Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Класс 10

Вариант 10-02

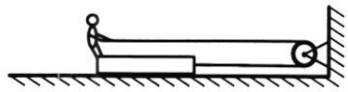
Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без вло

1. Гайку бросают с вышки со скоростью $V_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту. В полете гайка все время приближалась к горизонтальной поверхности Земли и упала на нее со скоростью $2V_0$.

1) Найти вертикальную компоненту скорости гайки при падении на Землю.
2) Найти время полета гайки.
3) С какой высоты была брошена гайка?

Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с^2. Сопротивление воздуха не учитывать.

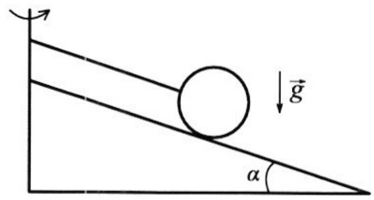
2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 2m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ.



1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?
2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?
3) За какое время человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F $(F > F_0)$ к канату?

3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L, привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

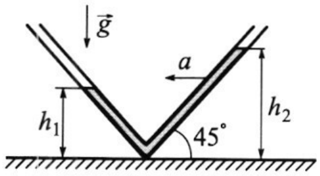
1) Найти силу давления шара на клин, если система покоится.
2) Найти силу давления шара на клин, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.



4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^0$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении с ускорением $a = 4$ м/с^2 уровень масла в одном из колен трубки устанавливается на высоте $h_1 = 10$ см.

1) На какой высоте h_2 установится уровень масла в другом колене?
2) С какой скоростью V будет двигаться жидкость в трубке относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет») и когда уровни масла будут находиться на одинаковой высоте?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Действие сил трения пренебрежимо мало.



5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 27 ^{0}C и давлении $P = 3{,}55 \cdot 10^3$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.
2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 5{,}6$ раза.

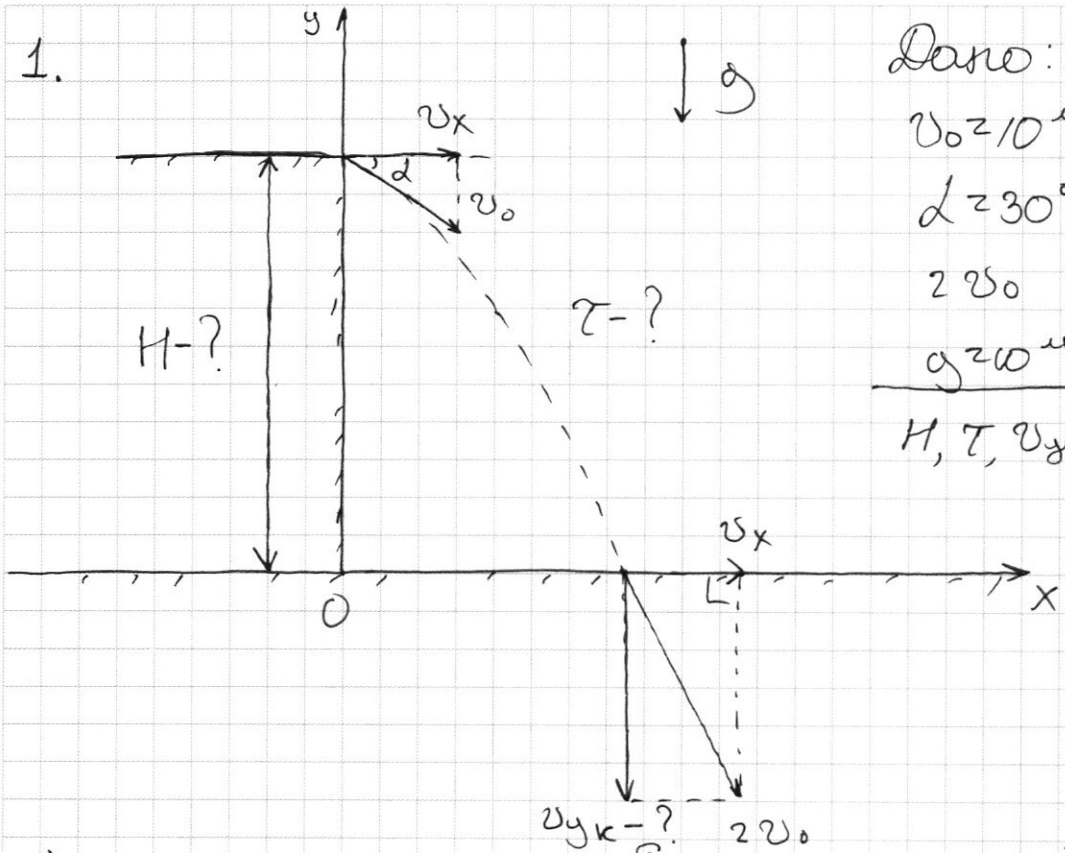
Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см^3, $\mu = 18$ г/моль.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.



Дано:

$v_0 = 10$ м/с

$\alpha = 30°$

$2v_0$

$g = 10$ м/с²

$H, \tau, v_{yк}$ - ?

