

Олимпиада «Физтех» по физике, 6

Вариант 10-04

Класс 10

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вл

1. Мальчик бросает железный шарик с вышки со скоростью $V_0 = 8$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. В полете шарик все время приближался к горизонтальной поверхности Земли и упал на нее со скоростью $2,5V_0$.

1) Найти вертикальную компоненту скорости шарика при падении на Землю.

2) Найти время полета шарика.

3) Найти горизонтальное смещение шарика за время полета.

Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На противоположных концах тележки массы M , находящейся на гладкой горизонтальной поверхности, стоят два ученика одинаковой массы m каждый. Вначале система неподвижна. Один ученик бросает мяч, а другой ловит. Масса мяча m_1 . После броска тележка движется со скоростью V_1 . Продолжительность полета мяча T . Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой.

1) Найдите горизонтальную проекцию скорости V_0 мяча (относительно поверхности, на которой находится тележка) в процессе полета.

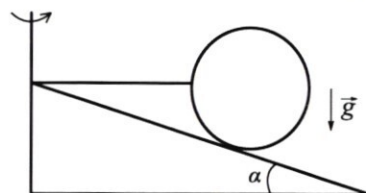
2) Найдите длину L тележки.

3) Найдите скорость V_2 тележки после того, как второй ученик поймает мяч.

3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается горизонтально натянутой нитью, привязанной к вершине клина.

1) Найти силу натяжения нити, если система покоится.

2) Найти силу натяжения нити, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина.

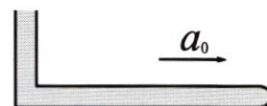


4. Тонкая Г-образная трубка с горизонтальным коленом, закрытым с одного конца, и вертикальным коленом высотой $H = 48$ мм, открытым в атмосферу, заполнена полностью ртутью (см. рис.). Если трубку двигать (в плоскости рисунка) с ускорением, не большим некоторого a_0 , то ртуть из трубки не выливается.

1) Найти давление P_1 внутри трубки в точке А, находящейся от вертикального колена на расстоянии $1/2$ длины горизонтального колена, если трубка движется с ускорением a_0 .

2) Найти давление P_2 в точке А, если трубка движется с ускорением $0,25a_0$.

3) Найти давление P_3 вблизи закрытого конца трубки, если она движется с ускорением $0,3a_0$.



Атмосферное давление $P_0 = 752$ мм рт. ст. Давлением насыщенных паров ртути в условиях опыта пренебречь. Ответы дать в «мм рт. ст.».

5. Поршень делит объем горизонтального герметичного цилиндра на две равные части, в каждой из которых находится вода и водяной пар при температуре $T = 373$ К. Масса воды в каждой части в 4 раза меньше массы пара. Поршень находится на расстоянии $L = 0,4$ м от торцов, площадь поперечного сечения поршня

$S = 25$ см². Масса M поршня такова, что $\frac{Mg}{S} = 0,02P_0$, здесь P_0 – нормальное атмосферное давление.

1) Найдите массу m воды в каждой части в начальном состоянии.

2) Цилиндр ставят на дно (ось цилиндра вертикальна). Найдите приращение Δm массы воды под поршнем к моменту установления равновесного состояния.

Температура в цилиндре поддерживается постоянной. Трение считайте пренебрежимо малым. Молярная масса водяного пара $\mu = 18$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К). Объем воды намного меньше объема пара.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано:

$$V_0 = 8 \text{ м/с}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$V_2 = 2,5 V_0$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

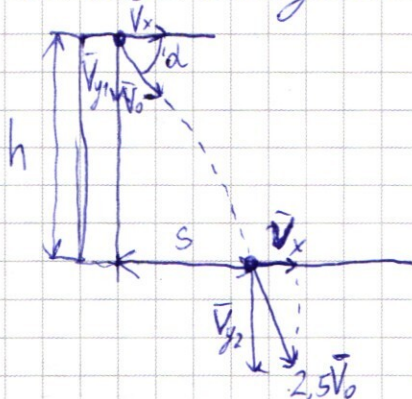
$$V_{y2} = ?$$

$$t = ?$$

$$S = ?$$

Решение

т.к шарик всё время приближался к земле
 $\Rightarrow$ его кинуты вниз



$$V_x = V_0 \cos \alpha \quad \text{по 3 СЭ:}$$

$$V_{y1} = V_0 \sin \alpha \quad mgh + \frac{mV_0^2}{2} = \frac{5,25 mV_0^2}{2}$$

