Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Класс 10

Вариант 10-02

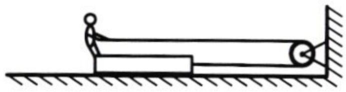
Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Гайку бросают с вышки со скоростью $V_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту. В полете гайка все время приближалась к горизонтальной поверхности Земли и упала на нее со скоростью $2V_0$.

1) Найти вертикальную компоненту скорости гайки при падении на Землю.
2) Найти время полета гайки.
3) С какой высоты была брошена гайка?

Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с^2. Сопротивление воздуха не учитывать.

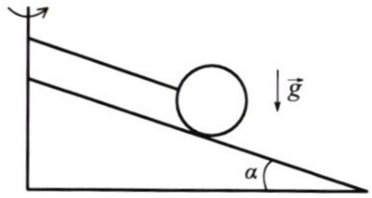
2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 2m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ.



1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?
2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?
3) За какое время человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F $(F > F_0)$ к канату?

3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L, привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

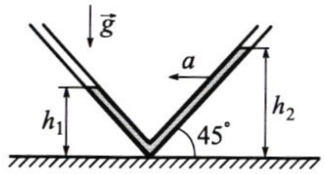
1) Найти силу давления шара на клин, если система покоится.
2) Найти силу давления шара на клин, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.



4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^0$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении с ускорением $a = 4$ м/с^2 уровень масла в одном из колен трубки устанавливается на высоте $h_1 = 10$ см.

1) На какой высоте h_2 установится уровень масла в другом колене?
2) С какой скоростью V будет двигаться жидкость в трубке относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет») и когда уровни масла будут находиться на одинаковой высоте?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Действие сил трения пренебрежимо мало.



5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 27 ^{0}С и давлении $P = 3{,}55 \cdot 10^3$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.
2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 5{,}6$ раза.

Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см^3, $\mu = 18$ г/моль.

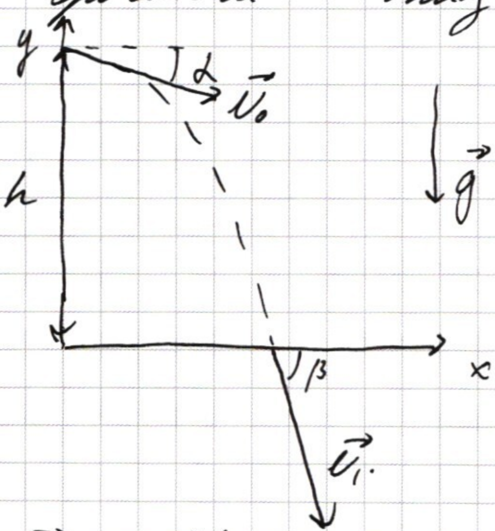
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

Дано:
$v_0 = 10\,\frac{м}{с}$
$\alpha = 30°$

1) $v_{1y} = ?\ \frac{м}{с}$
2) $t = ?\ с$
3) $h = ?\ м$

Решение:
Если гайку бросают вверх под углом к горизонту, то в начале полёта она отдаляется от горизонтальной поверхности земли, значит её бросают вниз под углом α.



Пусть v_1 – скорость при столкновении с землёй, β – угол падения гайки на землю, h – высота вышки.

$$\vec{v_1} = \vec{v_0} + \vec{g}t$$

X: $v_0 \cancel{\sin}\cos\alpha = 2v_0\cos\beta \Rightarrow \cos\beta = \frac{\cos\alpha}{2}$

$$v_{1y} = 2v_0\sin\beta = 2v_0\sqrt{1-\cos^2\beta} = 2v_0\sqrt{1-\frac{\cos^2\alpha}{4}}$$

$$v_{1y} = 2\cdot 10\cdot\sqrt{1-\frac{3}{16}}\cdot\frac{м}{с} = 20\sqrt{\frac{13}{16}}\,\frac{м}{с} = 5\sqrt{13}\,\frac{м}{с} \approx 5\cdot 3{,}7\,\frac{м}{с} \approx 18{,}5\,\frac{м}{с}$$

$$\vec{v_1} = \vec{v_0} + \vec{g}t$$

y: $2v_0\sin\beta = v_0\sin\alpha + gt \Rightarrow v_{1y} - v_0\sin\alpha = gt$

$$t = \frac{\upsilon_{1y} - \upsilon_0 \sin\alpha}{g}$$

$$t = \frac{18{,}5\ \frac{м}{с} - 10 \cdot \frac{1}{2}\ \frac{м}{с}}{10\ \frac{м}{с^2}} = 1{,}35\ с$$