1) $v_x = v_0\cos\alpha = const$ $\left(\frac{\sqrt3}{2}\cdot 10 = 5\sqrt3 \approx 8{,}65 \text{ м/с}\right)$

$v_{yк} = -\sqrt{4v_0^2 - v_x^2} = -v_0\sqrt{4-\cos^2\alpha} = -v_0\sqrt{4-\frac34} = -\frac{\sqrt{13}}{2}v_0 \approx$

$\approx -\frac{3{,}6}{2}\cdot v_0 \approx -1{,}8\cdot 10 \approx -18 \text{ (м/с)}$

2) $v_y(t) = -v_0\sin\alpha - gt$; $t = \tau$, $v_y(\tau) = v_{yк}$

$-v_0\sin\alpha - g\tau = -\frac{\sqrt{13}}{2}v_0$; $\tau = \frac{v_0}{g}\left(\frac{\sqrt{13}}{2} - \frac12\right) = \frac{v_0}{g}\left(\frac{\sqrt{13}-1}{2}\right) \approx$

$\approx \frac{10}{10}\cdot\left(\frac{3{,}6-1}{2}\right) \approx 1{,}3 \text{ (с)}$

3) $y = H - v_0\sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2}$; $t = \tau$, $y = 0$.

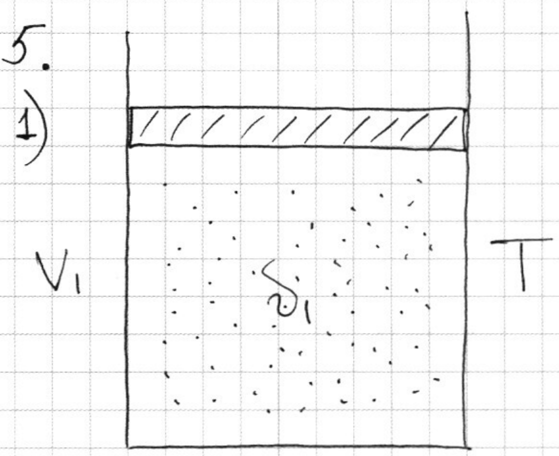
$H = v_0\sin\alpha\,\tau + \frac{g}{2}\cdot\tau^2 = \frac{10}{2}\cdot 1{,}3 + \frac{10}{2}\cdot 1{,}3^2 =$

$= \frac{10}{2}(1{,}3 + 1{,}69) = \frac{10}{2}\cdot 2{,}99 = \frac{29{,}9}{2} \approx 15 \text{ (м)}$

Ответ: $v_{yк} = -v_0\sqrt{4-\cos^2\alpha} \approx -18$ м/с;

$\tau = \frac{v_0}{g}\left(\sqrt{4-\cos^2\alpha} - \sin\alpha\right) \approx 1{,}3$ с; $H \approx 15$ м.

5.



Дано:

$T = 27°C = 300\,K$

$p = 3550$ Па

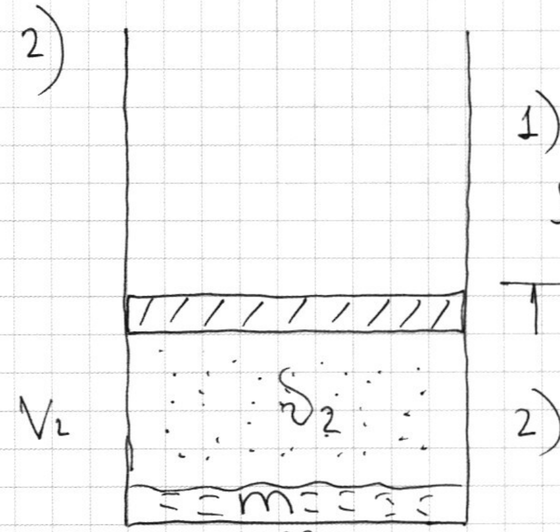
$\frac{V_1}{V_2} = \gamma = 5{,}6$

$\rho = 1$ г/см^3

$\mu = 18$ г/моль

1) $\alpha = \frac{\rho_н}{\rho}$ — ?

2) $\beta = \frac{V_{н2}}{V_в}$ — ?



1) $pV = \nu RT;\ p\frac{m}{\rho} = \frac{m}{\mu}RT \Rightarrow \rho = \frac{p\mu}{RT}$

$\rho_н = \frac{p\mu}{RT} = \frac{3550 \cdot 18}{8{,}3 \cdot 300} = \frac{355 \cdot 6}{8{,}3} \approx$

$\approx 2{,}6\,(г/м^3)$

$\alpha = \frac{\rho_н}{\rho} = \frac{2{,}6}{1000 \cdot 1000} = 2{,}6 \cdot 10^{-6}$

2) $\rho_н = \frac{m_1}{V_1} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = \rho_н V_1 \\ m_2 = \rho_н V_2 \end{cases}$

