

Олимпиада «Физтех» по физике, 10 класс

Вариант 10-01

Класс 10

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без в

1. Камень бросают с вышки со скоростью $V_0 = 8$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. В полете камень все время приближался к горизонтальной поверхности Земли и упал на нее со скоростью $2,5V_0$.

1) Найти вертикальную компоненту скорости камня при падении на Землю.

2) Найти время полета камня.

3) Найти горизонтальное смещение камня за время полета.

Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 5m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ .



1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?

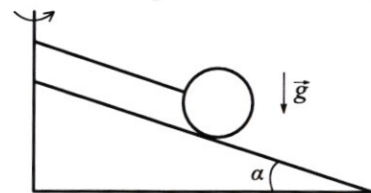
2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?

3) Какой скорости достигнет ящик, если человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F ($F > F_0$) к канату?

3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

1) Найти силу натяжения нити, если система покоится.

2) Найти силу натяжения нити, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.

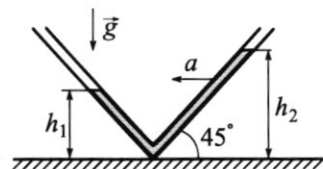


4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^\circ$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении уровни масла в коленях трубки устанавливаются на высотах $h_1 = 8$ см и $h_2 = 12$ см.

1) Найдите ускорение a трубки.

2) С какой максимальной скоростью V будет двигаться жидкость относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет»)?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Действие сил трения пренебрежимо мало.



5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 95°C и давлении $P = 8,5 \cdot 10^4$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.

2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 4,7$ раза.

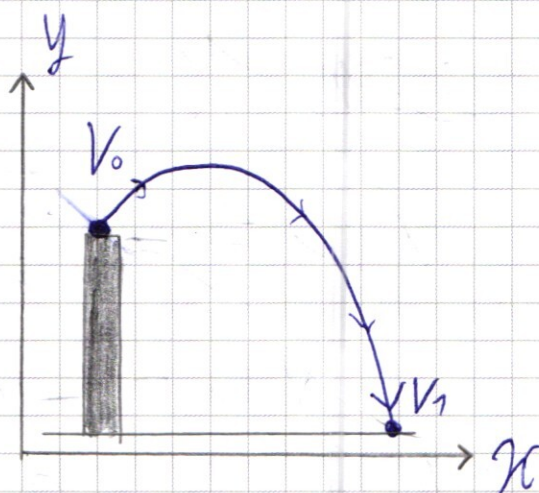
Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см³, $\mu = 18$ г/моль.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

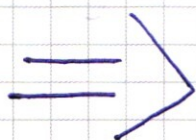
N. 1

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} = m\vec{g}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g}$$

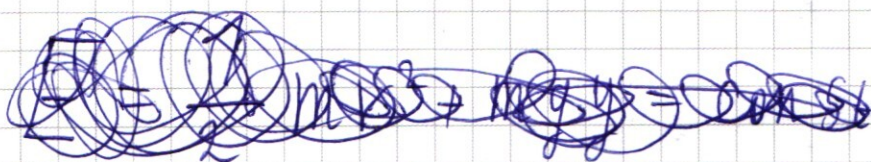


$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$



$$v_x = \text{const} = v_0 \cos \alpha$$

$$v_y = v_{y0} - g t$$



$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_{y0} = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

$$v_{y0} = v_0 \sin \alpha$$

$$\sqrt{v_{y1}^2 + v_x^2} = 2.5 v_0$$

$$v_{y1}^2 + v_0^2 \cos^2 \alpha = 6.25 v_0^2$$

$$V_{y1} = \pm \sqrt{6.25 - \cos^2 d} V_0$$

Корень берем вниз, так что

Ответ 1:

$$V_{y1} = -\sqrt{6.25 - \cos^2(60^\circ)} V_0$$

$$V_{y1} = -\sqrt{6} V_0 = -8\sqrt{6} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$|V_{y1}| = 8\sqrt{6} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$V_{y1} = V_{y0} - g \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{V_{y0} - V_{y1}}{g} = \frac{V_0}{g} (1 + \sqrt{6.25 - \cos^2 d})$$

Ответ 2:

$$\Delta t = (1 + \sqrt{6.25 - \cos^2 d}) \frac{V_0}{g}$$

$$\Delta t = (1 + \sqrt{6}) \cdot \frac{4}{5} \text{ с}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$V_{\kappa} = \text{const} = V_0 \cos d$$

$$\frac{d\kappa}{dt} = V_{\kappa}; \quad \kappa = \kappa_0 + \int V_{\kappa} dt = V_0 \cos d \cdot t$$