$$\textcircled{1} h = \frac{5,25 V_0^2}{2g}$$

$$\textcircled{2} S = V_0 \cos \alpha t$$

$$\textcircled{3} h = \frac{V_{y2}^2 - V_{y1}^2}{2g}$$

$$\textcircled{4} V_{y2} = V_{y1} + gt$$

$$\frac{5,25 V_0^2}{2g} = \frac{V_{y2}^2 - V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$V_{y2} = V_0 \sqrt{\sin^2 \alpha + 5,25}$$

$$V_{y2} = V_0 \sqrt{6}$$

$$V_{y2} = 8\sqrt{6} \text{ м/с}$$

$$S = 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,2 = 4,8 \text{ м}$$

$$S = 4,8 \text{ м}$$

$$\text{Ответ: } V_{y2} = 19,04 \text{ м/с}$$

$$t = 1,2 \text{ сек}$$

$$S = 4,8 \text{ м}$$

$$\text{из } \textcircled{4} \quad t = \frac{(2\sqrt{6} - \sqrt{3}) V_0}{2g}$$

$$t \approx 1,2 \text{ сек}$$

№ 2

Дано:

M
 m
 m_1
 T

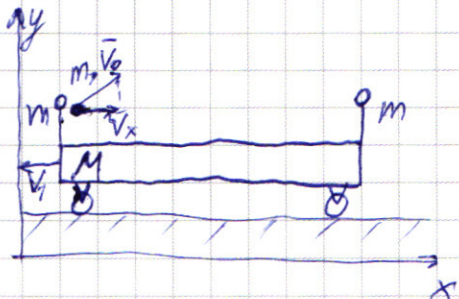
V_1

$V_x - ?$

$L - ?$

$V_2 - ?$

Решение:



т.к по оси y на нас действуют не скомпенсированные силы, то для оси y нельзя записать ЗСН. По оси x все силы скомпенсированы $\Rightarrow$ для x можно записать ЗСН.

① ЗСН: $0 = m_1 V_x - (2m + M) V_1$

② ЗСН: $-(2m + M) V_1 + m_1 V_x = (2m + M + m_1) V_2$

из ① $V_x = \frac{2m + M}{m_1} V_1$

т.к тельца движется $\Rightarrow$

$\Rightarrow L = (V_x + V_1) T$

$L = \left(\frac{2m + M}{m_1} + 1 \right) V_1 T$

сложив ① и ② получаем:

$V_2 (2m + M + m_1) = 0$ т.к массы не могут быть равны 0 $\Rightarrow V_2 = 0$

Итого: $V_x = \frac{2m + M}{m_1} V_1$

$L = \left(\frac{2m + M}{m_1} + 1 \right) V_1 T$

$V_2 = 0$

№ 3

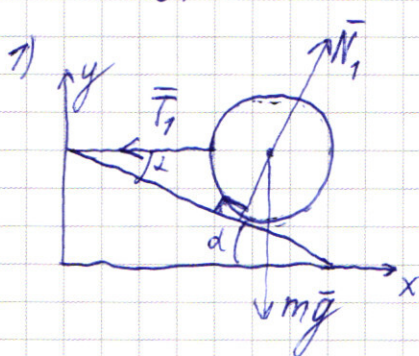
Дано:

m
 R
 α
 ω

$T_1 - ?$

$T_2 - ?$

Решение:

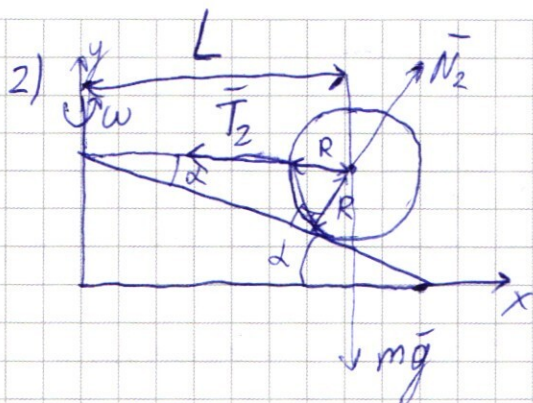


по II з.Н.

