

Олимпиада «Физтех» по физике, 10 класс

Класс 10

Вариант 10-04

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Мальчик бросает железный шарик с вышки со скоростью $V_0 = 8$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. В полете шарик все время приближался к горизонтальной поверхности Земли и упал на нее со скоростью $2,5V_0$.

- 1) Найти вертикальную компоненту скорости шарика при падении на Землю.
- 2) Найти время полета шарика.
- 3) Найти горизонтальное смещение шарика за время полета.

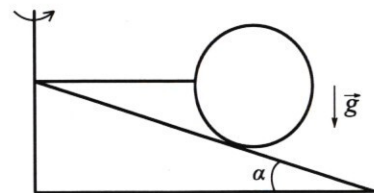
Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На противоположных концах тележки массы M , находящейся на гладкой горизонтальной поверхности, стоят два ученика одинаковой массы m каждый. Вначале система неподвижна. Один ученик бросает мяч, а другой ловит. Масса мяча m_1 . После броска тележка движется со скоростью V_1 . Продолжительность полета мяча T . Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой.

- 1) Найдите горизонтальную проекцию скорости V_0 мяча (относительно поверхности, на которой находится тележка) в процессе полета.
- 2) Найдите длину L тележки.
- 3) Найдите скорость V_2 тележки после того, как второй ученик поймает мяч.

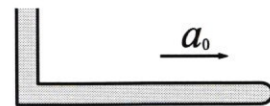
3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается горизонтально натянутой нитью, привязанной к вершине клина.

- 1) Найти силу натяжения нити, если система покоится.
- 2) Найти силу натяжения нити, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина.



4. Тонкая Г-образная трубка с горизонтальным коленом, закрытым с одного конца, и вертикальным коленом высотой $H = 48$ мм, открытым в атмосферу, заполнена полностью ртутью (см. рис.). Если трубку двигать (в плоскости рисунка) с ускорением, не большим некоторого a_0 , то ртуть из трубки не выливается.

- 1) Найти давление P_1 внутри трубки в точке А, находящейся от вертикального колена на расстоянии $1/2$ длины горизонтального колена, если трубка движется с ускорением a_0 .
- 2) Найти давление P_2 в точке А, если трубка движется с ускорением $0,25a_0$.
- 3) Найти давление P_3 вблизи закрытого конца трубки, если она движется с ускорением $0,3a_0$.



Атмосферное давление $P_0 = 752$ мм рт. ст. Давлением насыщенных паров ртути в условиях опыта пренебречь. Ответы дать в «мм рт. ст.».

5. Поршень делит объем горизонтального герметичного цилиндра на две равные части, в каждой из которых находится вода и водяной пар при температуре $T = 373$ К. Масса воды в каждой части в 4 раза меньше массы пара. Поршень находится на расстоянии $L = 0,4$ м от торцов, площадь поперечного сечения поршня

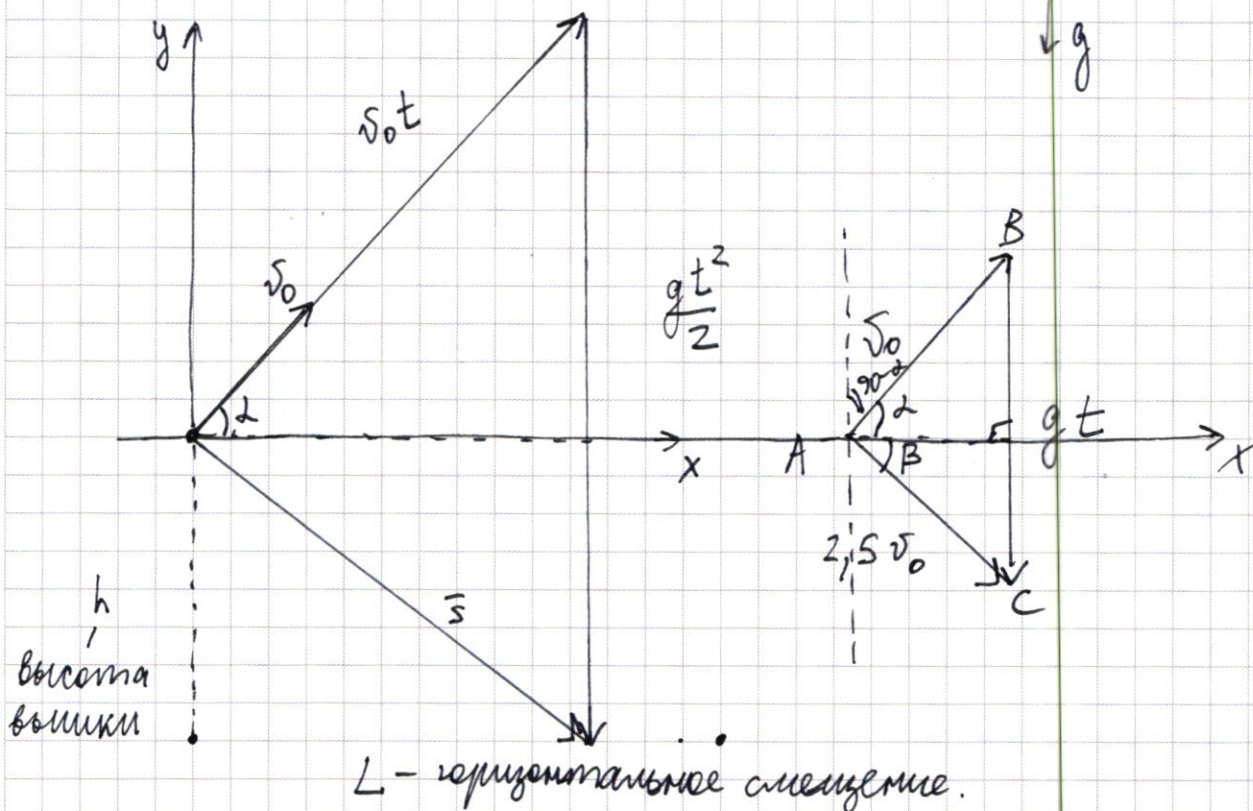
$S = 25$ см². Масса M поршня такова, что $\frac{Mg}{S} = 0,02P_0$, здесь P_0 – нормальное атмосферное давление.