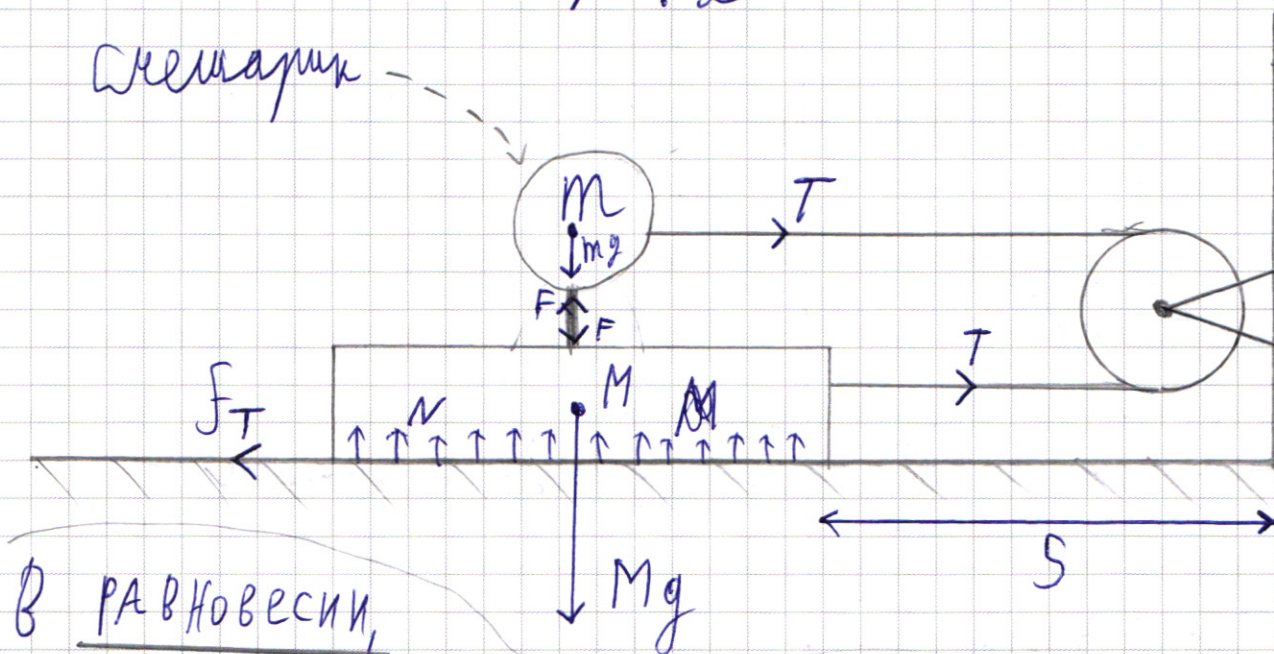
Ответ 3:

$$\Delta \kappa = \left(1 + \sqrt{6.25 - \cos^2 d} \right) \frac{V_0^2}{g}$$

$$\Delta \kappa = (1 + \sqrt{6}) \cdot \frac{32}{5} \text{ м}$$

N. 2

Схема



$$\begin{cases} 0 = Mg + F_y - N \\ 0 = mg - F_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = T + F_x \\ 0 = T - F_x - f_T \end{cases}$$

Ответ 1:

$$N = (m + M)g = 6mg$$

$$\begin{cases} f_T = N \mu \\ f_T = 2T \end{cases}$$

(в предельном случае)

Ответ 2:

$$F_0 = T_{\min} = \frac{1}{2} \mu (m + M)g = 3\mu mg$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

по закону сохранения энергии,

$$A = \delta Q + \Delta K$$

$$A = F \cdot 2S$$

$$\delta Q = N\mu \cdot S$$

$$\Delta K = K_1 - K_0 = \frac{(m+M)v^2}{2} - 0$$

длина веревки
на $2S$
не меняется

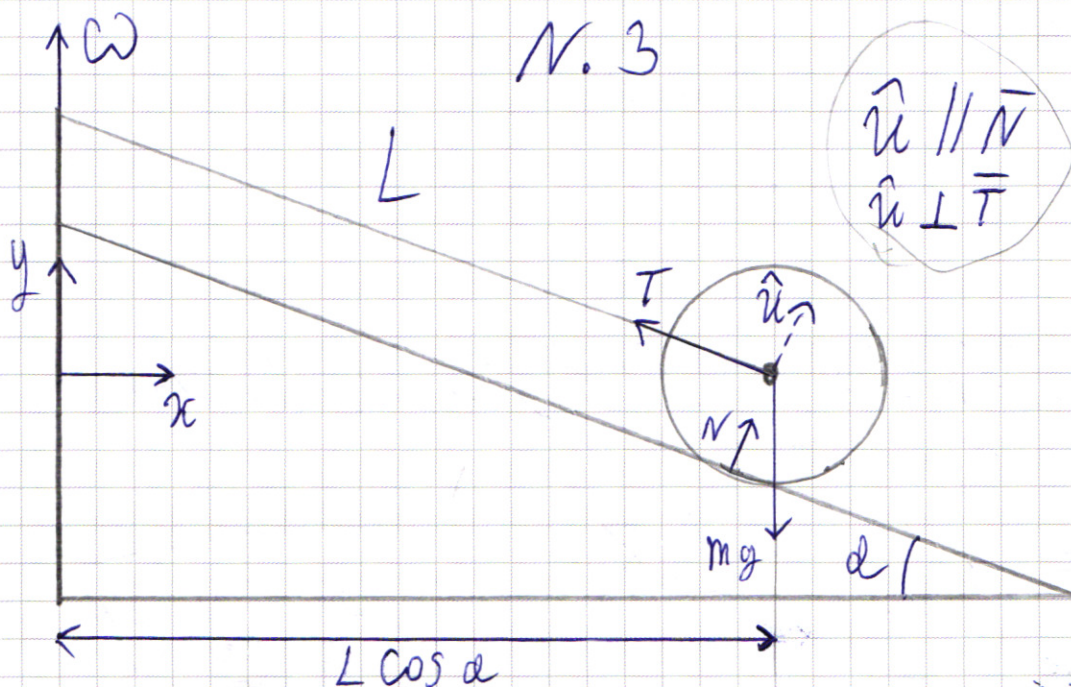
$$2SF = N\mu S + \frac{1}{2}(m+M)v^2$$

$$v = \sqrt{4SF - 2\mu NS} / \sqrt{m+M}$$

Ответ 3:

$$v = \sqrt{\frac{4SF - 2S(m+M)g\mu}{m+M}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{3}FS/m - 2\mu gS}$$



$$m \bar{a} = \bar{T} + \bar{N} + m \bar{g}$$

$$\bar{r} = (L \cos d \cdot \hat{i} + 0 \cdot \hat{j} + 0 \cdot \hat{k})$$

$$\bar{a} = \frac{d^2 \bar{r}}{dt^2} = L \cos d \frac{d^2 \hat{i}}{dt^2} = L \cos d \cdot -\omega^2 \hat{i}$$

$$-\omega^2 \hat{i} L \cos d \cdot m = \bar{T} + \bar{N} + m \bar{g}$$

$$-\omega^2 L m \cos d (\hat{i} \cdot \hat{u}) = \cancel{(\bar{T} \cdot \hat{u})} + \cancel{(\bar{N} \cdot \hat{u})} + m (\bar{g} \cdot \hat{u})$$

0 N

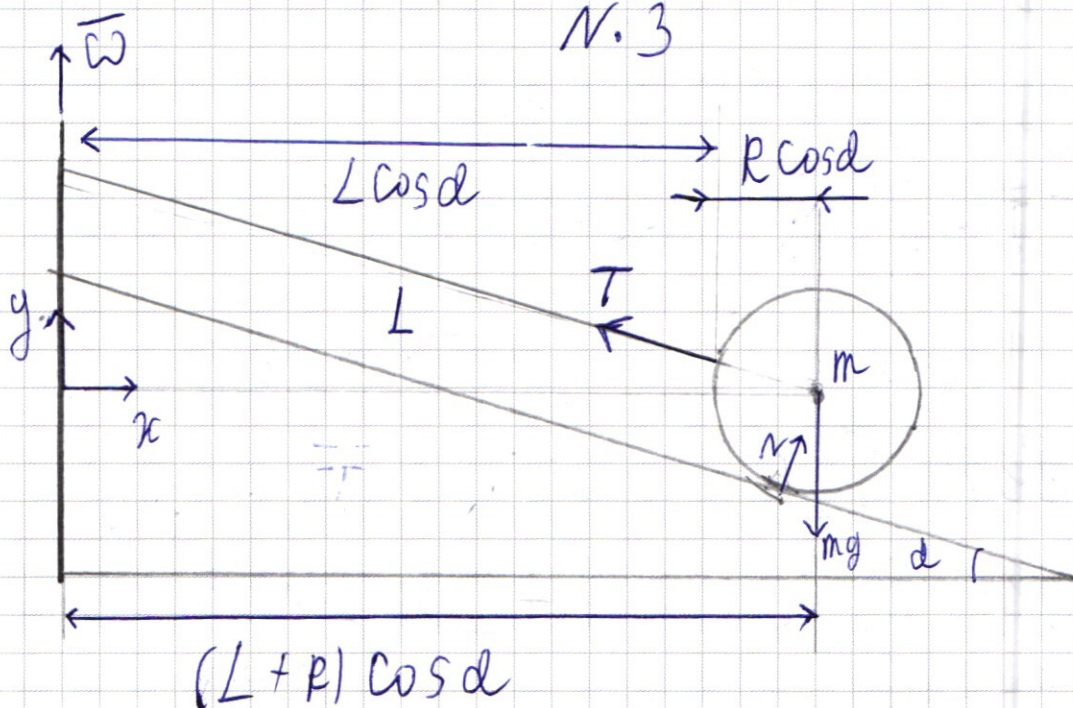
$$-\omega^2 L m \cos d \cdot \sin d = N + m \cdot -g \cos d$$

Отсюда 1:

$$N = m(g \cos d - L \omega^2 \sin d \cos d)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N. 3



$$\bar{r} = \hat{j} \cdot (L + r) \cos d$$

$$\bar{a} = \frac{d^2 \bar{r}}{dt^2} = (L + r) \cos d \frac{d^2 \hat{j}}{dt^2} = -\omega^2 (L + r) \cos d \cdot \hat{j}$$