Из закона сохранения энергии получаем:

$$\frac{m(2\upsilon_0)^2}{2} = mgh + \frac{m\upsilon_0^2}{2}$$, где m – масса гайки

$$\frac{4\upsilon_0^2}{2} = gh + \frac{\upsilon_0^2}{2} \Rightarrow h = \frac{3\upsilon_0^2}{2g}$$

$$h = \frac{3 \cdot 100}{2 \cdot 10}\ м = 15\ м$$

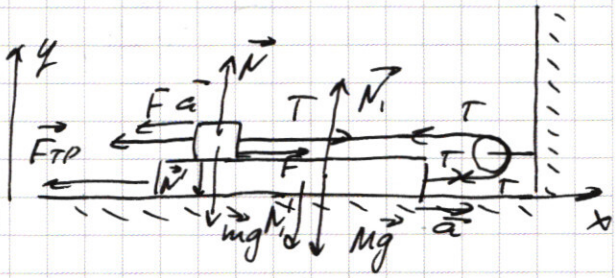
Ответ: 1) $18{,}5\ \frac{м}{с}$ 2) $1{,}35\ с$; 3) $15\ м$

№ 2

Дано:
S, m,
$M = 2m$, μ

1) $P = ?$
2) $F_0 = ?$
3) $t = ?$

Решение:



Сила ~~нормального~~ давления на пол данной системы складывается из силы трения и силы реакции опоры:

$$\vec{P} = \vec{F}_{тр} + \vec{N}_1'$$

$$P = \sqrt{N_1^2\mu^2 + N_1^2} = N_1\sqrt{\mu^2+1}$$

Из 2-го закона Ньютона для ящика получаем:

$$N_1 = N' + Mg = N' + 2mg$$

Из 2-го закона Ньютона для человека получаем:

$$N = mg$$

т.о. $P = N_1\sqrt{\mu^2+1} = 3mg\sqrt{\mu^2+1}$

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 2
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

~~Если сила минимальна то~~

2-й закон Ньютона для головки m:

$\vec{a}m = \vec{N} + \vec{T} + \vec{F} + m\vec{g}$

для ящика:

$\vec{a}M = \vec{N'} + \vec{N_1} + \vec{T} + \vec{F} + M\vec{g}$

их ускорения одинаковы в силу нерастяжимости нити.

$x: \quad am = \cancel{T - F} \quad F - T$

$x: \quad 2am = T + F - F_{тр} = T + F - N_1\mu =$

$= T + F - 3mg\mu$

$3am = 2F - 3mg\mu \Rightarrow F = \frac{3m}{2}(a + \mu g)$

Сила F минимальна, когда $a \to 0$.

$F_0 = \frac{3m}{2}\mu g$

При $F > F_0$:

$3am = 2F - 3mg\mu \Rightarrow a = \frac{2F - 3mg\mu}{3m}$

$S = at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{S}{a}} = \sqrt{\frac{3mS}{2F - 3mg\mu}}$

Ответ: 1) $3mg\sqrt{\mu^2+1}$ 2) $F_0 = \frac{3m\mu g}{2}$

3) $t = \sqrt{\frac{3mS}{2F - 3mg\mu}}$

№ 3

Дано:

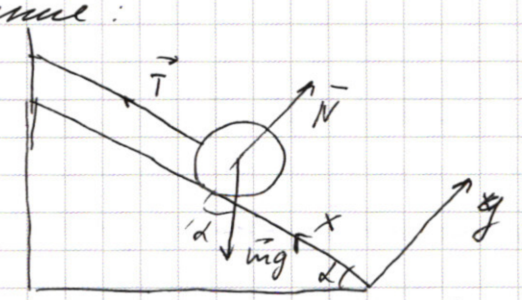
$m; R; L; \alpha$

1) $P_0 = ?$

2) $P_1 = ?$

Решение:

1)



2-й закон Ньютона для шара:

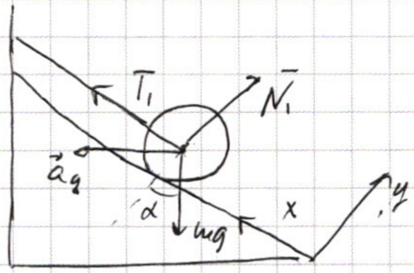
$\vec{T} + \vec{N} + m\vec{g} = 0$

$y: \quad N = mg\cos\alpha$

Т.к. трения нет сила давления шара на клин P_0 равна N по модулю.

