

Олимпиада «Физтех» по физике, ф

Вариант 10-01

Класс 10

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без влс

1. Камень бросают с вышки со скоростью $V_0 = 8$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. В полете камень все время приближался к горизонтальной поверхности Земли и упал на нее со скоростью $2,5V_0$.

- 1) Найти вертикальную компоненту скорости камня при падении на Землю.
- 2) Найти время полета камня.
- 3) Найти горизонтальное смещение камня за время полета.

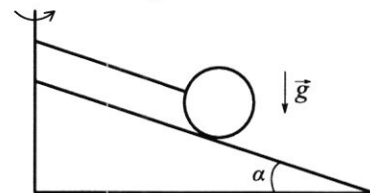
Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 5m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ .



- 1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?
- 2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?
- 3) Какой скорости достигнет ящик, если человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F ($F > F_0$) к канату?

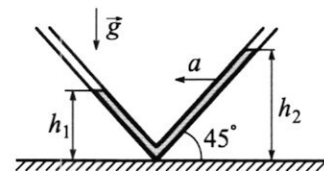
3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.



- 1) Найти силу натяжения нити, если система покоится.
- 2) Найти силу натяжения нити, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.

4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^\circ$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении уровни масла в коленях трубки устанавливаются на высотах $h_1 = 8$ см и $h_2 = 12$ см.

- 1) Найдите ускорение a трубки.
- 2) С какой максимальной скоростью V будет двигаться жидкость относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет»)?



Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Действие сил трения пренебрежимо мало.

5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 95°C и давлении $P = 8,5 \cdot 10^4$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

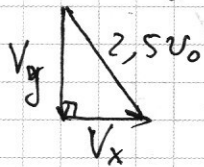
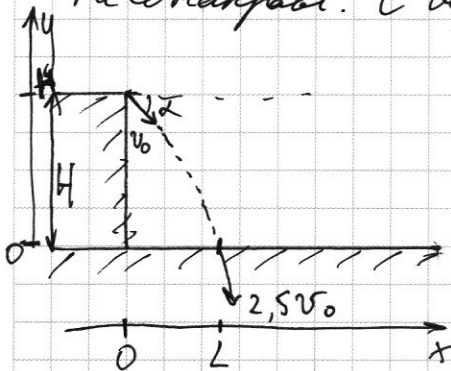
- 1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.
- 2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 4,7$ раза.

Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см³, $\mu = 18$ г/моль.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(N1)

Т.к. камень все время приближался к горизонт. пов-ти,
то его бросили вниз (вертик. составляющая нач. скорости,
несоизмерим. с верт. осью y). Тогда попробуем рисунок:



$$v_y^2 + v_x^2 = (2,5v_0)^2 = 6,25v_0^2$$

из 3-ка сохр. энергии для камня:

$$mgh + \frac{mv_0^2}{2} = m \cdot \frac{(2,5v_0)^2}{2}$$

m - масса камня

$$2gh = v_0^2(2,5^2 - 1) = 5,25v_0^2 = \frac{21}{4}v_0^2 \Rightarrow H = \frac{\frac{21}{4}v_0^2}{2g} - \text{высота}$$

вышки над пов-тью.

Запишем ур-ния движения камня (зав-ть координаты от времени) от н-то осей y и x

$$\begin{cases} y(t) = H - v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} = H - v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} \\ x(t) = 0 + v_0 \cos \alpha t = v_0 \cos \alpha t \end{cases}$$

$y(\tau) = 0$, где τ - время полета камня

$$0 = H - v_0 \sin \alpha \tau - \frac{g\tau^2}{2} \Rightarrow \frac{g\tau^2}{2} + v_0 \sin \alpha \tau - H = 0$$

$$D = (v_0 \sin \alpha)^2 + 4gH = (v_0 \sin \alpha)^2 + 2gh = (v_0 \sin \alpha)^2 + \frac{21}{4}v_0^2 =$$

$$= \frac{3}{4}v_0^2 + \frac{21}{4}v_0^2 = 6v_0^2$$

$$\tau_{1,2} = \frac{-v_0 \sin \alpha \pm v_0 \sqrt{6}}{g}$$

$$\tau = \frac{v_0(\sin \alpha + \sqrt{6})}{g} > 0$$

$$\tau = \frac{v_0(-\sin \alpha - \sqrt{6})}{g} < 0 - \text{не подходит}$$

$$\tau = \frac{v_0}{g} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{6} \right) = \frac{v_0 \sqrt{3}}{g} \left(\frac{1}{2} + \sqrt{2} \right)$$

$$\sqrt{3} \approx 1,73; \sqrt{2} \approx 1,41 \Rightarrow \tau = \frac{4}{5} \cdot 1,73(-0,5 + 1,41) = 0,91 \cdot 4 \cdot 1,73 \approx 1,34 \text{ с}$$