$\rho_н = \frac{m_2}{V_2} \Rightarrow$

$\frac{m_1}{m_2} = \frac{V_1}{V_2} = \gamma = 5{,}6$

$\begin{cases} V_{н2} = \frac{m_2}{\rho_н} \\ V_в = \frac{m_1 - m_2}{\rho} \end{cases}$

$\beta = \frac{m_2}{\rho_н} \cdot \frac{\rho}{m_1 - m_2} = \frac{1}{\frac{m_1 - m_2}{m_2}} \cdot \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\gamma - 1} \cdot \frac{1}{\alpha} =$

$= \frac{1}{5{,}6 - 1} \cdot \frac{1}{2{,}6 \cdot 10^{-6}} =$

$= 0{,}083 \cdot 10^6 \approx 8{,}3 \cdot 10^4$

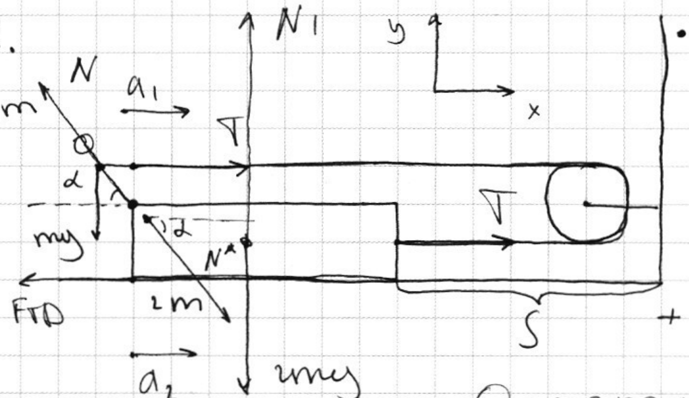
Ответ: $\alpha = 2{,}6 \cdot 10^{-6}$; $\beta = 8{,}3 \cdot 10^4$

☐ черновик ☑ чистовик Страница № 2

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2.



• 1: $m\vec{a_1} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{T}$

$Ox: ma_1 = T - N\cos\alpha$

$Oy: mg = N\sin\alpha$

2: $2m\vec{a_2} = 2m\vec{g} + \vec{N_1} + \vec{T} + \vec{F_{тр}} + \vec{N^*}$

$Ox: 2ma_2 = T + N\cos\alpha - \mu N_1$

$Oy: 2mg + N\sin\alpha = N_1$

$\begin{cases} N_1 = 2mg + N\sin\alpha \\ N\sin\alpha = mg \end{cases} \Rightarrow \boxed{N_1 = 3mg}$

• $T = F_0 - ?$; $a_1 = a_2 = 0$ и $F_{тр} = \mu N_1 = 3\mu mg$

$+\begin{cases} 0 = F_0 - N\cos\alpha \\ 0 = F_0 + N\cos\alpha - 3\mu mg \end{cases}$

$0 = 2F_0 - 3\mu mg \Rightarrow F_0 = \boxed{\frac{3}{2}\mu mg}$.

• $T = F$; $\tau - ?$ + $a_1 = a_2 = a$

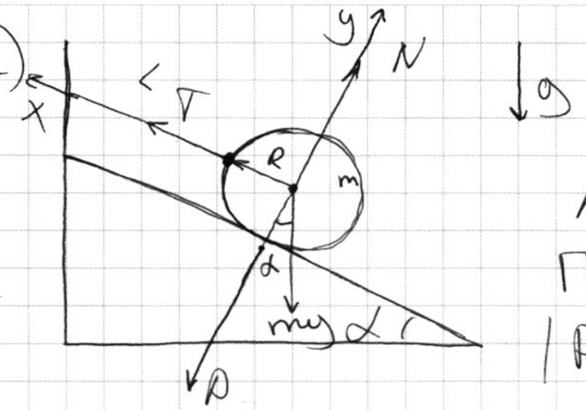
$+\begin{cases} ma = F - N\cos\alpha \\ 2ma = F + N\cos\alpha - 3\mu mg \end{cases}$

$3ma = 2F - 3\mu mg \Rightarrow a = \frac{2F}{3m} - \mu g$

$S = \frac{a\tau^2}{2} \Rightarrow \tau = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{2S}{2F/3m - \mu g}}$.

Ответ: $N_1 = 3mg$; $F_0 = \frac{3}{2}\mu mg$; $\tau = \sqrt{\frac{2S}{\frac{2F}{3m} - \mu g}}$.

3. 1)



$O = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{T}$

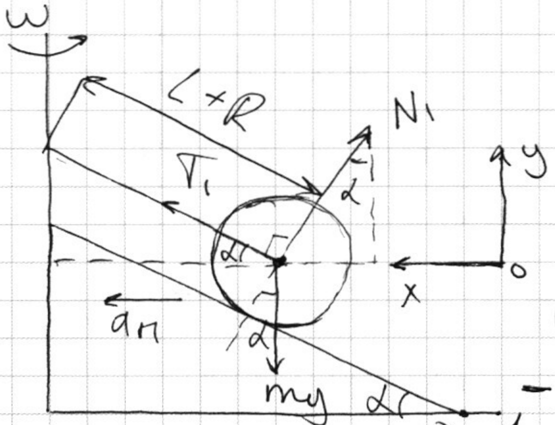
$Oy: \ O = N - mg\cos\alpha$

$N = mg\cos\alpha$

По 3ЗН:

$|P| = |N| = mg\cos\alpha$.