$$\left. \begin{array}{l} x) N \sin \alpha = T_1 \\ y) N \cos \alpha = mg \end{array} \right\} \Rightarrow T_1 = mg \tan \alpha$$

(продолжение решения №3 на стр №3)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



по II з.м

$$x) N_2 \sin \alpha - T_2 = m a$$

$$y) N_2 \cos \alpha = m g$$

$$a = \omega^2 R$$

$$a = \frac{\omega^2 R}{\sin \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{R}{L}$$

$$L = \frac{R}{\sin \alpha}$$

$$T_2 = \frac{m g}{\cos \alpha}$$

$$T_2 = \left(g \tan \alpha - \frac{\omega^2 R}{\sin \alpha} \right) m$$

$$N_2 \sin \alpha - T_2 = \frac{\omega^2 R m}{\sin \alpha}$$

$$T_2 = \frac{m g \sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\omega^2 R m}{\sin \alpha}$$

Ответ: $T_1 = m g \tan \alpha$

$$T_2 = \left(g \tan \alpha - \frac{\omega^2 R}{\sin \alpha} \right) m$$

№ 5

Дано:

$$T = 373 \text{ K}$$

$$m_H = 4 \text{ m}$$

$$L = 0,4 \text{ m}$$

$$S = 25 \text{ cm}^2$$

$$\frac{M g}{S} = 0,02 P_0$$

$$P_0 = 10^5 \text{ Па}$$

$$\mu = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

$$m = ?$$

Решение:



т.к. в каждой части

вода и пар при $T = 373 \text{ K} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ пар насыщенным и $P_1 = P_0$

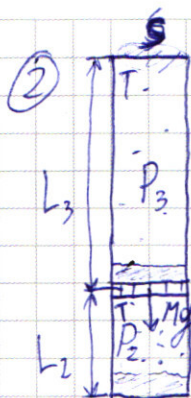
$$P_0 V = \frac{m_H}{\mu} R T$$

$$\mu P_0 V = 4 m R T$$

$$m = \frac{P_0 \mu L S}{4 R T}$$

$$m = \frac{10^5 \cdot 18 \cdot 10^{-3} \cdot 0,4 \cdot 25 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 8,31 \cdot 373} \approx 1,45 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$m = 1,45 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$



$$(1) P_2 = P_3 + \frac{Mg}{S} + \frac{mg}{S}$$

$$m \cdot K T = \text{const} \Rightarrow P_3 V = \text{const} \quad (\text{где } K = \frac{R}{\mu})$$

$$m_2 = \Delta m + m$$

$$P_0 V = P_3 V_3$$

$$P_3 V_3 = \frac{4\mu RT}{\mu}$$

$$\frac{m_2 RT}{\mu V_2} = \frac{P_0 V}{V_3} + 0,02 P_0 + \frac{P_0 \mu L g}{4RT}$$

$$2V = V_2 + V_3$$

~~учитываем и разделение (1) на V~~

$$P_2 = P_0 = \frac{m_2 RT}{\mu(2V - V_3)} \quad P_2 = P_0 \text{ т.к. воздух под атмосферным давлением}$$

$$1 = \frac{V}{V_3} + 0,02 + \frac{\mu L g}{4RT}$$

$$\Delta m + m = P_0 \mu (2V - V_3)$$

$$\Delta m = P_0 \mu (2V - V_3) - \frac{P_0 \mu L S}{4RT} \quad 0,02 - \frac{\mu L g}{4RT} = \frac{V}{V_3} \quad V_3 = \frac{4RTV}{3,02RT - \mu L g}$$

$$\Delta m = 2 P_0 \mu L S - \frac{4 P_0 \mu R T L S}{3,02RT - \mu L g} - \frac{P_0 \mu L S}{4RT}$$

$$\Delta m = \left(2 - \frac{4RT}{3,02RT - \mu L g} - \frac{1}{4RT} \right) P_0 \mu L S$$

$$\Delta m \approx 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$\text{Ответ: } m = 1,45 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \\ \Delta m = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

№ 4

Дано:

$H = 48 \text{ мм}$

$P_0 = 752 \text{ мм рт.ст.}$

α_0

P_1 — ? мм α_0

P_2 — ? мм $0,25 \alpha_0$

P_3 — ? мм $0,3 \alpha_0$

Решение

$$P_0 = H_0 \rho g$$

$$H_0 = 752 \text{ мм рт.ст.}$$



$$L \alpha_0 = (H_0 + H) \rho g$$

$$L = \frac{(H_0 + H) \rho g}{\alpha_0}$$

$$P_1 = 0,5 (H_0 + H) \rho g$$

$$\text{где } A) (H_0 + H) \rho g - \frac{1}{2} L \rho \alpha_0 = P_1$$

$$P_1 = \left(1 - \frac{1}{2} \right) (H_0 + H) \rho g$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$P_2 = (H_0 + H) \rho g - \frac{1}{2} L \rho 0,25 \alpha_0$$

$$P_2 = (H_0 + H) \rho g - \frac{1}{8} (H_0 + H) \rho g$$

$$P_2 = 0,875 (H_0 + H) \rho g \quad \text{п.к в мм, рт.ст.}$$

$$P_1 = \cancel{5470} 400 \text{ мм, рт. ст.}$$

$$P_2 = 700 \text{ мм, рт. ст.}$$

$$P_3 = \frac{560 \text{ мм, рт. ст.}}{\cancel{680 \text{ мм, рт. ст.}}}$$

$$P_3 = (1 - \cancel{0,93}) (H_0 + H) \rho g$$

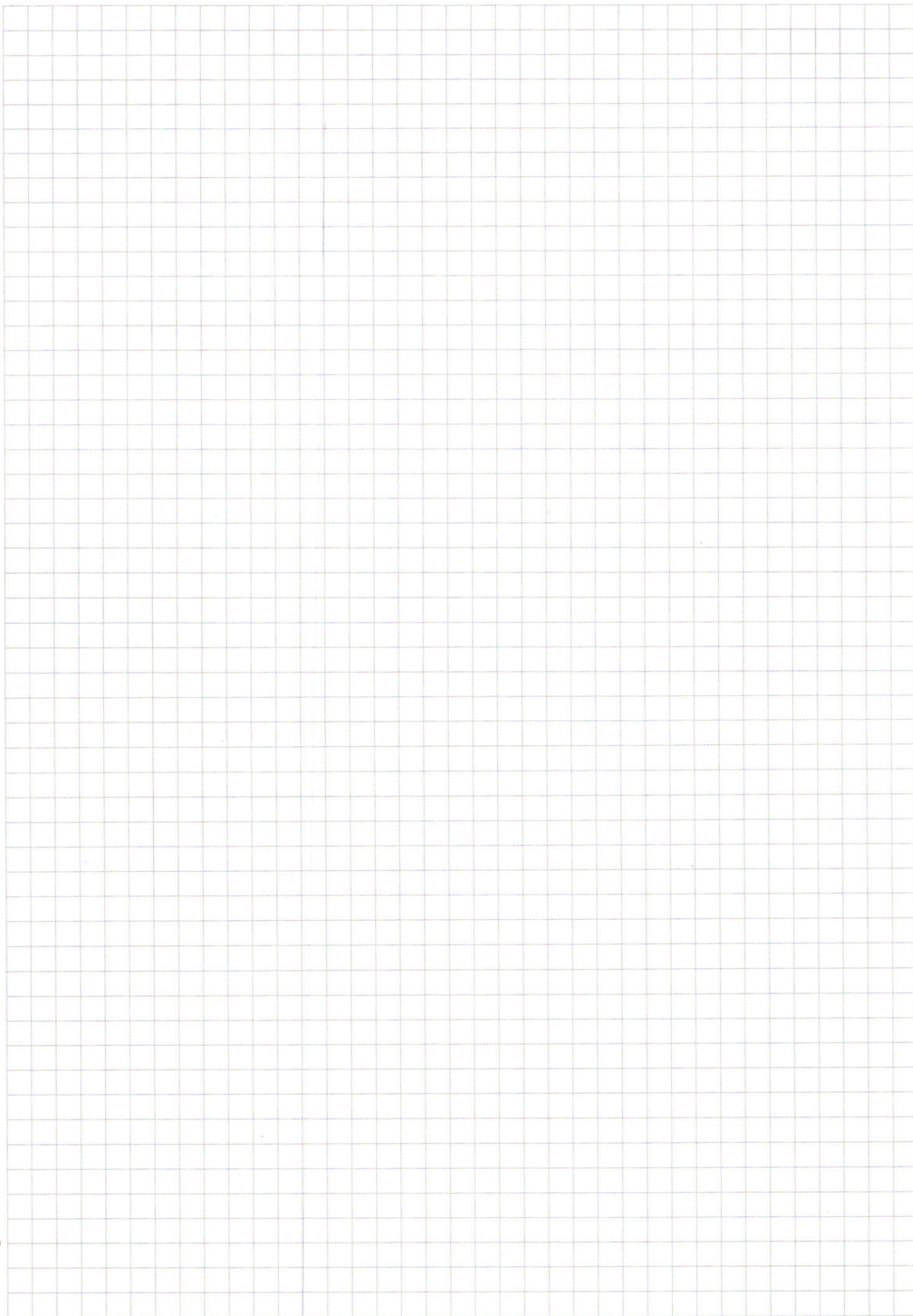
$$\cancel{P_3 = 0,85 (H_0 + H) \rho g} \quad \text{п.к в мм, рт.ст.}$$

