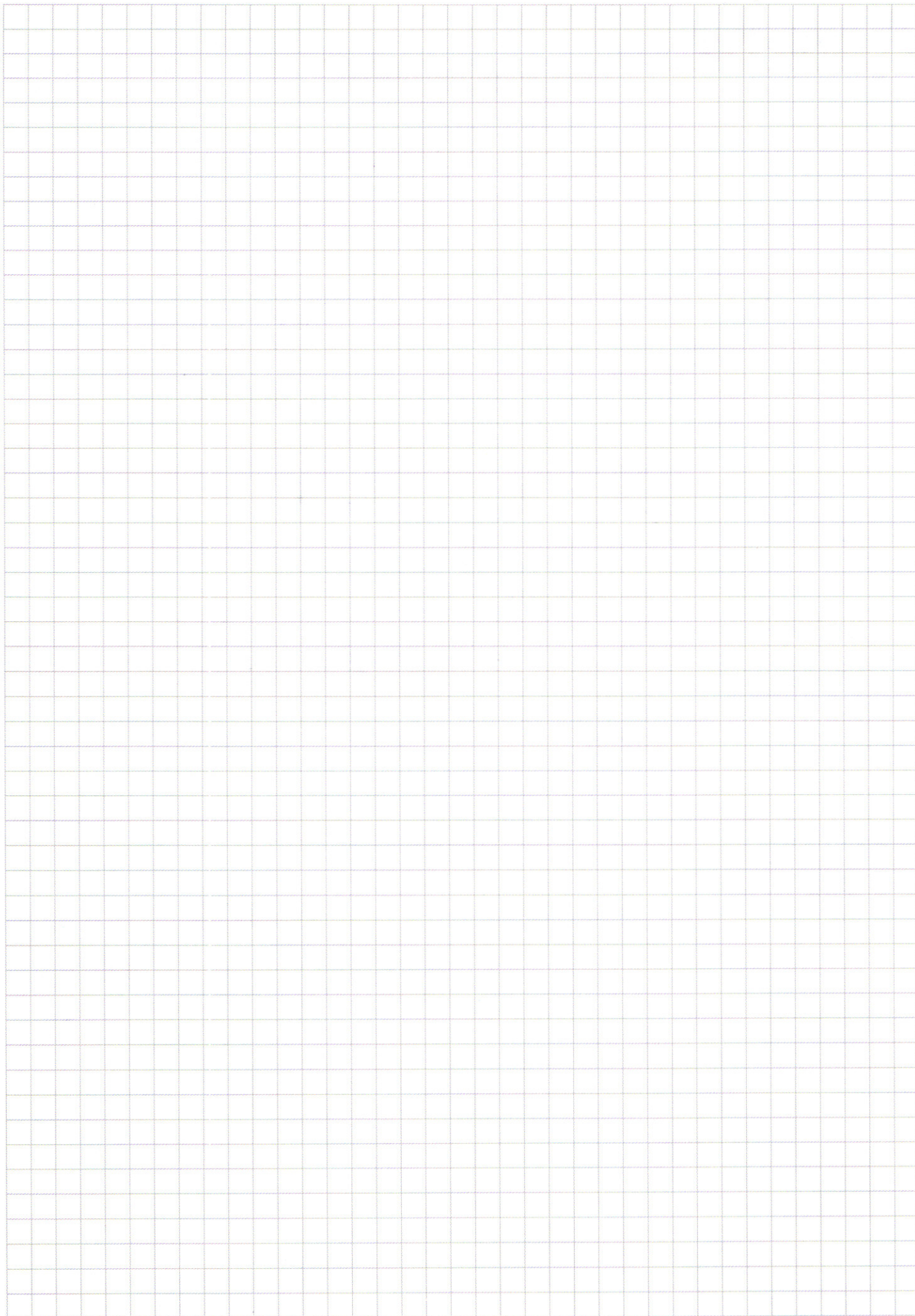
$$mg h_2 = mg \underbrace{\frac{h_1 + h_2}{2}}_{\text{высота потенциально равновесия}} + m \frac{v_0^2}{2}, \quad v_0 - \text{исканное}$$

$$2g \frac{h_2 - h_1}{2} = v_0^2, \quad v_0 = \sqrt{g(h_2 - h_1)}, \quad v_0 = \sqrt{10 \cdot \frac{20}{3}} = \frac{20}{\sqrt{3}}, \frac{20\sqrt{3}}{3}$$

$v_0 \approx 12 \text{ м/с}$. Ответ: 1) $h_2 \approx 23 \text{ см}$; 2) $v = 12 \text{ м/с}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА





ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$T - N \cos \beta = ma$$

$$T - \mu(N \sin \beta + 2mg) = 2ma$$

$$T - \mu N \sin \beta - 2\mu mg = 2ma = 2T - 2N \cos \beta$$

$$T + 2\mu mg = N(\mu \sin \beta + 2 \cos \beta)$$

~5

Так как пор каскающий, $\rho = \text{const}$

$$\rho_1 = \rho_2 \quad \frac{m}{V_1} = \frac{m - m_6}{V_2}$$

$$\frac{\rho m}{2} = \frac{m - m_6}{2}$$

$$m = 2m - 2m_6$$

$$m_6 = m \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)$$

$$\frac{m}{\rho} = k \cdot \frac{m_6}{\rho_6} = k \cdot \frac{m \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)}{\rho_6}$$

$$\frac{\rho_6}{\rho} \cdot \frac{\gamma}{\gamma - 1} = k$$

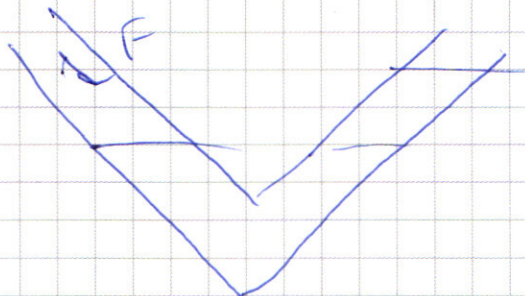
$$\rho = \frac{\rho_m}{R T} \quad , \quad k = \rho \frac{\rho_6 R T}{\rho_m} \cdot \frac{\gamma}{\gamma - 1}$$

~5

$$2T = 3 \mu mg$$

$$\sim 4$$

$$T = \frac{3}{2} \mu mg$$



$$\frac{3550 \cdot 18}{1000 - 83 \cdot 300}$$

$$355 \cdot 18$$

$$\frac{3550 \cdot 18 \cdot 6}{83000 \cdot 1}$$

$$355 \cdot 6 = \frac{710 \cdot 3}{83000} = \frac{71 \cdot 7}{8300}$$

$$\frac{213}{8300}$$

$$\cos 230 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$\begin{array}{r} 83 \\ \times 56 \\ \hline 498 \\ \times 15 \\ \hline 4848 \end{array}$$

$$464800$$

$$\times 213$$

$$\begin{array}{r} 1060 \\ 106,5 - 100 = 10650 \\ \hline 852 \\ \hline 9798 \end{array}$$

$$\frac{464800}{9798}$$

$$464800 \mid 9798$$

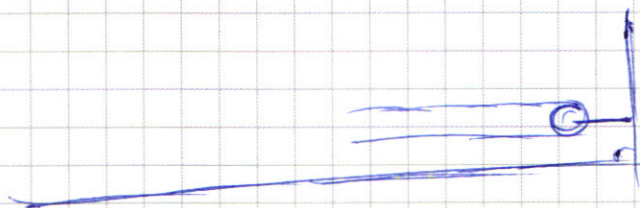
$$\begin{array}{r} 9798 \\ \times 50 \\ \hline \end{array}$$

$$40$$

$$0000 - 2$$

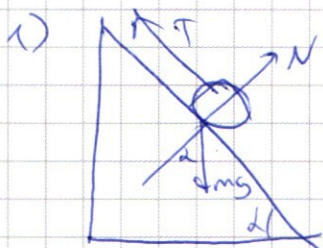
$$4900 - 1$$

$$489900$$

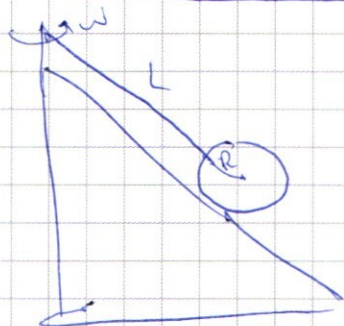
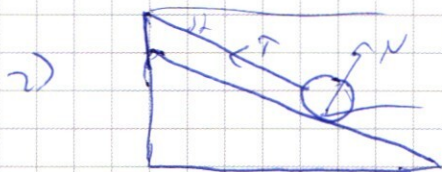


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3



$$mg \cdot \cos \alpha = N$$



$$a_{\text{ц}} = \frac{v_0^2}{R} = \omega^2 R$$

$$m a_{\text{ц}} = T \cdot \cos \alpha - N \cdot \sin \alpha$$

$$a_{\text{ц}} = \omega^2 \cdot (L + R) \cdot \cos \alpha$$

$$N \cdot \sin \alpha = (T - m \omega^2 L) \cdot \cos \alpha$$

$$N = (T - m \omega^2 L) \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

$$N = (T - m \omega^2 (L + R)) \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

$$T - (T - m \omega^2 (L + R)) \cdot \cos \alpha = m a_{\text{ц}}$$

$$T = m a_{\text{ц}} = \omega^2 (L + R) \cdot \cos \alpha$$

$$(T - m g \sin \alpha) = m \omega^2 \cdot (L + R)$$

$$T = m (g \sin \alpha + \omega^2 (L + R))$$

$$N = (T - \omega^2 (L + R)) \cdot \operatorname{ctg} \alpha = m g \sin \alpha \operatorname{ctg} \alpha = m g \cdot \cos \alpha$$