2)



$m\vec{a}_n = m\vec{g} + \vec{N_1} + \vec{T_1}$

$Ox: \ m\omega^2(R+L)\cos\alpha = T_1\cos\alpha - N_1\sin\alpha$

$Oy: \ 0 = T_1\sin\alpha + N_1\cos\alpha - mg$

$T_1 = (mg - N_1\cos\alpha)\frac{1}{\sin\alpha}$

$m\omega^2(R+L)\cos\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}(mg - N_1\cos\alpha) - N_1\sin\alpha$

$m\omega^2(R+L) = \frac{mg}{\sin\alpha} - N_1\,\mathrm{ctg}\,\alpha - N_1\,\mathrm{tg}\,\alpha$

$N_1\left(\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right) = m(-\omega^2(R+L)\sin\alpha + g)\cdot\frac{1}{\sin\alpha}$

$N_1\left(\frac{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{\cancel{\sin\alpha}\cos\alpha}\right) = \frac{m}{\cancel{\sin\alpha}}(-\omega^2(R+L)\sin\alpha + g)$

$N_1 = m(-\omega^2(L+R)\sin\alpha + g)\cos\alpha$

Если $\omega \leq \sqrt{\frac{g}{(L+R)\sin\alpha}}$, то $N_1 = m(-\omega^2(L+R)\sin\alpha + g)\cos\alpha$

Если $\omega \geq \sqrt{\frac{g}{(L+R)\sin\alpha}}$, то $N_1 = 0$.

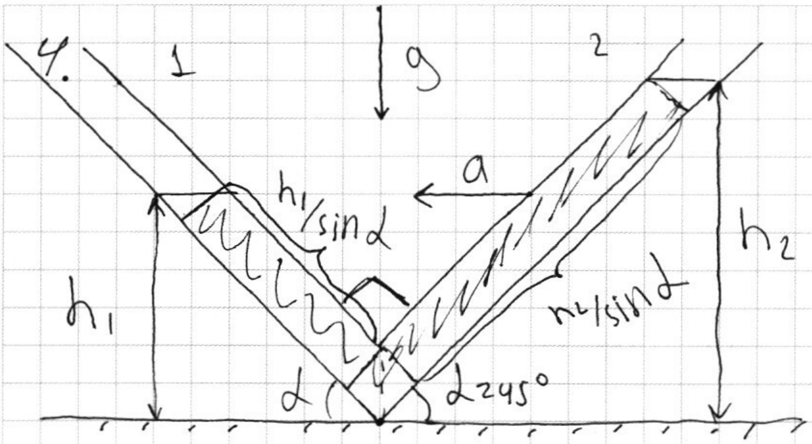
Ответ: $N_1 = m(-\omega^2(L+R)\sin\alpha + g)\cos\alpha$ при $\omega \leq \sqrt{\frac{g}{(L+R)\sin\alpha}}$;

$N_1 = 0$ при $\omega \geq \sqrt{\frac{g}{(L+R)\sin\alpha}}$, но так как в условии написано, что шар не отрывается от клина, то этой частью ответа можно пренебречь.

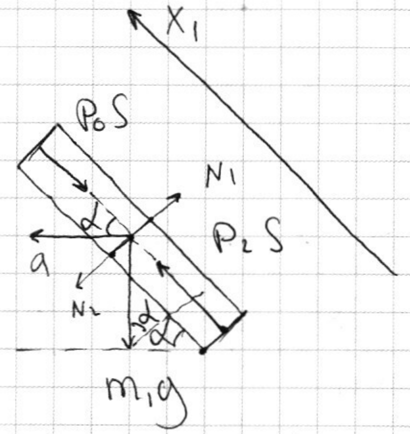
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4.



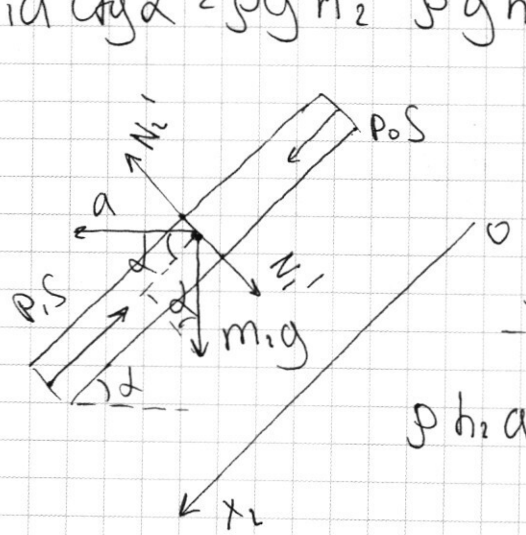
1)