$L = v_0 \cos \alpha \tau$ - гориз. смещение камня за время полета

$$L = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{v_0 \sqrt{3}}{g} \left(-\frac{1}{2} + \sqrt{2} \right) = \frac{v_0^2 \cos \alpha \sqrt{3}}{g} \left(-\frac{1}{2} + \sqrt{2} \right) = \frac{v_0^2 \sqrt{3}}{2g} \left(-\frac{1}{2} + \sqrt{2} \right) \approx$$

$$\approx \frac{64 \cdot 1,73}{20} \cdot 0,91 = \frac{16}{5} \cdot 1,73 \cdot 0,91 \approx 10,8 \text{ м. } 5,3 \text{ м}$$

Вертик. составляющая скорости меняется $g \downarrow$ по закону:

$$v_y(t) = -v_0 \sin \alpha - g t$$

$$\text{При } t = \tau \quad |v_y(t)| = V_y$$

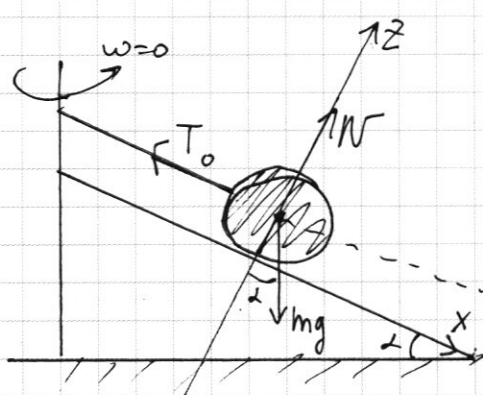
$$V_y = v_0 \sin \alpha + g \tau = \cancel{v_0 \frac{\sqrt{3}}{2}} + g \tau = v_0 \sin \alpha + v_0 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{2} \right) =$$

$$= v_0 \frac{\sqrt{3}}{2} + v_0 \sqrt{3} \left(-\frac{1}{2} + \sqrt{2} \right) = v_0 \sqrt{3} (-\sqrt{2} + 2) \approx 8 \cdot 1,73 \cdot 0,41 \approx 19,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: 1) $V_y = v_0 \sqrt{3} (\sqrt{2} - 1) \approx 19,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

2) $\tau = \frac{v_0 \sqrt{3}}{g} \left(-\frac{1}{2} + \sqrt{2} \right) \approx 4,34 \text{ с}$

3) $L = \frac{v_0^2 \sqrt{3}}{2g} \left(-\frac{1}{2} + \sqrt{2} \right) \approx \frac{5,3 \text{ м}}{\cancel{10,8 \text{ м}}}$



m - масса шара

В состоянии покоя ускорение шара 0.

Тогда записав ур. равнов. для него по н. осм x :

$$mg \sin \alpha - T_0 = 0.$$

$T_0 = mg \sin \alpha$ - сила касательная нити в состоянии покоя

Теперь рассмотрим 2 гайды (с бранселем)

ма - центробежная сила, действ. на шар.

$a = \omega^2 l$, где l - расст. от центра шара до оси бранса (кратчайшее).

$$l = (L + R) \cos \alpha$$

Т.к. шар не отрывается, то на нем

все еще действует сила реакции опоры

Запишем условия равновесия шара по н. 3 осей:

~~Y~~ $y: ma + N \sin \alpha - T \cos \alpha = 0.$

~~X~~ $x: mg \sin \alpha + ma \cos \alpha - T = 0.$

$z: mg \cos \alpha - N - ma \sin \alpha = 0.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$T = mg \sin \alpha + m a \cos \alpha = m(g \sin \alpha + \omega^2(L+R) \cos^2 \alpha)$$

Ответ: 1) $T_0 = mg \sin \alpha$

2) $T = m(g \sin \alpha + (\omega \cos \alpha)^2(L+R))$

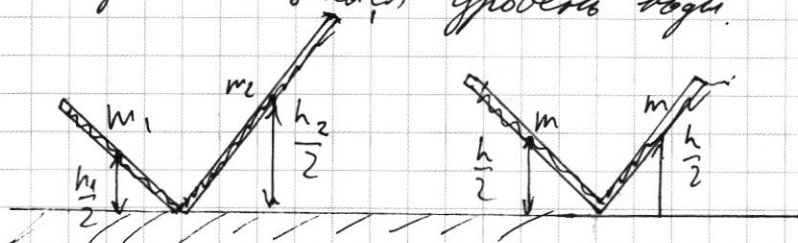
№4

Пусть S - сечение трубы (площадь).