- 1) Найдите массу m воды в каждой части в начальном состоянии.
- 2) Цилиндр ставят на дно (ось цилиндра вертикальна). Найдите приращение Δm массы воды под поршнем к моменту установления равновесного состояния.

Температура в цилиндре поддерживается постоянной. Трение считайте пренебрежимо малым. Молярная масса водяного пара $\mu = 18$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К). Объем воды намного меньше объема пара.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1.



$$\begin{cases} \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t \\ \vec{s} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g}t^2}{2} \end{cases} \text{ векторные равенства.}$$

для $\triangle ABC$: $h = v_0 t = h = v_0 \cos \alpha = 2,5 v_0 \cos \beta \Rightarrow$
 $\Rightarrow \cos \beta = \frac{2}{5} \cos \alpha = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} = 0,2 \quad (\cos \alpha = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}).$

v_{ky} - вертикальная компонента скорости при падении:

$$v_{ky} = 2,5 v_0 \sin \beta$$

$\sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta$, при этом $0 < \beta < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \sqrt{1 - 0,04} = \sqrt{0,96} = 0,4\sqrt{6}$

$\Rightarrow v_{ky} = 2,5 v_0 \cdot 0,4\sqrt{6} = \sqrt{6} v_0 \approx 18,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$\approx 20 \frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot \sqrt{6} v_0$

$$u_3 \quad \Delta ABC: \quad gt = v_0 \sin \alpha + 2,5 v_0 \sin \beta$$

$$t = \frac{v_0}{g} \sin \alpha + \frac{2,5 v_0}{g} \sin \beta = \frac{8}{10} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2,5 \cdot 8}{10} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= 0,4\sqrt{3} + 0,8 \approx 0,684 + 0,8 \approx 1,484 \approx 1,5 \text{ c.}$$

$\begin{array}{r} 0,4\sqrt{3} \\ \times 2,5 \\ \hline 1,072 \end{array}$
 $\begin{array}{r} 1,71 \\ \times 0,4 \\ \hline 0,684 \end{array}$

$$\textcircled{3} L = v_x t = v_0 \cos \alpha \cdot \left(\frac{v_0}{g} \sin \alpha + \frac{2,5 v_0}{g} \sin \beta \right) =$$

$$= 8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,5 \text{ c} = 6 \text{ м} \approx 3,6 \text{ м.}$$

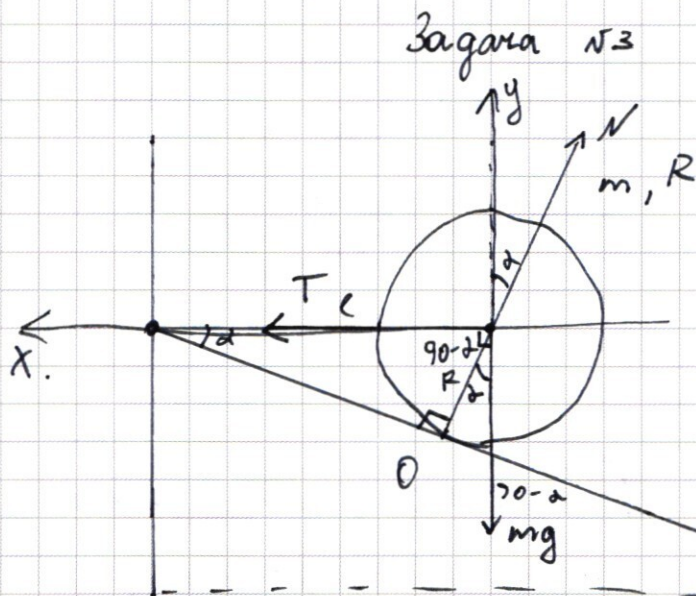
Ответ: 1) $v_{xy} = v_0 \sqrt{6} = 8 \sqrt{6} \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 19,6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