$Ox_1: \quad m_1 a\cos\alpha = P_2 S - m_1 g\sin\alpha - P_0 S$

$\rho \frac{h_1}{\sin\alpha} \cancel{S} a\cos\alpha = \rho g h_2 \cancel{S} - \rho \frac{h_1}{\sin\alpha} \cancel{S} g \sin\alpha - P_0 \cancel{S}$

$\rho h_1 a\, ctg\alpha = \rho g h_2 - \rho g h_1 - P_0$



$Ox_2: m_2 a\cos\alpha = m_2 g\sin\alpha - P_1 S + P_0 S$

$\rho \frac{h_2}{\sin\alpha} \cancel{S} a\cos\alpha = \rho \frac{h_2}{\sin\alpha} \cancel{S} g\sin\alpha - \rho g h_1 \cancel{S} + P_0 \cancel{S}$

$\rho h_2 a\, ctg\alpha = \rho h_2 g - \rho g h_1 + P_0$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

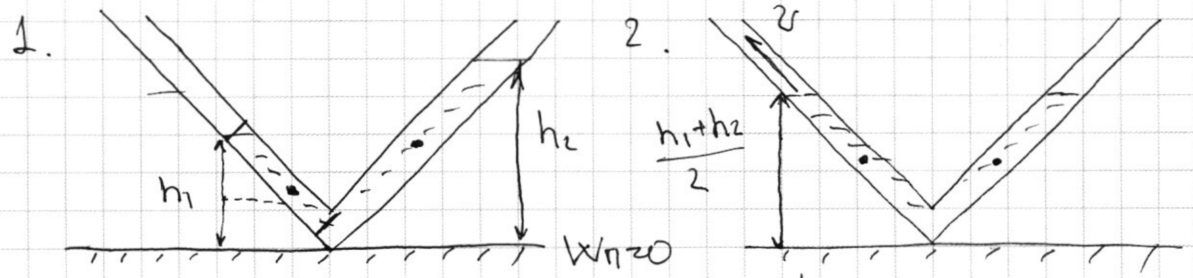
$$+\begin{cases} \rho h_1 a \operatorname{ctg}\alpha = \rho g h_2 - \rho g h_1 - P_0 \\ \rho h_2 a \operatorname{ctg}\alpha = \rho g h_2 - \rho g h_1 + P_0 \end{cases}$$

$$\cancel{\rho} h_1 a \operatorname{ctg}\alpha + \cancel{\rho} h_2 a \operatorname{ctg}\alpha = 2\cancel{\rho} g h_2 - 2\cancel{\rho} g h_1$$

$$2 g h_2 - h_2 a \operatorname{ctg}\alpha = 2 g h_1 + h_1 a \operatorname{ctg}\alpha$$

$$h_2 = h_1 \frac{2g + a\operatorname{ctg}\alpha}{2g - a\operatorname{ctg}\alpha} = 10 \cdot \frac{20+4}{20-4} = 10 \cdot \frac{\cancel{24}^{3}}{\cancel{16}_{2}} = 15 (\text{см}).$$

2)



$$E_1 = \rho \frac{h_1}{\sin\alpha} S g \cdot \frac{h_1}{2} + \rho \frac{h_2}{\sin\alpha} S g \cdot \frac{h_2}{2}$$

$$E_2 = \cancel{2} \cdot \rho \frac{h_1+h_2}{\cancel{2}\sin\alpha} S g \cdot \frac{h_1+h_2}{4} + \rho \frac{h_1+h_2}{2\sin\alpha} S \cdot \frac{v^2}{2}$$

$$\cancel{\rho S} \frac{h_1^2}{2\sin\alpha} g + \cancel{\rho S} \frac{h_2^2}{2\sin\alpha} g = \cancel{\rho S} \cdot \frac{(h_1+h_2)^2}{4\sin\alpha} g + \cancel{\rho S} \frac{h_1+h_2}{\cancel{4}\sin\alpha \, 2} \cdot v^2$$

$$h_1^2 g + h_2^2 g = \frac{(h_1+h_2)^2}{2} g + v^2 \cdot \frac{(h_1+h_2)}{2}$$

$$\cancel{v = \sqrt{g\left(h_1^2 + h_2^2 - \frac{(h_1+h_2)^2}{2}\right) \cdot 2} = \sqrt{10\left(100 + 225 - \frac{625}{2}\right) \cdot 10^{-4} \cdot 2}}$$

$$\cancel{= \sqrt{125 \cdot 10^{-4}} \approx 0{,}11 (\text{м/с})}$$

$$v = \sqrt{2g\left(\frac{h_1^2 + h_2^2 - \frac{(h_1+h_2)^2}{2}}{h_1+h_2}\right)} = \sqrt{2 \cdot 10^{-1}\left(\frac{650-625}{2 \cdot 25}\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 25}{2 \cdot 10 \cdot 25}} = \sqrt{\frac{1}{10}} (\text{м/с}).$$

Ответ: $h_2 = h_1 \frac{2g + a\operatorname{ctg}\alpha}{2g - a\operatorname{ctg}\alpha} = 15$ см

~~$v = \sqrt{\frac{1}{10}}$ (м/с)~~ $v = \sqrt{\frac{1}{10}} \approx 0{,}3$ м/с.