Тогда унал. объем масла $V_0 = S \left(\frac{h_1 + h_2}{\cos \alpha} \right) = S \sqrt{2} (h_1 + h_2)$

~~Разность уровней масла в (какой-то) наблюдении по причине действия центростремительной силы на уровень масла. Т.е. она равна~~

Макс. скорость масла остановится тогда, когда уровни воды наход. на одном и том же уровне, т.е. ~~сп~~ ω перестанет на них действовать ускорение g будет меньше, чем ω^2 этого момента, а ω этого момента g будет замедлять поворачивающийся уровень воды.



$$2m = m_1 + m_2.$$

Т.к. $S = \text{const}$, то

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{S h_1 / \cos \alpha}{S h_2 / \cos \alpha} = \frac{h_1}{h_2}$$

$$E_1 = m_1 g \frac{h_1}{2} + m_2 g \frac{h_2}{2} = \frac{g}{2} (m_1 h_1 + m_2 h_2) - \text{унал. энергия с мидности}$$

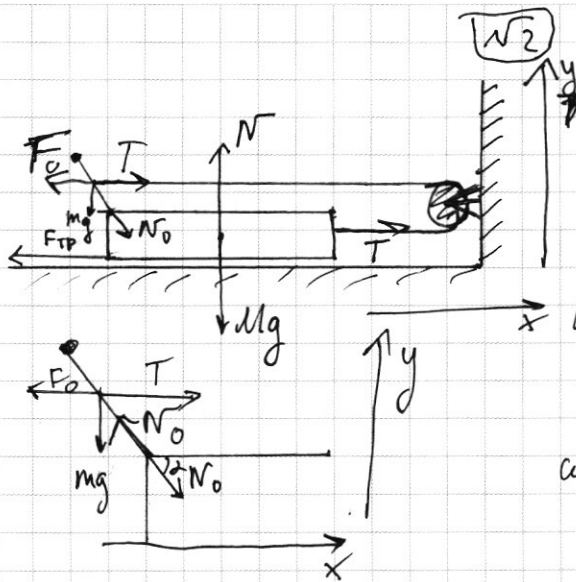
$$E_2 = mg \frac{h}{2} \cdot 2 + \frac{2m v^2}{2} = mgh + mv^2 - \text{полная энергия мидности.}$$

Из ЗСЭ $E_1 = E_2$.

$$\frac{g S h_1}{\cos \alpha} + \frac{g S h_2}{\cos \alpha} = \frac{g S h}{\cos \alpha} + \frac{g S h}{\cos \alpha} \rightarrow \text{следствие из } 2m = m_1 + m_2.$$

$$h_1 + h_2 = 2h$$

Продолжение на стр. 6



$F_{тр} = \mu N$ - сила трения, действ. на
человека со стороны пола
 $F = T$ - сила, с которой человек
тянет канат

из уст. равн. для человека:

$$mg - N_0 \sin \alpha = 0 \quad \text{— отн-но оси } y$$

$$\cos \alpha N_0 + T - F_0 = 0 \quad \text{— отн-но оси } x$$

$$\begin{cases} N_0 \sin \alpha = F_0 \\ N_0 \cos \alpha + T = F_0 \end{cases}$$

из уст. равн. для человека отн-но осей:

$$x: T - F_{тр} + N \cos \alpha = 0$$

$$y: Mg + N_0 \sin \alpha = N \quad \text{— полная сила давления на пол.}$$

$$N = (M + m)g = 6mg$$

$$T - F_{тр} + F_0 - T = 0 \Rightarrow F_{тр} = F_0 = \mu N = 6\mu mg$$

F_0 - мин. сила, с которой должен тянуть человек канат,
чтобы осуществить задуманное (мин достигается, т.е. ускорение
объектов 0)

Теперь пусть $F > F_0$. Тогда объекты системы движутся
с ускорением.