$P_0 = N = mg\cos\alpha$

2)



2-й закон Ньютона для шара:

$\vec{a}_y m = \vec{T}_1 + \vec{N}_1 + m\vec{g}$

$y: \quad a_y m \sin\alpha = mg\cos\alpha - N_1$

$\omega^2 m(L+R)\cos\alpha \sin\alpha = mg\cos\alpha - N_1$

$N_1 = mg\cos\alpha - \omega^2(L+R)\cos\alpha\, m\sin\alpha$

Т.к. трения нет $P_1 = N_1 = m\cos\alpha(g - \omega^2(L+R)\sin\alpha)$

Ответ: 1) $mg\cos\alpha$

2) $m\cos\alpha(g - \omega^2(L+R)\sin\alpha)$

№ 4

Дано:

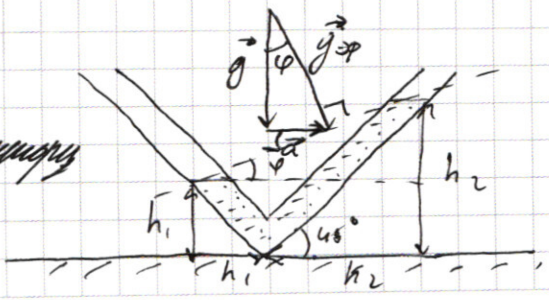
$\alpha = 45$

$a = 4\ \frac{м}{с^2}$

$h_1 = 0{,}1\ м$

Решение:

поверхность воды перпендикулярна к вектору $\vec{g}_{эф}$.



☐ черновик ☑ чистовик Страница № 4

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\cancel{tg\varphi = \frac{a}{g}}$ $\qquad \bar{g}_{эф} = \bar{g} - \bar{a}$

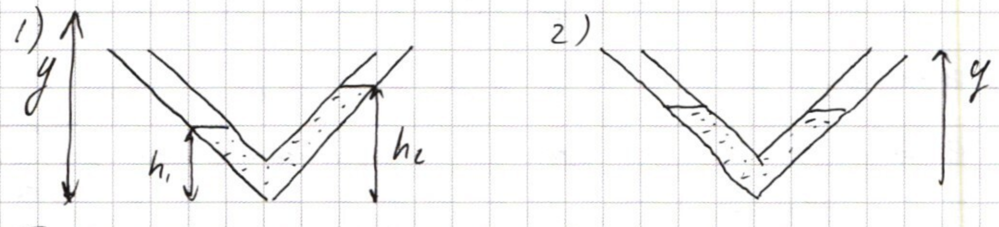
$tg\varphi = \frac{a}{g}$

$tg\varphi = \frac{h_2 - h_1}{h_2 + h_1}$

$\frac{a}{g} = \frac{h_2 - h_1}{h_2 + h_1} \Rightarrow h_2 - h_1 = \frac{a}{g} h_2 + \frac{a}{g} h_1 \Rightarrow h_2 \cdot \frac{g-a}{g} =$
$= h_1 \frac{a+g}{g}$

$h_2 = h_1 \frac{a+g}{g-a}$

$h_2 = 10см \cdot \frac{4+10}{10-4} = 10 \cdot \frac{14}{6} см \approx 23{,}3 см$



Пусть длина столба жидкости L:
Найдём высоту центра масс в обоих случаях:

$\vec{r}_{цм} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$, где m_1 и m_2 — массы жидкости в разных коленах трубки.

в (1) случае:

$y: H_0 = \frac{1}{m}\left(\frac{h_1\sqrt{2}}{L} m \cdot \frac{1}{2} h_1 + \frac{h_2\sqrt{2}m}{L} \cdot \frac{1}{2} h_2 \right)$, где m — масса всей воды, H_0 — высота ц.м. в (1) случ.