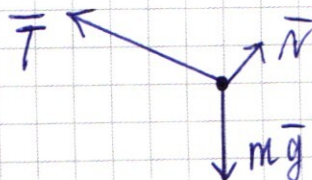
$$m \bar{a} = m \bar{g} + \bar{T} + \bar{N}$$

$$\bar{g} = -g \hat{j}$$

$$\bar{T} = -T \cos d \hat{i} + T \sin d \hat{j}$$

$$\bar{N} = N \sin d \hat{i} + N \cos d \hat{j}$$

$$-m \omega^2 (L + r) \cos d \hat{j} = m \bar{g} + \bar{T} + \bar{N}$$



Возвращаем вектор

$$\hat{u} = \hat{i} \sin d + \hat{j} \cos d$$

$$-m\omega^2(L+r)\cos d(\hat{i} \cdot \hat{u}) = m(\bar{g} \cdot \hat{u}) + (\bar{T} \cdot \hat{u}) + (\bar{N} \cdot \hat{u})$$

$$(\hat{i} \cdot \hat{u}) = \sin d \quad (\bar{T} \cdot \hat{u}) = 0 \quad (\bar{N} \cdot \hat{u}) = N \quad (\bar{g} \cdot \hat{u}) = -g \cos d$$

Отсюда,

~~Отсюда 2:~~

~~$$N = m(g \cos d - (L+r)\omega^2 \sin d \cos d)$$~~

Возвращаем вектор

$$\hat{w} = -\hat{i} \cos d + \hat{j} \sin d$$

$$-m\omega^2(L+r)\cos d(\hat{i} \cdot \hat{w}) = m(\bar{g} \cdot \hat{w}) + (\bar{T} \cdot \hat{w}) + (\bar{N} \cdot \hat{w})$$

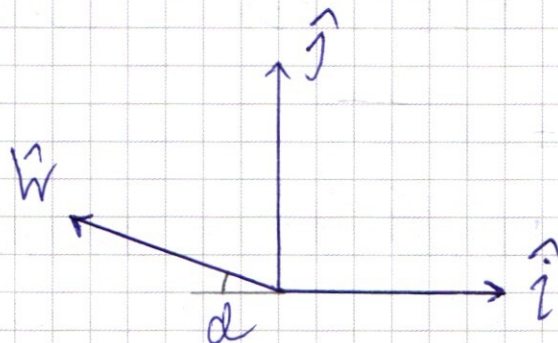
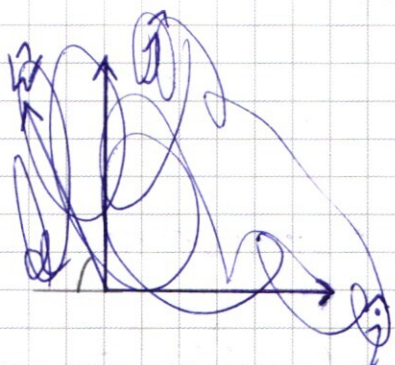
$$(\hat{i} \cdot \hat{w}) = -\cos d \quad (\bar{g} \cdot \hat{w}) = -g \sin d \quad (\bar{T} \cdot \hat{w}) = T \quad (\bar{N} \cdot \hat{w}) = 0$$

$$+m\omega^2(L+r)\cos^2 d = -mg \sin d + T + 0$$

Отсюда 2:

$$T = m(g \sin d + (L+r)\omega^2 \cos^2 d)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Ответ 1 является частным случаем
ответа 2, когда $\omega = 0$.

Ответ 1:

$$T = m g \sin \alpha$$

Н.У

В неинерциальной системе отсчета,
движущейся с ускорением $\bar{a}$, на тело
действует сила инерции, равная

$$\bar{F}_a = -m \bar{a}$$

Сложив ее с $\bar{F}_g = m \bar{g}$ можно записать

$$\bar{F} = m \bar{g}' ; \quad \bar{g}' = \bar{g} + \bar{a}$$

где $\vec{g}'$ - "капнувшая" g ,
 f - косовая сила.

Тогда, в равновесии, в жидкости

$$\nabla P = \rho \vec{g}'$$

Интегрируем его по трубе с жидкостью.

$$\int_A^B (\nabla P \cdot d\vec{r}) = P_B - P_A = 0 \quad \left| \begin{array}{l} \text{т.к. } P_A = P_{\text{атм}} \\ P_B = P_{\text{атм}} \end{array} \right.$$

$$\int_A^B (\nabla P \cdot d\vec{r}) = \rho \int_A^B (\vec{g}' \cdot d\vec{r}) = \rho (\vec{g}' \cdot (\vec{B} - \vec{A}))$$

$$\rho (\vec{g}' \cdot (\vec{B} - \vec{A})) = 0$$

~~$$\vec{g}' \cdot (\vec{B} - \vec{A}) = 0$$~~

$$(-g \hat{j} + a \hat{i}) \cdot ((h_1 + h_2) \hat{i} + (h_2 - h_1) \hat{i}) = 0$$