A - ускорение системы в земной СО.

$$S = \frac{At^2}{2}, \text{ где } t \text{ — время, за которое человек-задуманный.}$$

$$\text{Тогда он достигнет скорости } V = At = A\sqrt{\frac{2S}{A}} = \sqrt{2SA}$$

Понятно, что т.ч. человек остается на ящике, то его
ускорение такое же A .

$$\text{Тогда: } \begin{cases} mA = T + N_0 \cos \alpha - F \\ mg = N_0 \sin \alpha \end{cases} \quad \text{— 3-й закон Ньютона для человека отн. осей } x \text{ и } y.$$

$$MA = T + \cos \alpha N_0 - F_{тр} \quad \text{— 3-й закон Ньютона для ящика отн. осей } x \text{ и } y.$$

$$6mA = mA + F - 6\mu mg \Rightarrow 5mA = F - 6\mu mg \Rightarrow A = \frac{F}{5m} - \frac{6}{5}\mu g$$

$$\text{Ответ: } 1) N = 6mg$$

$$2) V = \sqrt{2SA} = \sqrt{2S\left(\frac{F}{5m} - \frac{6}{5}\mu g\right)}$$

$$3) F_0 = 6\mu mg$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5

Знаем, что давление насыщенного водяного пара зависит только от температуры $\Rightarrow$ не зависит от объема

ρ_0 - плотность пара ; кг

$$\rho_0 = \frac{m}{V} = \frac{\Delta M}{V} = \frac{\Delta \mu p}{V R T} \leftarrow \frac{\mu p}{R T} = \text{const.}$$

из уравнения состояния из-за для пара: $pV = \nu RT \Rightarrow V = \frac{\nu RT}{p}$

$$\rho_0 = \text{const} = \frac{\mu p}{R T} = \frac{18 \cdot 10^{-3} \cdot 8,5 \cdot 10^4}{8,314 \cdot (273 + 95)} = \frac{1530}{368 \cdot 8,314} \approx \frac{1530}{368 \cdot \frac{25}{3}} =$$

$$= \frac{360 \cdot 3 \cdot 3}{368 \cdot 25} \approx \frac{3}{5} \approx 0,6 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\alpha = \frac{\rho_0}{\rho} = \frac{0,6 \text{ кг/м}^3}{1000 \text{ кг/м}^3} \approx 6 \cdot 10^{-4} \text{ - отношение плотности пара к плотности воды}$$

Т.к. в сосуде наход. только насыщ. пар и вода, то давление создаст только пар $\Rightarrow$ весь он конденсироваться не может

Тогда для 2 аргумента в задаче: $p \frac{V}{\mu} = \nu_1 R T$

$$\nu_1 = \frac{pV}{\mu R T} \text{ - новое кол-во пара в сосуде}$$

изначально же его было: $\nu = \frac{pV}{\mu R T} \Rightarrow$ воды конденсировалось: $\Delta \nu = \nu - \nu_1$. Тогда ее объем $\Delta V = \frac{\Delta \nu \mu}{\rho}$

$$\text{А пара сейчас } \nu_1 = \frac{pV}{\mu R T} = \frac{\rho_0 V}{\mu p} \quad \nu = \frac{V}{\mu} \quad \nu_1 = \frac{V}{\mu}$$

$$\text{Тогда } \beta = \frac{\rho_0 V}{\mu p (\nu - \nu_1)} = \frac{\rho_0 V}{\mu p \left(\frac{pV}{\mu R T} - \frac{pV}{\mu R T} \right)} = \frac{\rho_0 V}{\mu p \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right)}$$

$$= \frac{\rho_0 R T}{\mu p (\gamma - 1)} = \frac{10^3 \cdot \frac{25}{3} \cdot 368}{18 \cdot 10^{-3} \cdot 8,5 \cdot 10^4 \cdot 3,7} \approx \frac{10^2 \cdot 25 \cdot 368}{18 \cdot 8,5 \cdot 3,68 \cdot 3} = \frac{10^4 \cdot 25}{153 \cdot 3} \approx \frac{10^4}{18} \approx$$

$$\approx \frac{10^4}{2 \cdot 10} \approx 500.$$

P.S. Т.к. ~~в~~ плотность воды много больше плотности пара, то объем воды пренебр.

Ответ: 1) $\alpha = \frac{\mu P}{8RT} \approx 6 \cdot 10^{-4}$

2) $\beta = \frac{8RT}{\mu P(\gamma-1)} \approx 500$.