$L = h_1\sqrt{2} + h_2\sqrt{2} = \sqrt{2}(h_1 + h_2)$

$H_0 = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}(h_1^2 + h_2^2)}{L} = \frac{\sqrt{2}(h_1^2 + h_2^2)}{2\sqrt{2}(h_1 + h_2)} = \frac{h_1^2 + h_2^2}{2(h_1 + h_2)}$

во 2-м случае:

$y: H_1 = \frac{1}{m}\left(\frac{m}{2} \cdot \frac{L}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{m}{2} \cdot \frac{L}{4} \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{h_1 + h_2}{4}$,

H_1 — высота центра масс во 2-м случае.

Тогда из закона сохранения энергии:

$$H_0 mg = H_1 mg + \frac{m v^2}{2}$$

$$v^2 = 2g(H_0 - H_1) = 2g\left(\frac{h_1^2 + h_2^2}{2(h_1+h_2)} - \frac{h_1+h_2}{4}\right) =$$

$$= g\left(\frac{2h_1^2 + 2h_2^2 - h_1^2 - 2h_1h_2 - h_2^2}{2(h_1+h_2)}\right) = \frac{(h_2-h_1)^2}{2(h_1+h_2)} g$$

$$v = (h_2 - h_1)\sqrt{\frac{g}{2(h_1+h_2)}}$$

$$v = 13{,}3 \cdot 10^{-2} м \sqrt{\frac{10 \frac{м}{с^2}}{2 \cdot 33{,}3 \cdot 10^{-2} м}} = 13{,}3 \cdot 10^{-2} \sqrt{\frac{10}{2 \cdot 0{,}333}} \frac{м}{с} =$$

$$\approx 13{,}3 \cdot 10^{-2} \cdot 3{,}9 \frac{м}{с} = 51{,}87 \cdot 10^{-2} \frac{м}{с} \approx 52 \frac{см}{с}$$

Ответ: 1) 23,3 см 2) $52 \frac{см}{с}$

№ 5

Дано:	Решение:
$T = 300$ К	$pV_п = \nu RT$, где ν – количество ~~молекул воды~~ пара. $V_п$ – объём пара.
$p = 3{,}55 \cdot 10^3$ Па	$pV_п = \frac{m_п}{\mu} RT$, где $m_п$ – масса пара
1) $\frac{\rho_п}{\rho_в} = ?$	$p = \frac{\rho_п}{\mu} RT \Rightarrow \rho_п = \frac{\mu p}{RT}$, где $\rho_п$ – плотность пара
2) $\frac{V_п}{V_в} = ?$	$\rho_п = const$ (т.к. p и T ~~постоянны~~ постоянны).

$$\frac{\rho_п}{\rho_в} = \frac{\mu p}{\rho_в RT}$$

$$\frac{\rho_п}{\rho_в} = \cancel{\frac{18 \cdot 3{,}55 \cdot 10^3}{1 \cdot 8{,}31 \cdot 300}} = \frac{18 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}55 \cdot 10^3}{1000 \cdot 8{,}31 \cdot 300} \approx$$

$$\approx 2{,}5 \cdot 10^{-5}$$

Пусть в начале объем ~~за~~ был равен $3V$, тогда в конце он станет V.

При изотермическом сжатии давление насыщенного пара остаётся постоянным.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$H_0 = \frac{h_1^2+h_2^2}{2(h_1+h_2)}$ $\quad H_1 = \frac{h_1+h_2}{4}$ $\quad \boxed{v = g\frac{(h_2-h_1)^2}{h_1+h_2}}$

$mgH_0 = \frac{mv^2}{2} + mgH_1$ $\quad \frac{100}{\cancel{10}, 3{,}33...} = \frac{30}{15}$

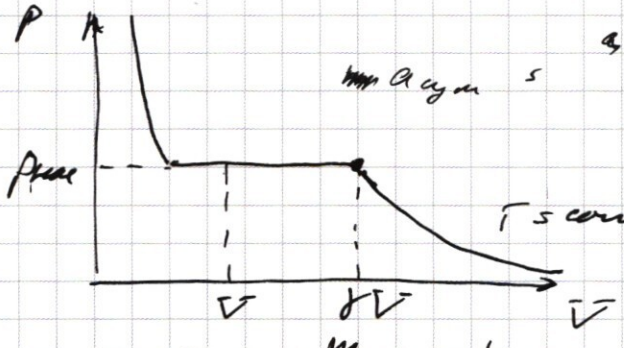
$v^2 = 2g(H_0 - H_1) = 2g\left(\frac{h_1^2+h_2^2}{2(h_1+h_2)} - \frac{h_1+h_2}{4\,2}\right)$