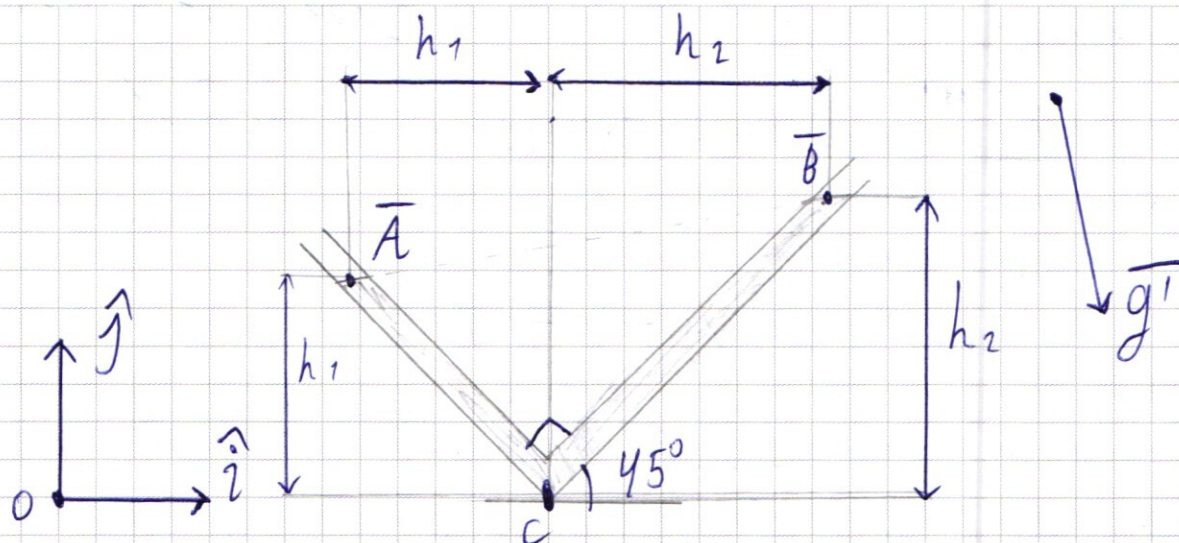
$$a(h_2 + h_1) - g(h_2 - h_1) = 0$$

$$a = g \frac{h_2 - h_1}{h_2 + h_1}$$

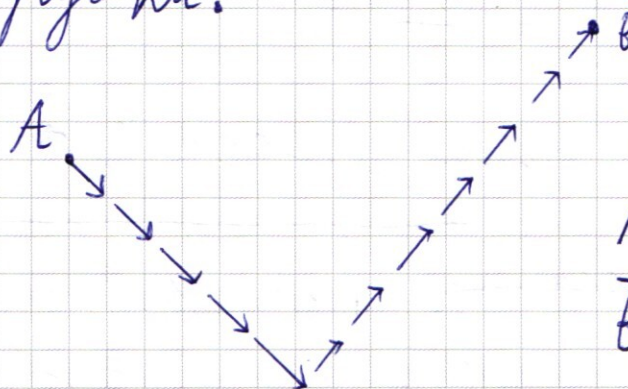
Ответ 1:

$$a = g \frac{h_2 - h_1}{h_2 + h_1} = 2 \frac{u}{c^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



здесь путь интегрирования $\int_{AB}$ проходит
внутри трубки.



$$\vec{A} = -h_1 \hat{i} + h_1 \hat{j}$$

$$\vec{B} = h_2 \hat{i} + h_2 \hat{j}$$

(Кстати, поверхность жидкости
параллельна $(\vec{A} - \vec{B})$, потому что
~~поверхность~~ поверхность жидкости эквипотенциальна)

Согласно ЗСЭ,

$$E = \text{const}$$

В данном случае,

$$E = \int \left(\frac{v^2}{2} + g y \right) dm = \text{const}$$

м.к.

$$dK = \frac{v^2}{2} dm$$

$$dU = g y dm = g y dm$$

так как площадь ~~трубки~~ сечения трубки постоянна,

$$\int \frac{v^2}{2} dm = \frac{v^2}{2} m$$

где m — полная масса воды в трубке. (масса)

чтобы найти U , надо ~~трубку разделить на две половины~~
~~параллельно оси~~. использовать ЦМ

$$U = \int_{AB} g y dm$$

$$= \int_{Ac} g y dm + \int_{cB} g y dm$$

~~тогда~~

$$U = mg \cdot y_{ц.м.}$$

Итак,

$$E = \frac{mv^2}{2} + mg y_{ц.м.}$$

Ц. м. —
центр
масс воды

предельная
вязкостью
масса

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Сразу после остановки,

$$V = 0$$

$$y_{y.m.} = \frac{\int y dm}{\int dm} = \frac{m_1 y_{ц.м.1} + m_2 y_{ц.м.2}}{m_1 + m_2}$$

$$m_1 = K h_1 ; y_{ц.м.1} = h_1 / 2$$

$$m_2 = K h_2 ; y_{ц.м.2} = h_2 / 2$$

где K — некая константа.

$$y_{y.m.} = \frac{h_1^2 + h_2^2}{2h_1 + h_2}$$

$m_1, y_{ц.м.1}$ — соответствующая масса и y -координата центра масс воды в первой трубке.
 $m_2, y_{ц.м.2}$ определяются аналогично.