2) $t = \frac{v_0}{g} (\sin \alpha + 2,5 \sin \beta)$

2) $t = \frac{v_0}{g} (\sin \alpha + 2,5 \sin \beta) \approx 0,4\sqrt{3} + 0,8 \approx 1,484 \approx 1,5 \text{ c.}$

3) $L = v_0 \cos \alpha \cdot t = 3,6 \text{ м.}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) $F_{тр} = 0$, т.к. пов-ть гладкая.

Взаимодействия:

Шар - Земля

Шар - клин

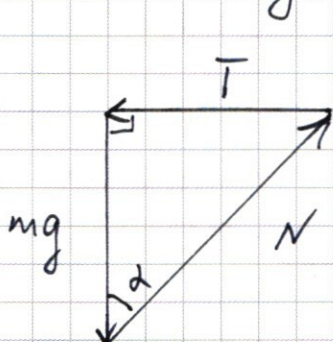
Шар - верёвка.

Условие равновесия

$$\sum F_i = 0$$

$$\sum M_i = 0$$

$\vec{N}$ проходит ч/з центра шара, т.к. $\vec{N} \perp$ пов-ти клина.
 $\vec{T} \perp m\vec{g} \Rightarrow$ по II з-му Ш-на $\Delta \sum \vec{F}_i = m\vec{a} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \vec{N} + \vec{T} + m\vec{g} = 0$:



$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{T}{mg} \Rightarrow T = mg \tan \alpha$ в равнове-
 сии, при этом $\sum M_i = 0$: $mgR \sin \alpha = TR \cos \alpha \Rightarrow 1 = 1$.

2) При вращении шара его
 центр масс находится на
 расстоянии l от центра: $\sin \alpha = \frac{R}{l} \Rightarrow$

$$\Rightarrow l = \frac{R}{\sin \alpha}$$

$\sum \vec{F}_i = m\vec{a} \Rightarrow \vec{N} + \vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$, т.к. шар однороден, и
 он нигде не сместится, т.е. нет перекосов.

Если использовать как на рис., тогда:

$$Ox: m a_n = T - N \sin \alpha \quad (1)$$

$$Oy: -mg + N \cos \alpha = 0 \Rightarrow N = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

$$a_n = \omega^2 \cdot l = \omega^2 \cdot \frac{R}{\sin \alpha} \Rightarrow \text{уравне (1) примем вид:}$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \omega^2 l$$

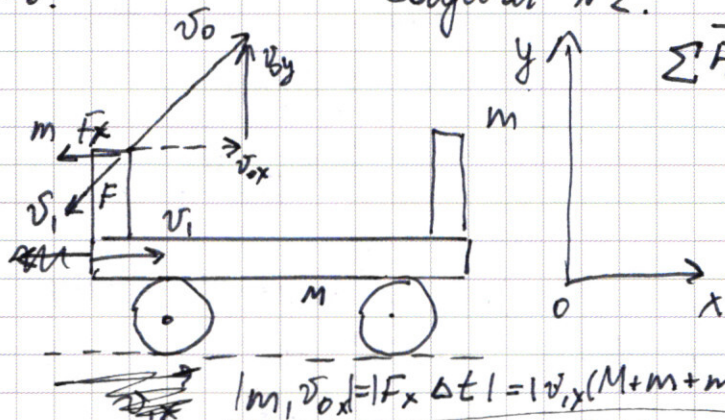
$$m \omega^2 \frac{R}{\sin \alpha} = T - mg \tan \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = m \left(\frac{\omega^2 R}{\sin \alpha} + g \tan \alpha \right) = \frac{m}{g} mg \left(\frac{\omega^2 R}{g \sin \alpha} + \tan \alpha \right)$$

$$\text{Ответ: 1) } T = mg \tan \alpha; \quad 2) T = m \left(\frac{\omega^2 R}{\sin \alpha} + g \tan \alpha \right)$$

$$F_{TP} = 0$$

Задача №2.



$$\sum \vec{F}_{\text{внеш}} \neq 0; \quad \sum \vec{F}_{\text{внеш}} \Rightarrow 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ импульс в системе

оси Ox сохраняется: $(\Delta t \rightarrow 0)$

$$\frac{d p_x}{d t} = \sum \vec{F}_{\text{внеш}}$$

после броска импульс телами: $(+ (M + m + m) \cdot \vec{v}_{1x})$, причем $v_{1x} = |v_1|$