$= g\left(\frac{2h_1^2+2h_2^2 - h_1^2 - 2h_1h_2 - h_2^2}{h_1+h_2}\right) = g\frac{(h_2-h_1)^2}{h_1+h_2}$

$h_2 = 23{,}3$

№ 5

$T = 27 + 273 = 300\,K$ $\quad p_{нас\,27} = 3{,}56 \cdot 10^3$



$m_{асум} = \frac{\sum a_i m_i}{m}$ $\quad \frac{\rho_П}{\rho_В} = ?$

$\varphi = \frac{p_П}{p_{нас}} = \frac{\rho_П}{\rho_{нас}}$

$\rho_П = \frac{m}{V}$

$pV = \frac{m}{M}RT \mid :V$

$p = \frac{\rho_П}{M}RT$ $\quad \frac{\rho_П}{\rho_В} = \frac{p_0 M}{\rho RT}$ $\quad \boxed{\frac{p_0 M}{\rho RT} = \alpha}$

$\frac{V_П}{V_В}$

$\boxed{\frac{V_П}{V_В} = \frac{\rho RT}{p_0 M(\gamma-1)}}$

$\gamma V p_{нас} = \frac{m_{П0}}{M}RT$

$V p_{нас} = \frac{m_{П1}}{M}RT$

$\gamma = \frac{m_{П0}}{m_{П1}} = \frac{m_{П1}+m_В}{m_{П1}} = 1 + \frac{m_В}{m_{П1}}$

$\gamma - 1 = \frac{V_В \rho_В}{V_П \cdot \rho_П} =$

$= \frac{V_В}{V_П} \cdot \frac{\rho_В}{\rho_П}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

Закон Менделеева - Клапейрона для начального и конечного случаев.

$\gamma V p = \frac{m_0}{\mu} RT = \frac{m_1 + m_B}{\mu} RT$

$V p = \frac{m_1}{\mu} RT$

, где m_0 - масса пара вначале m_1 - масса пара в конце.

m_B - масса воды в конце.

$\gamma = 1 + \frac{m_B}{m_1} = 1 + \frac{V_B \rho}{V_П \rho_П}$ где V_B - объём воды. $V_П$ - объём пара.

$\frac{V_П}{V_B} = \frac{\rho}{\rho_П(\gamma - 1)} = \frac{1}{2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 4,6} = \frac{10^5}{11,5} \approx 8,7 \cdot 10^5$

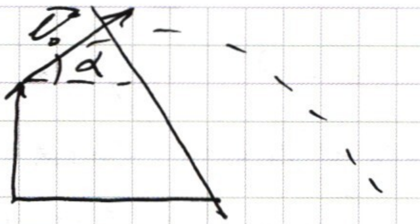
Ответ: 1) $2,5 \cdot 10^{-5}$ 2) $8,7 \cdot 10^5$

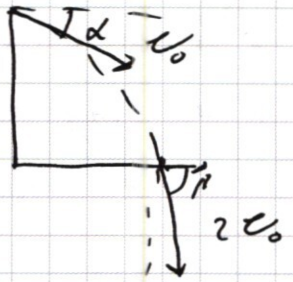
☐ черновик ☑ чистовик Страница № 7

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

v_0





$\boxed{h = \frac{3v_0^2}{2g}}$ $\quad \frac{\cancel{m}v_0^2}{2} + \cancel{m}gh = \frac{3\cancel{m}v_0^2}{2}$

$2\vec{\beta a}$ $\quad v_0 \cos\alpha = 2v_0 \cos\beta$

$gt + v_0 \sin\alpha = \quad 2v_0 \sin\beta$

$\cos\beta = \frac{\cos\alpha}{2}$

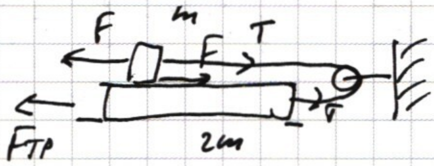
$2v_0 \sin\beta = 2v_0\sqrt{1-\cos^2\beta}$