$$P_3 = 0,7 (H_0 + H)$$

Ответ: $P_1 = 400 \text{ мм, рт. ст.}$

$$P_2 = 700 \text{ мм, рт. ст.}$$

$$P_3 = 560 \text{ мм, рт. ст.}$$



☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Diagram 1: A sphere of radius R is on an inclined plane at angle α . Forces acting on it are tension T_1 along the plane, normal force N perpendicular to the plane, and gravity mg vertically down. The distance from the pivot to the center of mass is L .

Diagram 2: A sphere of radius R is on an inclined plane at angle α . Forces acting on it are tension T_2 along the plane, normal force N perpendicular to the plane, and gravity mg vertically down. The distance from the pivot to the center of mass is L .

Diagram 3: A sphere of radius R is on an inclined plane at angle α . Forces acting on it are tension T vertically up, normal force N perpendicular to the plane, and gravity mg vertically down. The distance from the pivot to the center of mass is L .

Calculations:

$$800 \cdot 0,875 = 64$$

$$x) N \sin \alpha = T_1$$

$$y) N \cos \alpha = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

$$mg \tan \alpha = T_1$$

$$13,5 \cdot 10^{-3} \cdot 800 \text{ cal}$$

$$v = \omega R$$

$$\alpha = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

$$\alpha = \omega^2 L = \omega^2 (L + R)$$

$$\alpha = \frac{\omega^2 R}{\sin \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{R}{L + R} = \frac{R}{L}$$

$$L = \frac{R}{\sin \alpha}$$

$$x = N \sin \alpha - T_2 = \frac{\omega^2 R}{\sin \alpha} m$$

$$y = N \cos \alpha = mg$$

$$T_2 = \frac{m}{\cos \alpha} (g \sin \alpha - \omega^2 R \cos \alpha)$$

$$T_2 = mg \tan \alpha - \frac{\omega^2 R \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$$T_1 = \frac{mg \tan \alpha - \omega^2 R \cos \alpha}{\cos \alpha}$$