☐ черновик ☑ чистовик Страница №6

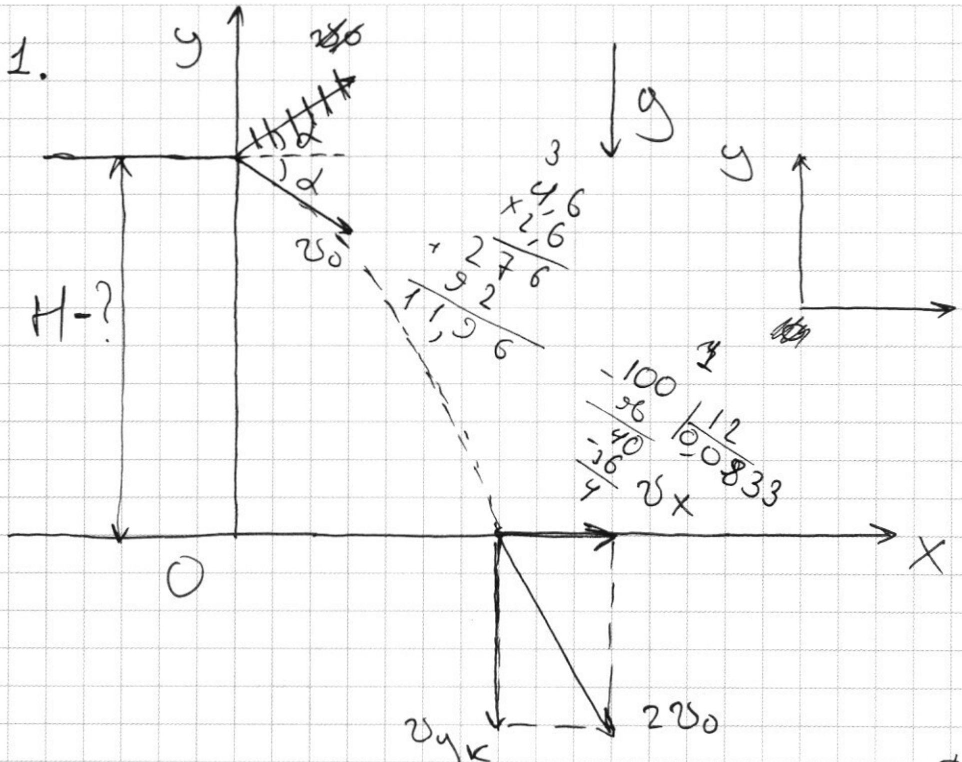
(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.



$2{,}6 \times 4{,}6 = 11{,}96$

$1 : 12 = 0{,}0833$

$21{,}30 \times 3 = ...$; $213 : 83 = 2{,}5$

$3{,}5 \times 3{,}5 = 12{,}25$

$3{,}6 \times 3{,}6 = 12{,}96$

$v_x = v_0 \cos\alpha = const$

$(2v_0)^2 = (v_x)^2 + (v_{yk})^2$

1) $v_{yk} = \sqrt{(2v_0)^2 - (v_x)^2} = \sqrt{4v_0^2 - v_0^2\cos^2\alpha} = v_0\sqrt{4 - \frac{3}{4}} =$

$= v_0 \sqrt{\frac{16-3}{4}} = v_0 \frac{\sqrt{13}}{2} = \frac{\sqrt{13}}{2} v_0$.

$1{,}3 \times 1{,}3 = 1{,}69$; $1{,}69 + 1{,}30 = 2{,}99$

2) $\cancel{y = H + v_0 \sin\alpha t - \frac{gt^2}{2}}$

$v_y(t) = v_0 \sin\alpha + gt$

$t = \tau_{пол}$: $v_y(\tau_{пол}) = v_{yk}$

$\frac{\sqrt{13}}{2} v_0 = v_0 \sin\alpha + g\tau_{пол}$; $\tau_{пол} = \frac{v_0}{g}\left(\frac{\sqrt{13}}{2} - \frac{1}{2}\right) =$

$= \frac{v_0}{g}\left(\frac{\sqrt{13}-1}{2}\right)$

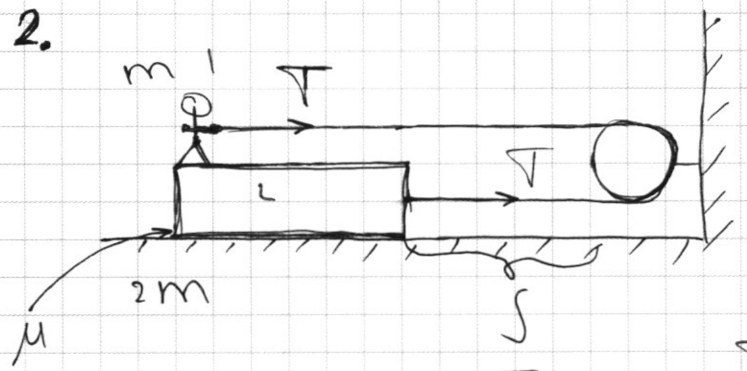
3) $y = H - v_0 \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}$; $t = \tau_{пол}$: $y = 0$