№5



$$2) P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$P_1 V_1 = P_2 \cdot \frac{V_1}{\gamma}$$

$$P = \frac{P}{m} \cdot R \cdot T$$

$$P = \frac{P M}{R T}$$

$$P_2 = P_1 \cdot \gamma$$

$$x = \frac{P}{P_0} = \frac{P M}{P_0 R T}$$

$$P_2 = \frac{P_2 M}{RT} = 2P_1$$

~~хорошо~~

$P_2 V_2$

$$P_1 V_1 = \frac{m - m_0}{M} \cdot RT$$

$$\textcircled{13} \quad P_2 V_2 = \frac{m - m_0}{M} \cdot RT$$

$$N \cdot \cos \alpha + T \cdot \sin \alpha = mg$$

$$m \cdot \omega^2 (L+R) = T \cdot \cos \alpha - N \cdot \sin \alpha$$

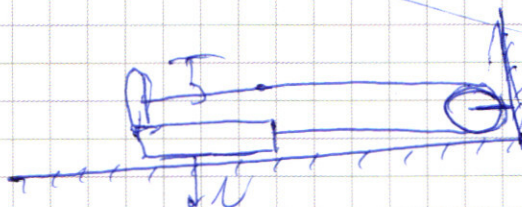
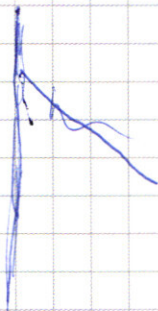
$$T = \frac{m \omega^2 (L+R) + N \cdot \sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$N \cdot \cos \alpha + \frac{m \omega^2 (L+R) + N \cdot \sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha = mg$$

$$N \cdot \cos \alpha + N \cdot \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} = m (g - \omega^2 (L+R) \cdot \sin \alpha)$$

$$N \left(\frac{1}{\cos \alpha} \right) = m (g - \omega^2 (L+R) \cdot \sin \alpha)$$

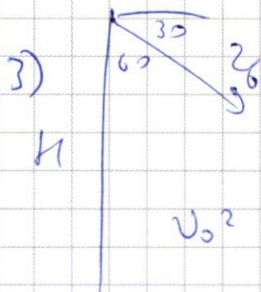
$$N = mg \cdot \cos \alpha - \omega^2 (L+R) \cdot \sin \alpha$$



$$\textcircled{N = 2mg}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1)



$$v_0 \cdot \cos 60^\circ \cdot t + \frac{gt^2}{2} = H$$

$$v_0^2 + 2gH = v_0^2 \cdot \cos^2 30^\circ + (v_0 \cdot \cos 60^\circ \cdot t + \frac{gt^2}{2})^2$$

$$v_0^2 + 2gH = 4v_0^2$$

$$H = \frac{3v_0^2}{2g}$$

2) Горизонт. компонента — $v_0 \cdot \cos 30^\circ$

Вертик. — $(2v_0)^2 - v_0^2 \cdot \cos^2 30^\circ = v_0^2 (4 - \cos^2 30^\circ) = v_0^2 \cdot 3$

$$4 \cdot 6 - \frac{3}{4} = \sqrt{3.25} \quad v_0 \cdot \sqrt{3.25} = v_0 \cdot \sqrt{\frac{13}{4}} =$$

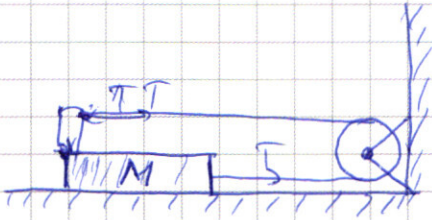
$$= 5\sqrt{13}$$

t = ?

$$v_0 \cdot \cos 60^\circ + gt = \frac{v_0}{2} \cdot \sqrt{13}$$

$$t = v_0 \left(\frac{\sqrt{13} - 1}{2g} \right)$$

2



$$\mu N = T \quad N = (m + M)g$$

$$T = F = 3\mu mg$$

$$3\mu mg \cdot S = \frac{3m v_0^2}{2}$$

2)

$$\frac{S}{v_0} = t$$

$$v_0^2 = 2\mu g S$$

$$v_0 = \sqrt{2\mu g S}$$

$$t = \frac{S}{v_0} = \sqrt{\frac{S}{2\mu g}}$$

$$F - 3\mu mg = 3ma, \quad a = \frac{F}{3m} - \mu g$$

$$S = \frac{a t^2}{2}$$

$$t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2S \cdot 3m}{F - 3\mu mg}}$$

$$t = \sqrt{\frac{6mS}{F - 3\mu mg}}$$