Тогда,

$$E = m \left(\frac{v^2}{2} + g \frac{h_1^2 + h_2^2}{2h_1 + h_2} \right) = mg \frac{h_1^2 + h_2^2}{2h_1 + h_2}$$

из-за ЗСЭ, в любой после дуговой момент времени

$$m \left(\frac{v^2}{2} + g \frac{h_1'^2 + h_2'^2}{2h_1' + h_2'} \right) = E$$

или же

$$\frac{v^2}{2} = \frac{h_1^2 + h_2^2}{h_1 + h_2} - \frac{h_1'^2 + h_2'^2}{h_1' + h_2'}$$

V^2 максимально, когда минимально

$$\frac{h_1'^2 + h_2'^2}{h_1' + h_2'}$$

~~по закону сохранения~~ из-за закона сохранения массы,

$$h_1' + h_2' = h_1 + h_2$$

тогда, $V_{\max}$ когда $h_1' = h_2'$

$$h_1'^2 + (h_1 + h_2 - h_1')^2 = \min$$

следовательно, тогда

$$h_1' = h_2' = \frac{h_1 + h_2}{2}$$

тогда,

$$\frac{1}{2} V_{\max}^2 = \frac{h_1^2 + h_2^2}{h_1 + h_2} - \frac{\left(\frac{h_1 + h_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{h_1 + h_2}{2}\right)^2}{h_1 + h_2}$$

$$\frac{1}{2} V_{\max}^2 = \frac{h_1^2 + h_2^2 - h_1^2/2 - h_1 h_2 - h_2^2/2}{h_1 + h_2} = \frac{\frac{1}{2}(h_1 - h_2)^2}{h_1 + h_2}$$

Ответ 2:

$$V_{\max} = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{(h_1 - h_2)^2}{h_1 + h_2} g}$$

$$V_{\max} = 0.2 \frac{m}{c}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N.5

$$P_n = n k T$$

↓

$$n = P_n / k T$$

~~$$P_n = n k T = P_n \frac{m}{k T} = P_n \frac{k}{k T}$$~~

$$P_n = n m = P_n \frac{m}{k T} = P_n \frac{k}{k T}$$

Ответ 1:

$$Z = P_n / P_v = \frac{k P}{k T} / P$$

$$P_n / P_v = 5 \cdot 10^{-4}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ 85 \\ \hline 90 \\ 144 \\ 1530 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 83 \\ 37 \\ \hline 581 \\ 249 \\ 3071 \end{array}$$

~~1000~~
$$\begin{array}{r} 18^{-3} 85^4 \\ \hline 8.31^0 368^0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18.85 \\ 8.3137 \\ \hline 1600 \\ 3200 \end{array} \quad \frac{1}{2}$$

~~Как найти массу пара~~

Согласно закону сохранения массы,

$$M = \rho V_B + \rho_n V_n = \text{const}$$

Учти же

$$V_0 + \eta V_n = \text{const}$$

~~кстати~~
Тогда,

$$0 + \eta \cdot V_0 = V_0' + \eta \cdot \frac{V_0}{\gamma}$$

$$V_0' = V_0 \cdot \eta (1 - 1/\gamma)$$

$$\varepsilon = V_0' / V_n' = \frac{V_0 \eta (1 - 1/\gamma)}{V_0 / \gamma} = \eta (\gamma - 1)$$

здесь V_0 —
объем пара
в сосуде до
статива

Ответ 2:

$$\varepsilon = \frac{\kappa p}{p_{RT}} (\gamma - 1)$$

$$\varepsilon = 1 \cdot 10^{-2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дополнение к п. 4