$H = v_0 \sin\alpha\, \tau_{пол} + \frac{g}{2} \cdot \tau_{пол}^2 =$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

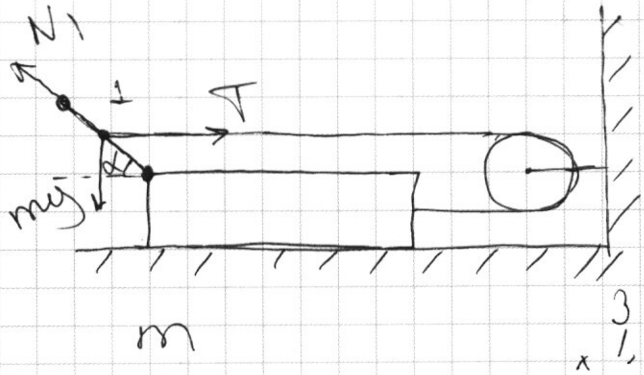
Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

2.



$ma_1 = T$; $a_1 = \frac{T}{m}$

$2ma_2 = T - 3\mu mg$; $a_2 = \frac{T}{2m} - \ldots < a_1$



$1{,}73 \times 5 = 8{,}65$

$8{,}65 \times 8{,}65$

$8{,}7 \times 8{,}7$: $609 + 696 = 75{,}69$

400

$400 - 77 = 323$

18×18: $144 + 18 = 324$

$-18 = -10 \cdot \frac{1}{2} - 10 \cdot x$

$18 = 5 + 10x$

$x = \frac{13}{10} = 1{,}3$.

$H = 5 \cdot 1{,}3 + \frac{10}{2} \cdot 1{,}3^2 =$

$= 5(1{,}3 + 1{,}3^2) = 5(1{,}3 + 1{,}69) =$

$= 5 \cdot 2{,}99 \approx 15$.

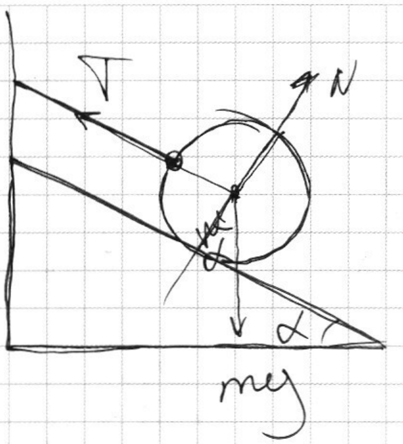
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3.

1)



$P = mg\cos\alpha$

$\frac{25}{50}$

$(100+225)^2$

35^2, 325^2, 650^2

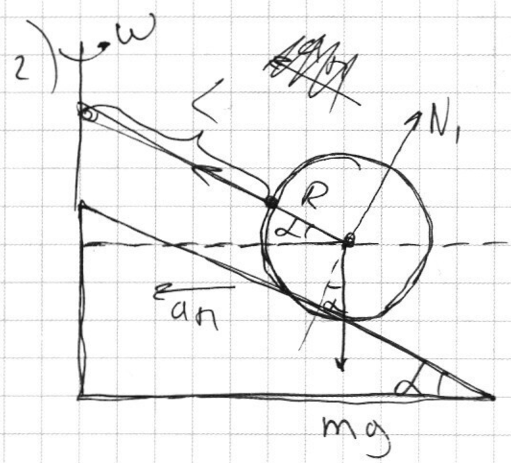
1225

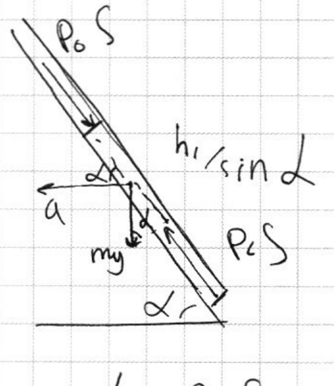
$650 - 625^2$

225^2

125

2)

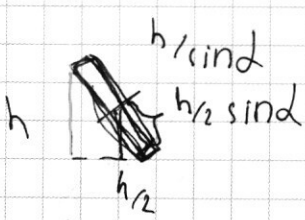




$m_1 a\cos\alpha = P_2 S - m_1 g\sin\alpha - P_0 S$

$\rho\frac{h_1}{\sin\alpha}\cancel{S}a\cos\alpha = \rho g h_2\cancel{S} - \rho\frac{h_1}{\sin\alpha}g\sin\alpha - P_0\cancel{S}$

$$+\begin{cases}\rho h_1 a\,\mathrm{ctg}\,\alpha = \rho g h_2 - \rho h_1 g - P_0\\ \rho h_2 a\,\mathrm{ctg}\,\alpha = \rho h_2 g - \rho g h_1 + P_0\end{cases}$$



$\cancel{\rho}h_1 a\,\mathrm{ctg}\,\alpha + \cancel{\rho}h_1 a\,\mathrm{ctg}\,\alpha = 2\cancel{\rho}g h_2 - 2\cancel{\rho}g h_1$