Продолжение №4

$$\frac{g}{2} (m_1 h_1 + m_2 h_2) = \frac{(m_1 + m_2)(h_1 + h_2)}{2 \cdot 2} g + \frac{(m_1 + m_2)}{2} v^2$$

$$g(m_1 h_1 + m_2 h_2) = \frac{(m_1 + m_2)(h_1 + h_2)}{2} g + (m_1 + m_2) v^2$$

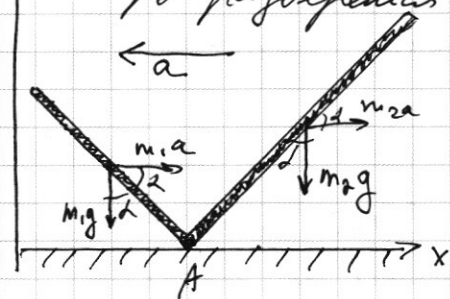
$$g \frac{(m_2 - m_1)(h_2 - h_1)}{2} = (m_1 + m_2) v^2$$

$$g \frac{(h_2 - h_1)}{2} \cdot \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} = v^2$$

$$\frac{g(h_2 - h_1)}{2} \cdot \frac{m_2 - m_2 \frac{h_1}{h_2}}{m_2 + m_2 \frac{h_1}{h_2}} = \frac{g(h_2 - h_1)^2}{2(h_2 + h_1)} = v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{g(h_2 - h_1)^2}{2(h_2 + h_1)}} =$$

$$= \sqrt{\frac{10 \cdot 16}{2 \cdot 20} \cdot 10^{-2}} = \sqrt{0,04} \approx 0,2 \frac{m}{c}$$

Теперь разберемся с ускорением.



Т.к. трубка движется с ускорением, то на ее содержимое действует сила инерции, из-за чего левое колено (содержимое) сильнее давит на содержимое правого $\Rightarrow$ выводим его из состояния равновесия.

Чтобы скомп. эту силу инерции, газ в жидкости перетечет в правое колено, тем самым сильнее давая на левое и все придет в равновесие.

Возьмем в сосуд точку А жидкости. Со стороны левого колена на нее давят силы $(m_1 g + m_1 a) \frac{\sqrt{2}}{2}$. А со стороны правого: $(m_2 g - m_2 a) \frac{\sqrt{2}}{2}$. Т.к. точка А находится в равновесии,

$$m_1 g + m_1 a = m_2 g - m_2 a$$

$$(m_1 + m_2) a = (m_2 - m_1) g \Rightarrow a = g \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} = \frac{m_2 - m_2 \frac{h_1}{h_2}}{m_2 + m_2 \frac{h_1}{h_2}} g = \frac{h_2 - h_1}{h_2 + h_1} g =$$