импульс мяча: $+ m \cdot \vec{v}_0$, а Ox: m, v_{0x} ; Oy: m, v_{0y} ,

тогда $\Delta p = 0$; $p_0 = 0$, т.е. система покоилась $\Rightarrow$

$$\Rightarrow m, v_{0x} + (M + 2m) v_{1x} = 0 \Rightarrow v_{0x} = - \frac{M + 2m}{m} v_{1x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{0x} = - \frac{M + 2m}{m} v_{1x}, \text{ где } v_{0x} - \text{скорость x-ая компонента}$$

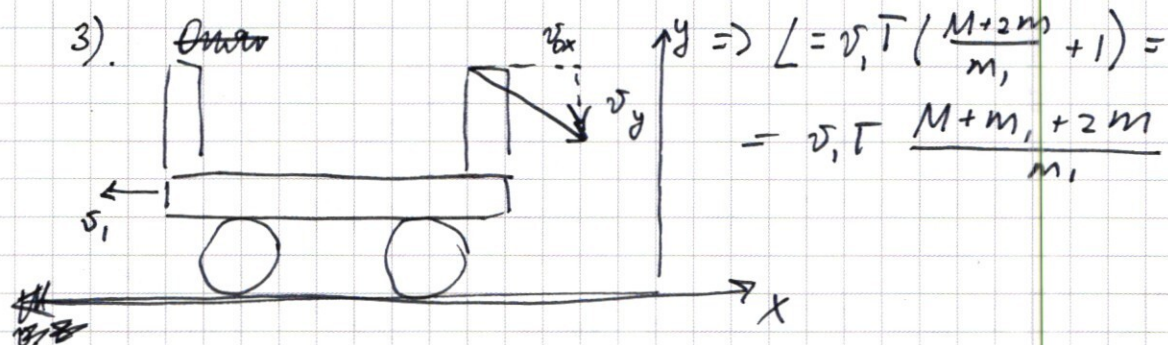
скорости ~~вдоль~~ ^{мяча} ~~или~~ ^{или} ~~относительно~~ ^{относительно} Земли, т.е. ~~относительно~~ ^{относительно} пов-ти, на ко-ей нах-ся мячик. (~~$v_{1x} < 0$~~ ; $v_{0x} \geq 0$).

На мячик в системе действует сила $m \vec{g} \perp \vec{v}_0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_{0x} = \text{const} \Rightarrow \cancel{v_{0x}} T = \frac{M + 2m}{m} \cancel{v_{1x}} T$$

$$L = v_1 T + v_{0x} \cdot T, \text{ т.к. мячик движется на встречу мячику}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Опять же, время действия горизонтальной силы, когда мячик ловит мяч $\Delta t_2 \rightarrow 0 \Rightarrow p_x = \text{const} \Rightarrow$
 $\Rightarrow p_x = \cancel{m_1 v_{0x}} (M+2m+m_1) v_{2x}$ - новый импульс мячика.
 $m_1 v_{0x}$ - переданный мячом импульс.

$$p_{01} = (M+2m) \cdot v_{1x} \Rightarrow$$

$$p_x = p_{01} \Rightarrow \dots$$

На самом деле, мы можем не раскрывать скобки, тогда: $p_0 = 0$; $p_k =$

$$\Rightarrow (M+2m+m_1) v_{2x} = (M+2m) v_{1x} \quad \cancel{+ m_1 v_{0x}}$$

$$\Rightarrow v_{2x} = \frac{M+2m}{m_1+M+2m} v_{1x} = \frac{M+2m}{m_1+M+2m} v_1 \Rightarrow v_{2x} = \frac{M+2m}{m_1+M+2m} v_{1x}$$

$$(m_1+M+2m) v_{2x} = v_{1x} (M+2m) - \frac{M+2m}{m_1} v_{1x}$$

$$\frac{M+2m}{m_1+M+2m} v_1$$

Ответ: 1) $v_{0x} = \frac{M+2m}{m_1} v_1$

2) $L = \frac{m_1+M+2m}{m_1} v_1 T$

3) $v_2 = \frac{M+2m}{m_1+M+2m} v_1$

Задача 15.

$$\frac{Mg}{S} = 2 \cdot 10^3$$

$$M = 2 \cdot 10^3 \cdot 10^{-4} \cdot 25 = 0,5 \text{ кг.}$$

1) Упр-е сост-я :

$$pV = \nu RT$$

$$(p_1 S = p_2 S \Rightarrow p_1 = p_2 -$$

условие равновесия поршня $\Rightarrow$

$$\Rightarrow m_1 = m_2 = m \Rightarrow \text{т.к. } V_1 = V_2 = V.$$

$$\Rightarrow pV = \frac{4m}{\mu} RT \Rightarrow$$

$$\Rightarrow pLS = \frac{4m}{\mu} RT \Rightarrow p = \frac{4mRT}{\mu LS} \Rightarrow m = \frac{\mu LS p}{4RT} = \frac{0,018 \cdot 0,4 \cdot 10^5}{4 \cdot 8,31 \cdot 373} = \frac{18 \cdot 0,4 \cdot 25}{4 \cdot 8,31 \cdot 3,7} = 1,5 \text{ кг.}$$