$$h_1'^2 + (h_1 + h_2 - h_1')^2 = m \cdot h, \text{ если}$$

$$\frac{d}{dh_1'} [h_1'^2 + (h_1 + h_2 - h_1')^2] = 0$$

$$2h_1' + 2(h_1 + h_2 - h_1') \cdot (-1) = 0$$

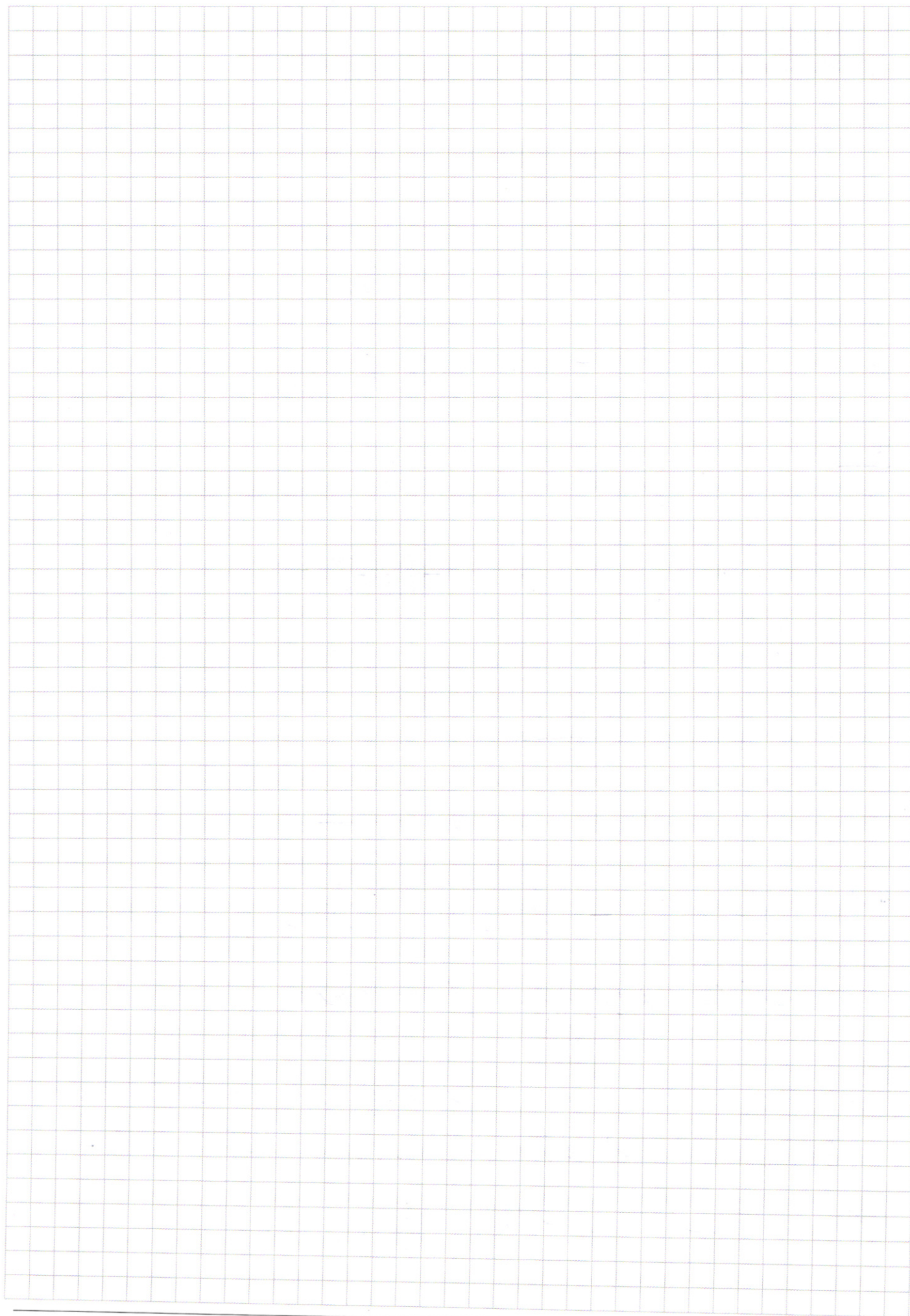
$$h_1' = h_1 + h_2 - h_1'$$

$$h_1' = \frac{h_1 + h_2}{2}$$

$$h_2' = h_1 + h_2 - h_1' = \frac{h_1 + h_2}{2}$$

где h_1', h_2' — ^{сечения} уровни воды в трубках
в момент, когда $V = V_{\max}$

$h_1 + h_2 = h_1' + h_2'$, потому что масса постоянна,
а если обе трубки прямые и имеют постоян-
ную площадь сечения, $m \sim h_1 + h_2$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



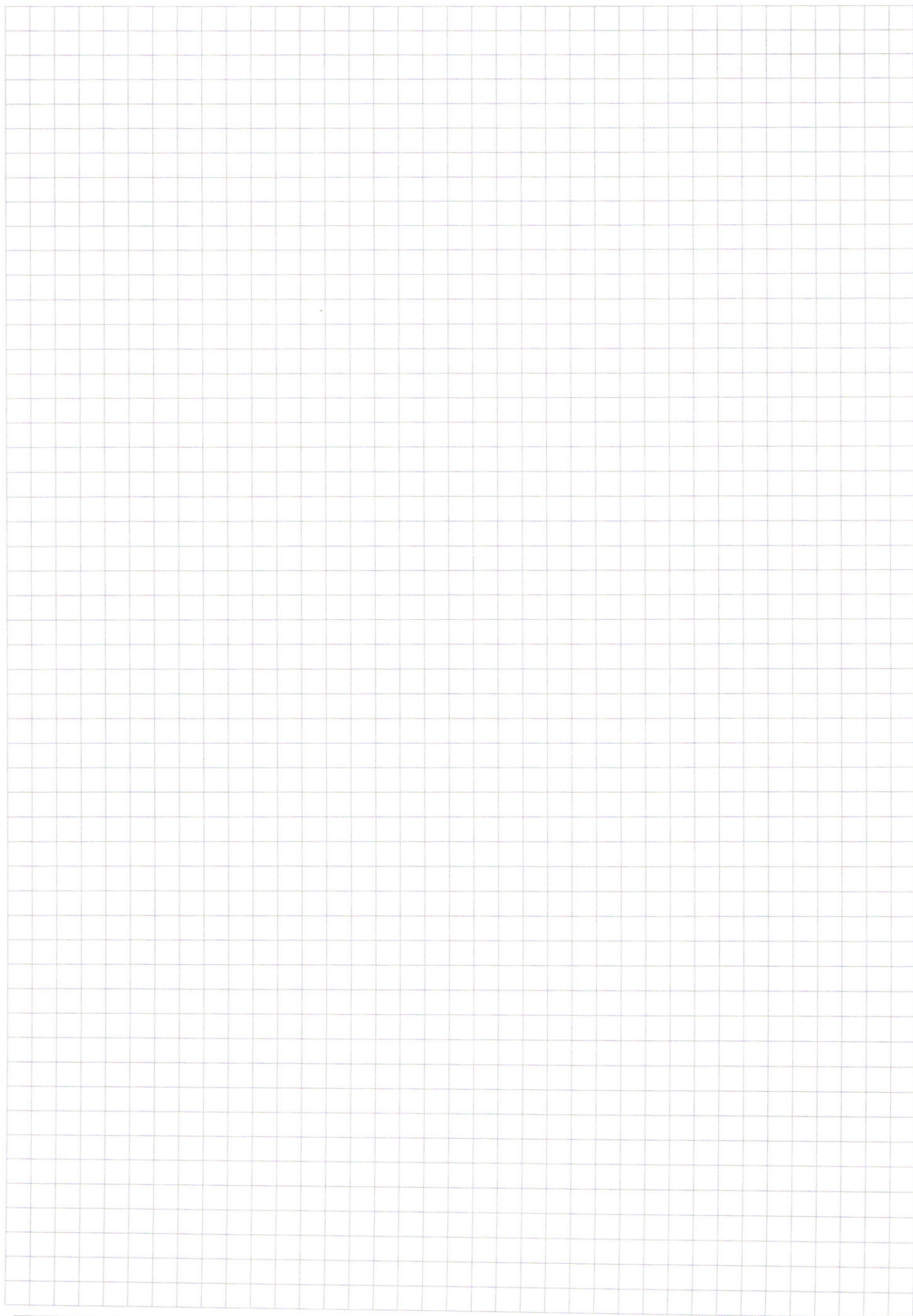
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