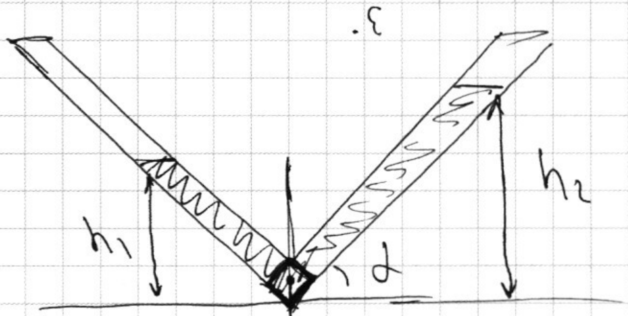
$(2g - a\,\mathrm{ctg}\,\alpha)h_2 = h_1(2g + a\,\mathrm{ctg}\,\alpha)$

$h_2 = h_1\left(\frac{2g + a\,\mathrm{ctg}\,\alpha}{2g - a\,\mathrm{ctg}\,\alpha}\right) = 10\cdot\frac{\cancel{24}^{3}}{\cancel{16}_{2}} = 15$ см.

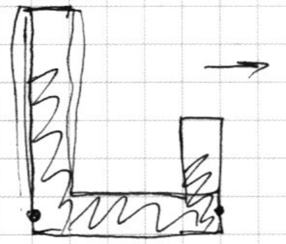
☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

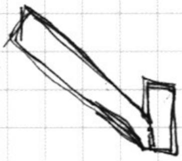
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

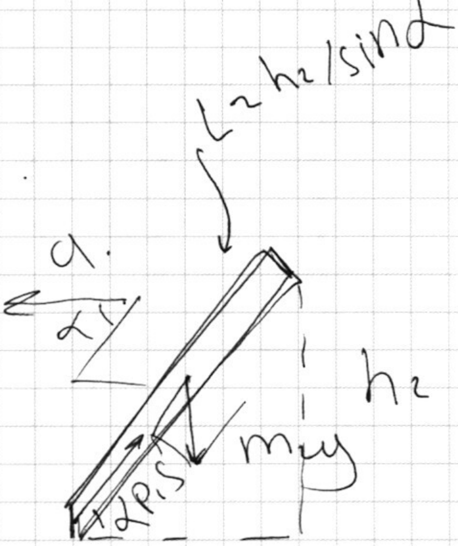
4.



$$dm\,a = (P_2 - P_1)\,dS\cos\alpha$$

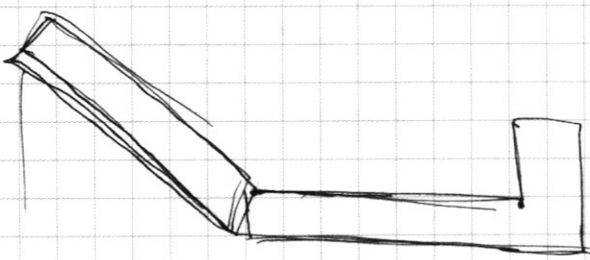






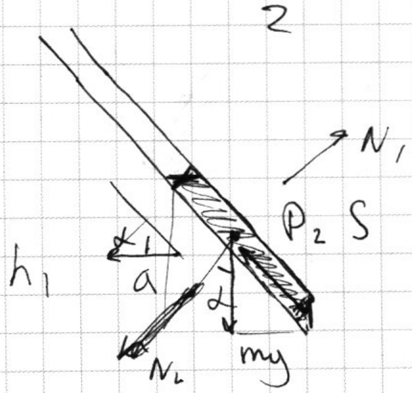
$$m_2 a = m_2 g \cos\alpha -$$
$$- P_1 S$$

$$\cancel{\rho}\frac{h_2}{\sin\alpha}\cancel{S} a\cos\alpha = \cancel{\rho}\frac{h_2}{\sin\alpha}\cancel{S} g\sin\alpha -$$
$$- \cancel{\rho} g h_1 \cancel{S}$$



$$h_2 = h_1\left(\frac{g}{g - a\,ctg\alpha}\right) \quad h_2 a\,ctg\alpha = h_2 g - h_1 g$$
$$h_1 g = h_2(g - a\,ctg\alpha)$$

2



$$m_1 a = P_2 S - m_1 g \sin\alpha$$

$$\rho\frac{h_1}{\sin\alpha} S a\cos\alpha = P_2 \cancel{S} - \rho\frac{h_1}{\sin\alpha} S g \sin\alpha$$

$$\cancel{\rho} h_1 a\,ctg\alpha = \cancel{\rho} g h_2 - \cancel{\rho} g h_1$$

$$h_2 = \left(h_1(a\,ctg\alpha + g)\right)/g$$

$$h_2 = h_1\left(\frac{a\,ctg\alpha}{g} + 1\right) =$$

$$= h_1\cdot\left(\frac{2}{5}+1\right) = 1{,}4\,h_1 = 14\text{ см}.$$