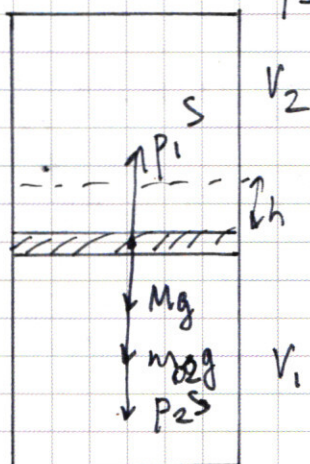
$\lambda = \frac{p}{p_n}$ - отношение хар-ки насыщенности пара (p_n - давление насыщ. пара), но т.к. в отсеке есть вода, то пар здесь насыщенный, т.е. $\lambda = 1$.

$T = 373 \text{ K} \Rightarrow t = 100^\circ \text{C}$ - температура кипения воды.

$$\text{ч.м.} \approx \frac{m}{m_n} = \frac{1}{\lambda}; \quad pV = \nu RT \Rightarrow pV = \frac{pV}{\mu} RT \Rightarrow p = \frac{\mu p}{RT} = \frac{4m}{LS}.$$

$$p = nkT = \frac{N}{V} kT = \frac{\nu N_A kT}{V} = \frac{4m N_A kT}{\mu V}.$$

2).



$T = \text{const}$

Условие равновесия поршня :

$$p_1 S = Mg + m_0 g + p_2 S$$

$$p_2 V_2 = \nu_2 RT = \frac{m_2}{\mu} RT.$$

$$m_0 + m_2 = 5m$$

$$p_1 V_1 = \nu_1 RT = \frac{m_1}{\mu} RT$$

$$m_0 + \Delta m$$

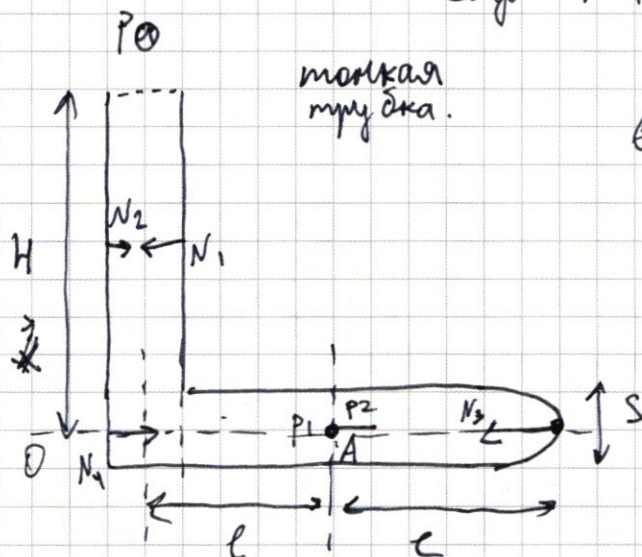
$$m_0 + m_1 = 5m$$

$$\Delta m + m_1 = 4m \Rightarrow \Delta m = 4m - m_1.$$

Ответ: 1) 1,5 кг ; 2) см. далее.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №4.



Давление на уровне ОА
в состоянии покоя $p_0 + \rho g H =$
 $= 752 + 48 = 800$ мм рт.ст.

$$\sum \vec{F}_L = m \vec{a}.$$

Все частицы жидкости
дв-ся со ск. a_0 .

Ищем окрестность т. А:

$$p_0 S - p_2 S = \Delta p S = \Delta m \cdot a_0$$

$$\Delta m = \rho S \Delta l \Rightarrow \Delta p = \rho \Delta l a_0.$$

$m_H = \rho S \cdot 2l$ — ~~вс~~ масса всей жидкости в нижней
части трубки

$$(p_0 + \rho g H) S - p_1 S = \frac{1}{2} m_H a_0 \Rightarrow p_0 + \rho g H - p_1 = \rho l a_0$$

$$p_1 = p_0 + \rho g H - \rho l a_0$$

Используем зав-ть $p(x)$ давления в нижней части

трубки $\frac{x}{2l}$: $m_x = \frac{x}{2l} m_H = \rho S x \Rightarrow$

$$\Rightarrow (p_0 + \rho g H) S - p S = \rho S x a_0 \Rightarrow p = p_0 + \rho g H - \rho x a_0, \text{ где } x \in [0, 2l]$$

$$p(x) = \underbrace{p_0 + \rho g H}_{800 \text{ мм рт.ст.}} - \rho x a_0 = 800 - (\rho x) \cdot a$$