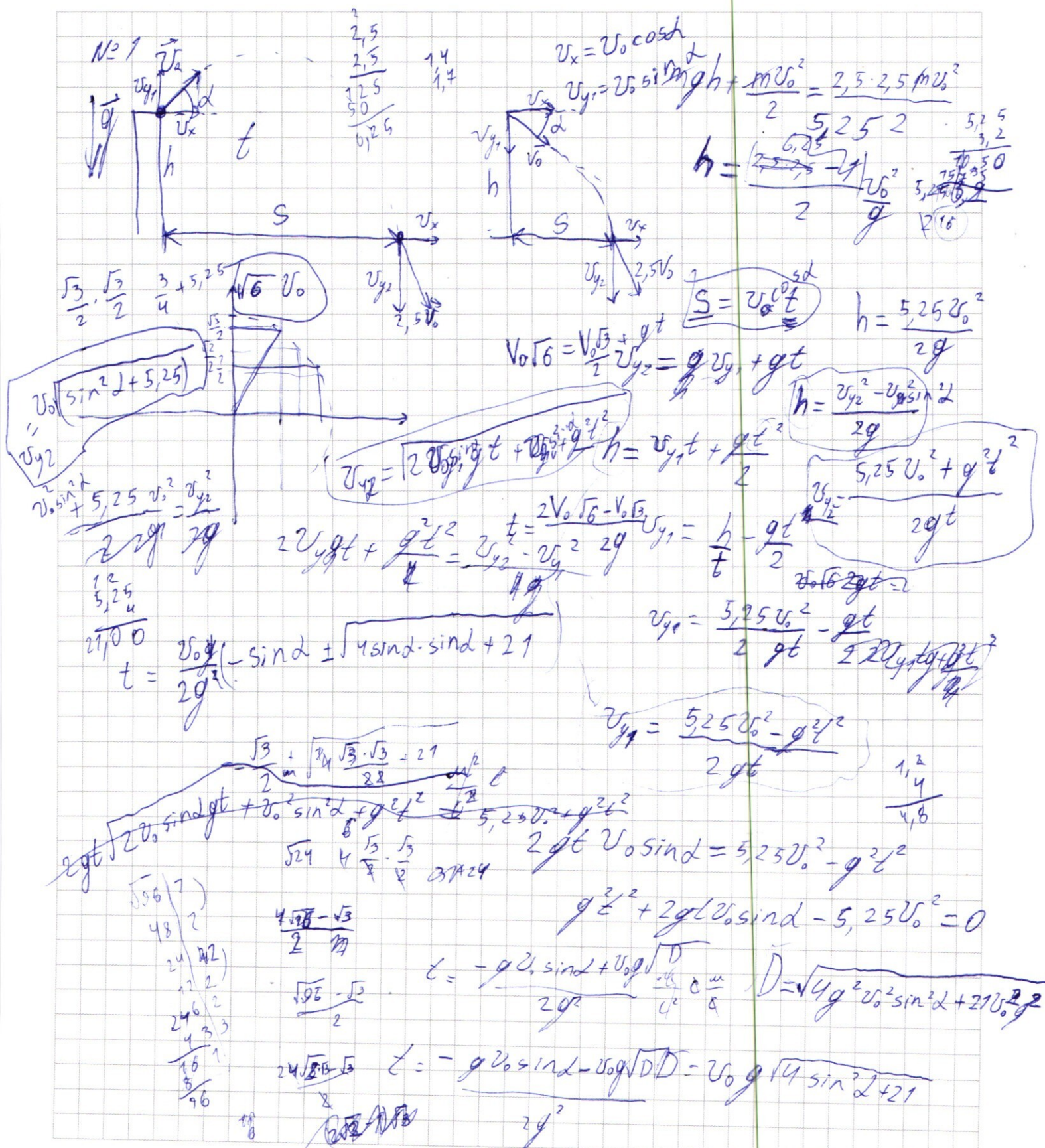
Final calculations:

$$3090,63 \cdot 10^{-4}$$

$$3,09 \cdot 10^{-4}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$g^2 t^2 - 2g t v_0 \sqrt{6} + 5,25 v_0^2 = 0$$

$$b^2 - 4ac$$

$$D = 24g^2 v_0^2 - 21g^2 v_0^2$$

$$\sqrt{D} = v_0 g \sqrt{3}$$

$$2g v_0 \sqrt{6} \pm v_0 g \sqrt{3}$$

$$2g$$

$$t = \frac{2\sqrt{6} \pm \sqrt{3}}{2} \frac{v_0}{g}$$

$$\sqrt{2\sqrt{3}}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 2,38 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,7 \\ 1,7 \\ \hline 19,04 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,7 \\ 1,7 \\ \hline 2,8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,306 \\ 1,306 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9,224 \\ 1,224 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 4,76 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$2 \cdot 1,4 \cdot 1,7 \pm 1,7$$

$$\frac{8}{10}$$

$$8$$

$$10$$

$$\begin{array}{r} 0,306 \cdot 4 \\ 1,224 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,76 \\ 1,7 \\ \hline 6,76 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6,76 \\ 1,7 \\ \hline 1,4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,584 \\ 1,4 \\ \hline 1,4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,584 \\ 1,4 \\ \hline 1,4 \end{array}$$

$$0 = m_1 v_x - (2m + M) v_1$$

$$- (2m + M) v_1 + m_1 v_x = (2m + M + m_1) v_2 \Rightarrow v_2 = 0$$

$$v_x = \frac{2m + M}{m_1} v_1$$

$$L = T(v_x + v_1)$$

$$L = T v_1 \left(\frac{2m + M}{m_1} + 1 \right)$$