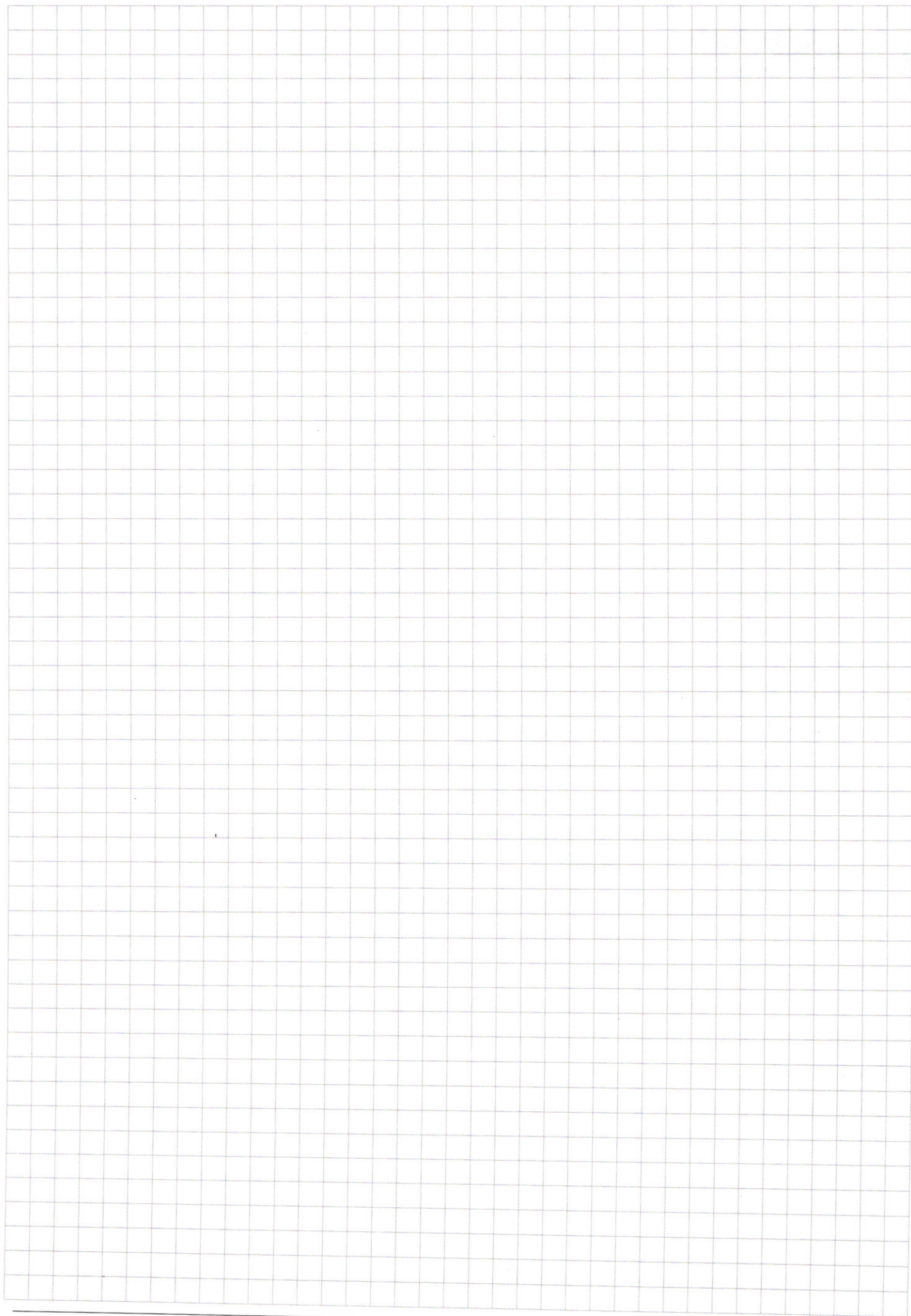
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)