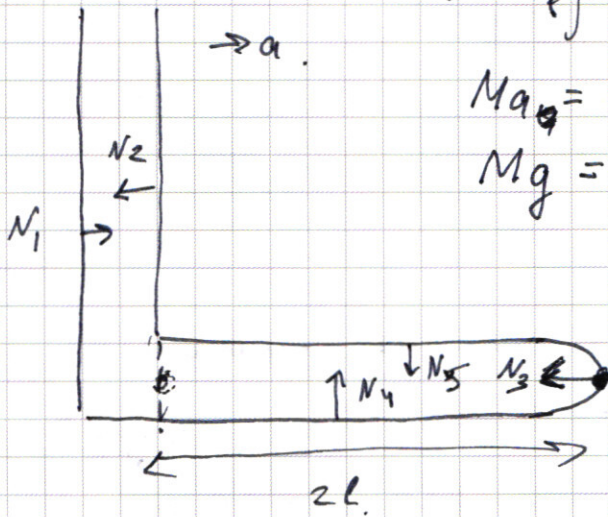
$F = \frac{dP}{dt}$: жидкость несжимаема и не выливается $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~с~~ равновесие она устанавливает, как в состоянии покоя

$$M = \rho S (H + 2l)$$

$$Ma_0 = N_1 + N_2 + N_3$$

$$Mg = N_4 - N_5$$



$$p_0 + \rho g H.$$

$\Delta p S = \Delta m a = \rho \Delta x S a \Rightarrow \Delta p = \rho \Delta x a \Rightarrow p + p' = \rho g H + \rho x a$.
(т.е. мы работаем с критической ситуацией при $a > a_0$ трубка начинает выливаться. $\Rightarrow$)

$\Rightarrow p(x) = p_0 + \rho g H - \rho x a$, причем при $x = 2l$ $p(x) = 0$, т.к.

здесь есть N_3 и нет $p \Rightarrow$

$$\Rightarrow p(2l) = 0.$$

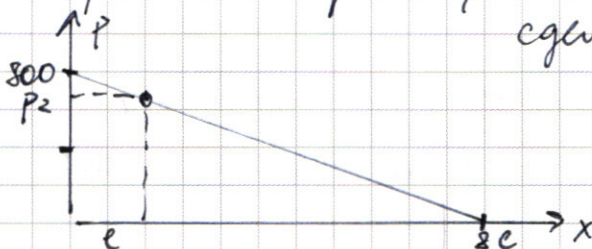
В силу линейности $p(x)$, или из подобия Δ -ков (см график)

$$\frac{p(l)}{p(0)} = \frac{l}{2l} = \frac{1}{2} \Rightarrow p(l) = \frac{1}{2} p(0) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p(l) = \frac{1}{2}(p_0 + \rho g H) = \frac{1}{2} \cdot 800 = 400 \text{ мм рт.ст.}$$

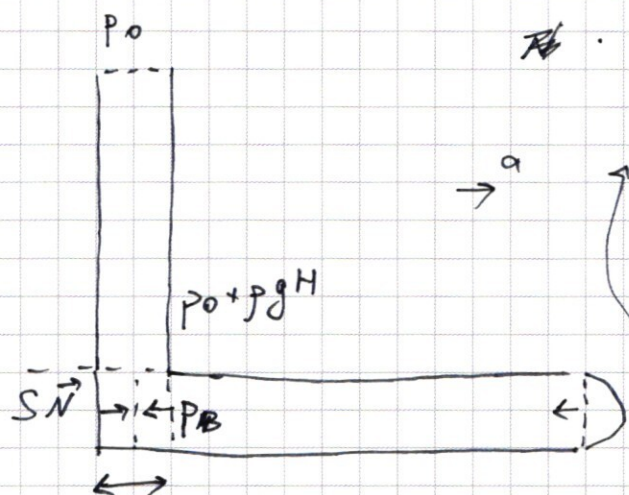
$$\frac{800 - p_1}{800} = \frac{l}{2l} = \frac{1}{2} \Rightarrow p_1 = 400 \text{ мм рт.ст.}$$

При $a = 0,25 a_0$ меняется хар-ер пропорциональности на графике: $p(x) = p_0 + \rho g H - \rho a_0 \cdot \frac{1}{4} x \Rightarrow$
 $\Rightarrow p(x) = 0$ при $\frac{1}{4} x = 2l \Rightarrow x = 8l$, исходя из ранее сделанных выкладок.



$$\Rightarrow \frac{p_2}{800} = \frac{7l}{8l} = \frac{7}{8} \Rightarrow p_2 = \frac{7}{8} \cdot 800 = 700 \text{ мм рт.ст.}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