$$= \frac{4}{20} g = 2 \frac{m}{c^2}$$

Ответ: 1) $a = \frac{h_2 - h_1}{h_2 + h_1} g = 2 \frac{m}{c^2}$

2) $v = (h_2 - h_1) \sqrt{\frac{g}{2(h_2 + h_1)}} = 0,2 \frac{m}{c}$



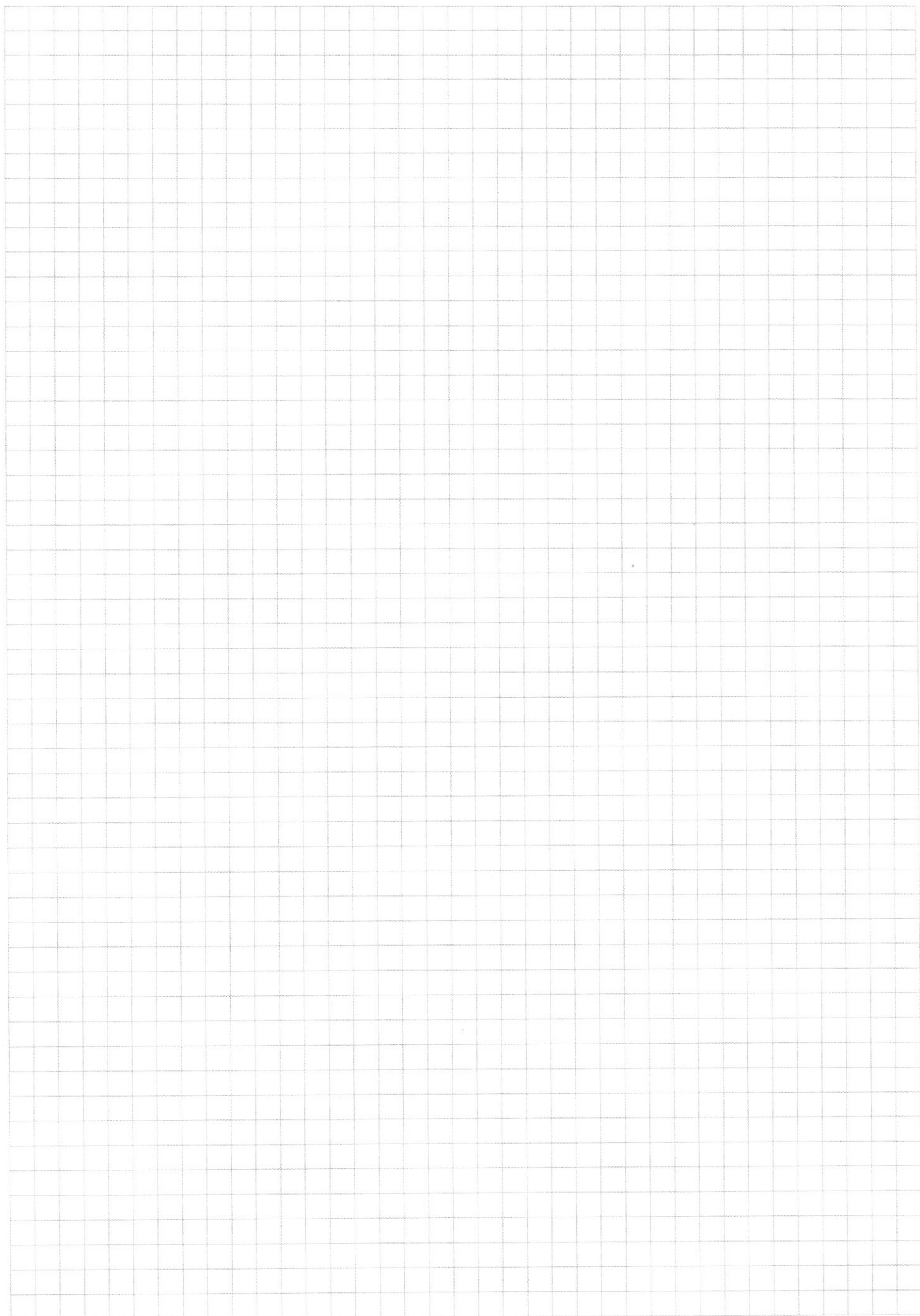
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{array}{r} 151 \\ \times 173 \\ \hline 573 \\ 1337 \\ 191 \\ \hline 26043 \\ \times 8 \\ \hline 208344 \end{array}$$

3,

$$\begin{array}{r} 3,304 \\ \times 4 \\ \hline 13,216 \\ \hline 10,1 \\ \hline 32 \\ \hline 30 \\ \hline 21 \end{array}$$

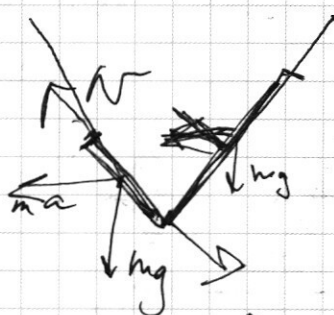
$$\begin{array}{r} 3,3043 \\ \times 3,3 \\ \hline 3,304 \\ \hline 3,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 273 \\ \times 95 \\ \hline 1365 \\ 2457 \\ \hline 25935 \end{array}$$

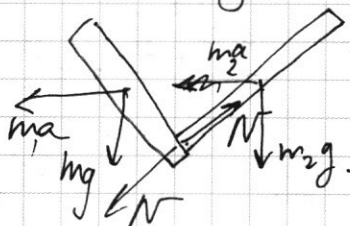
$$\begin{array}{r} 99 \\ \times 1056 \\ \hline 1056 \end{array}$$

$$1530 \div 5 = 306$$

$$\begin{array}{r} 241 \\ \times 173 \\ \hline 723 \\ 1687 \\ 241 \\ \hline 41693 \\ \times 8 \\ \hline 333544 \end{array}$$