$= 2v_0\sqrt{1-\frac{\cos^2\alpha}{4}} = 2v_0\sqrt{1-\frac{3}{8}} = 2v_0\sqrt{\frac{5}{8}} =$

$= v_0\sqrt{\frac{5}{2}}$

$2v_0 \sin\beta = v_0 \sin\alpha + gt \quad t = \frac{2v_0 \sin\beta - v_0 \sin\alpha}{g}$

$\times \frac{3}{37} \; \frac{5}{18,5}$



№ 2

$am = F - T$

$2am = T + F - 3mg\mu$

$\boxed{N = 3mg}$

$3\overset{=0}{a}m = 2F - 3mg\mu$

$3ma = 2F - 3mg\mu \qquad F_0 = \frac{3mg\mu}{2}$

121
144

$a = \frac{2F}{3m} - \mu g$

$S = at^2 \quad t = \sqrt{\frac{S}{a}} = \sqrt{\frac{3mS}{2F - \mu g \cdot \frac{3m}{2}}}$

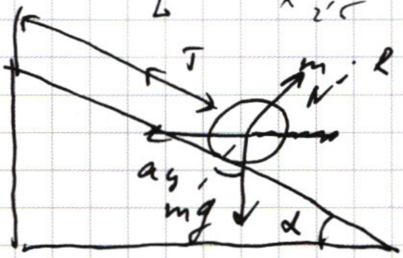
11 - 12

1225 $\quad$ 1600

35 $\quad$ 40

$\times 37$
37
259
$+111$
1369

L



№ 3 $2500 \cdot 10^3$ $\sqrt{15}$

$25 \cdot 10^5$

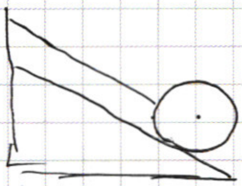
1) $P = mg\cos\alpha$

2) $\omega^2 L\cos\alpha = \cancel{T\sin\alpha} = a_y$

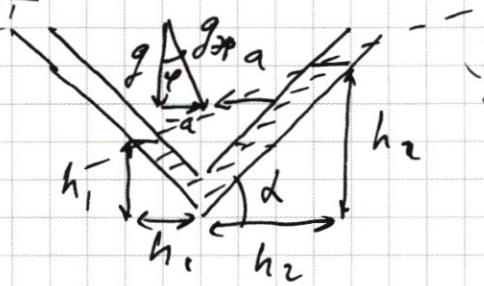
$m\omega^2 L\cos\alpha \cdot \sin\alpha = -P + mg\cos\alpha$

2) $P = mg\cos\alpha - m\omega^2 L\cos\alpha \cdot \sin\alpha =$

$= m\cos\alpha\,(g - \omega^2 L\sin\alpha)$



№ 4



$tg\varphi = \frac{a}{g}$

$tg\varphi = \frac{h_2 - h_1}{h_2 + h_1}$

$h_2 - h_1 = \frac{a}{g}h_2 + \frac{a}{g}h_1$

$h_2\left(1 - \frac{a}{g}\right) = \left(1 + \frac{a}{g}\right)h_1$

$$\boxed{h_2 = h_1 \cdot \frac{a+g}{g-a}}$$

$\cancel{\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = const}$

$\vec{r}_{цм} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$

$H_0 = \frac{\frac{l_1}{L}m \cdot \frac{h_1}{2} + \frac{l_2}{L}m\frac{h_2}{2}}{m}$

$h_1\sqrt{2} + h_2\sqrt{2} = L$

$\cancel{\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = const}$

$H_0 = \boxed{l_1\frac{h_1}{2L} + l_2\frac{h_2}{2L}}$

$H_1 = \frac{L}{4}\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cancel{h_3 = \frac{L}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}$

$H_0 = \frac{h_1^2\sqrt{2} + h_2^2\sqrt{2}}{2(h_1 + h_2)\sqrt{2}}$

$l_1 = h_1\sqrt{2}$

$H_1 = \frac{(h_1 + h_2)\cancel{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}}{4\,8}$

$l_2 = h_2\sqrt{2}$

$L = (h_1 + h_2)\sqrt{2}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)