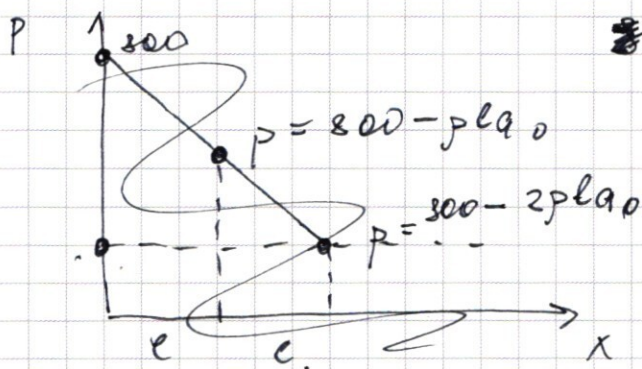


~~Р~~ $p(x) = 0$ мм $x = \frac{20}{3}$ см.

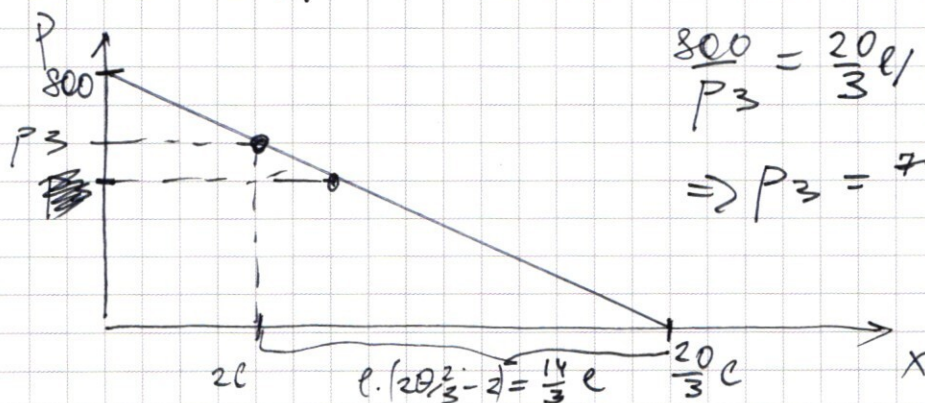
$p(x) = p_0 + \rho g H - \rho g_0 \cdot \frac{3}{10} x \Rightarrow$ мм ~~$\frac{3}{10} x$~~ $x = 20$, $p(x) = 0$.
 $\frac{3}{10} x \rightarrow 20 \Rightarrow x \rightarrow \frac{20}{3}$

чтобы найти давление не будет расм. $\vec{N}_i \Rightarrow$

$\Rightarrow (p_0 + \rho g H) \cdot S = p_3 \cdot S = 20 \cdot 0,3 \rho_0 \cdot p \cdot S$
 $800 - p_3 = 20 \cdot 0,6 \rho_0$



$\frac{20}{e} =$



$\frac{800}{p_3} = \frac{20}{\frac{20}{3}} \cdot \frac{14}{3} = \frac{20}{14} = \frac{10}{7} \Rightarrow$

$\Rightarrow p_3 = 7 \cdot \frac{800}{10} \cdot 7 = 560$
мм
рт. ст.

Отвѣт: 1) 400 мм рт.ст.

2) 700 мм рт.ст.

3) 560 мм рт.ст.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = 2\vec{L}\vec{S} \Rightarrow v_2 = v_1 - 2LS$$

~~$$P_1 S$$~~
$$\vec{p}_1 = \frac{Mg}{S} + \frac{m_{02}g}{S} + \vec{p}_2$$

$$P_2 V_2 = \frac{m_2}{\mu} RT \Rightarrow \left(P_1 - \frac{Mg + m_{02}g}{S} \right) (V_1 - 2LS) = \frac{m_2}{\mu} RT$$

$$m_2 + m_{02} = 5m \quad P_1 V_1 - 2P_1 LS = \frac{Mg + m_{02}g}{S} V_1$$

$$P_1 V_1 = \frac{m_1}{\mu} RT \Rightarrow m_1 = \frac{P_1 V_1}{RT} \Rightarrow$$

$$\Delta m = 4m - m_1$$

$$P_1 V_1 - 2P_1 LS - \frac{Mg}{S} V_1 - \frac{m_{02}g}{S} V_1 + \frac{Mg}{S} \cdot 2LS + \frac{m_{02}g}{S} \cdot 2LS = \frac{m_2}{\mu} RT$$

$$P_1 V_1 - 2P_1 LS - 0,02P_0 V_1 - m_{02}g \cdot \frac{V_1}{S} + 0,04P_0 LS + 2m_{02}gL = \frac{m_2}{\mu} RT$$

$$V_1 = V + hS = LS + hS \Rightarrow$$

$$V_2 = V + hS = LS + hS$$

$$\Rightarrow P_1 V_1 - 2P_1 LS - 0,02P_0 LS + 0,02P_0 hS - m_{02}gL + m_{02}gh + 0,04P_0 LS + 2m_{02}gL = \frac{m_2}{\mu} RT$$

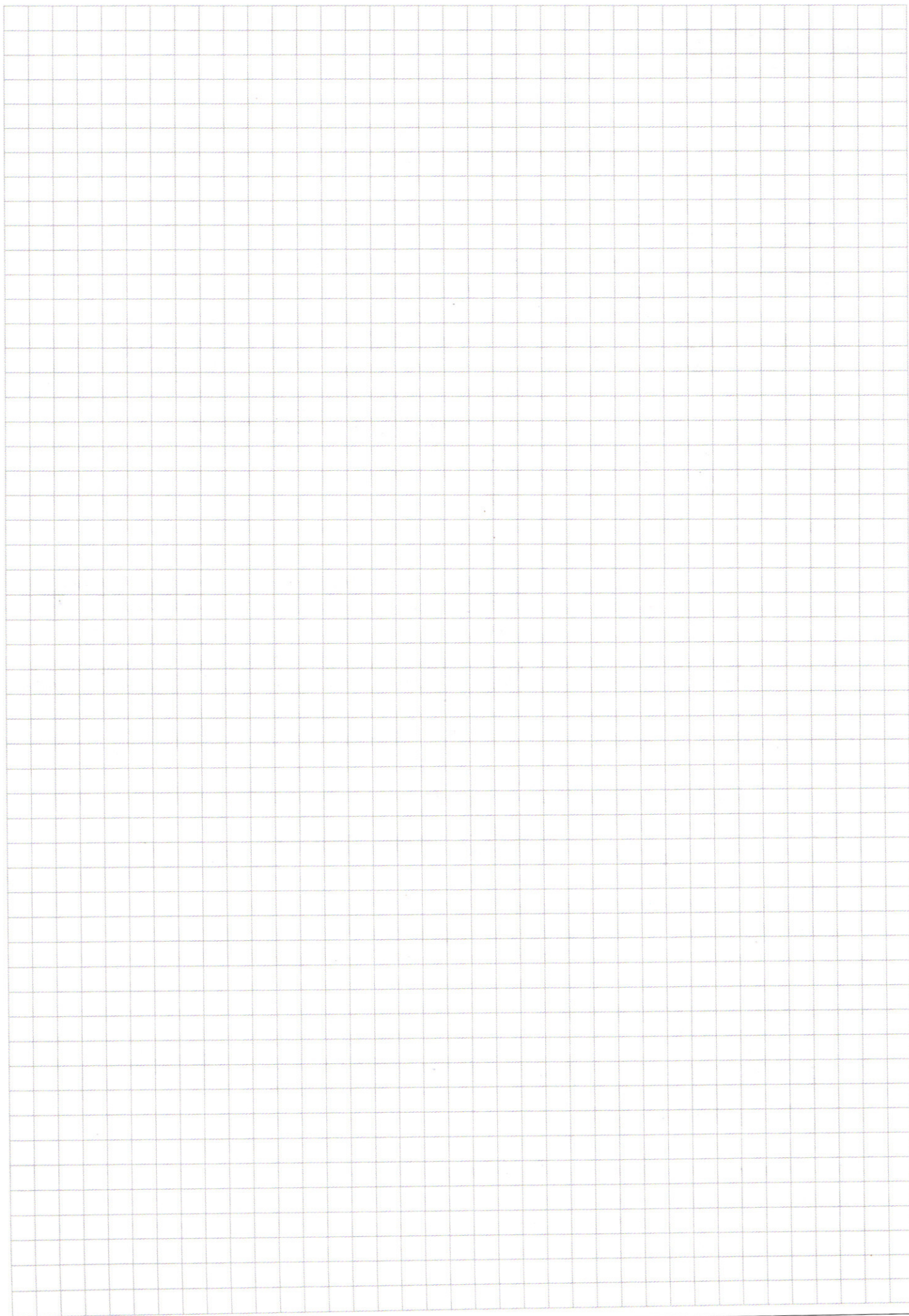
~~$$\frac{m_1}{\mu} RT - 2P_1 LS - 0,02P_0 LS + 0,02P_0 hS$$~~

$$\Delta m = 4m - \frac{P_1 V_1}{RT} = 4m$$

~~$$P_1 LS$$~~
$$- P_1 hS - P_1 LS + 0,02P_0 LS + 0,02P_0 hS + m_{02}gL + m_{02}gh + \dots = \frac{5m - m_{02}}{\mu} RT$$

$$\Delta m = 0,3 \text{ кг}$$

Ответ: 2) $\Delta m = 0,3 \text{ кг}$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)