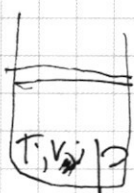


$$ma = N \cos \alpha$$



$$\rho_n = \frac{m_n}{V_n} = \frac{m_n \rho}{\rho_n R T} = \sqrt{\frac{\mu_n}{R T}}$$

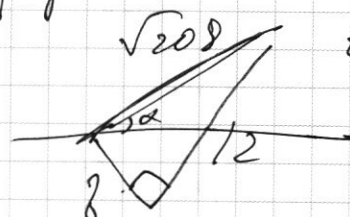
$$\frac{25}{150} = \frac{1}{6}$$



$$\begin{aligned} pV &= \nu_0 RT \\ p_1 V_1 &= \nu_1 RT \\ pV &= \nu_0 p_1 V_1 \\ p \frac{V}{p} &= \nu_1 RT \end{aligned}$$

$$\nu_1 = \frac{pV}{p_1 R T}$$

$$\nu_n = \frac{\nu_1 \mu_n}{\rho_n}$$

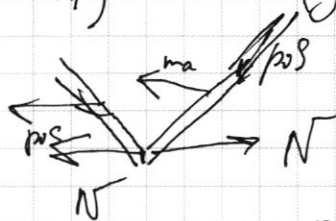
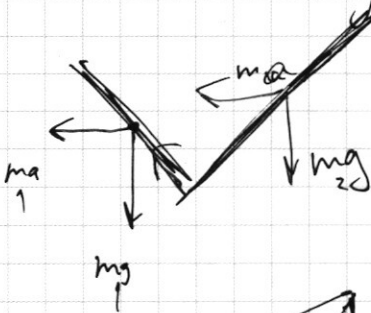


$$8^2 + 12^2 = 64 + 144 = 208$$

$$p = \rho g h \cos \alpha + \frac{\rho g h_1}{s}$$

$$\frac{0,04 \cdot 0,04 \cdot 10}{2 \cdot 0,2} = \frac{0,4 \cdot 0,04}{2 \cdot 0,2} = 0,04$$

$$\rho \cos \alpha (g h + a h_1) = \cos \alpha (g h - a h_2)$$



$$m_1 = \frac{h_1}{h_1 + h_2} m; m_2 = \frac{h_2}{h_1 + h_2} m$$

$$\frac{(h_1 - h_2)^2}{h_1 + h_2} g = v^2$$

$$\frac{21}{8} \cdot \frac{64}{10} = \frac{2 \cdot 13}{10} m_1 a = 16a$$

$$m_1 a = N_1 - p \cdot s \cos \alpha \quad \frac{16}{20} g = v^2$$

$$m_2 a = p \cdot s \cos \alpha - N_2 \quad \sqrt{16} = \sqrt{8}$$

$$\tan \alpha = \frac{4}{10\sqrt{2}} = \frac{2}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{5} = \frac{g}{a}$$

$$a = \frac{5}{\sqrt{2}} g = \frac{50}{\sqrt{2}} = \frac{25}{\sqrt{2}} \approx 17,7$$

$$\frac{a}{g} = \frac{\cos \alpha}{2} \quad v = \sqrt{\frac{152}{20} \cos \alpha}$$

$$\begin{array}{r} \times 173 \\ 141 \\ \hline 173 \\ 173 \\ \hline 29393 \end{array}$$

Линейный
модуль
+ линейный

$$x = 4 \cos \alpha \cdot \frac{8}{20} + 10 \cos \alpha \cdot \frac{12}{20} = \frac{(32 + 120) \cos \alpha}{20} = \frac{152}{20} \cos \alpha$$

$$\times 2,44$$



$$y_c = 4 \cos \alpha \cdot \frac{8}{20}$$

$$= \frac{76}{10} \cos \alpha = 7,6 \cos \alpha$$

$$N \sin \alpha = mg$$

$$N \cos \alpha = T$$

$$T = g \frac{e^2}{2}$$

$$\sqrt{\frac{24}{g}} = \sqrt{3,2} \quad 1,6$$

$$\frac{(m_1 - m_2)(h_1 - h_2)}{m_1 + m_2} g = \frac{(h_1 + h_2) v^2}{2}$$

$$v^2 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} (h_1 - h_2) g$$

$$(m_1 h_1 + m_2 h_2) g = \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} + (m_1 + m_2) g \frac{(h_1 + h_2)}{2}$$

$$\frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} = g \left(h_1 h_1 + m_2 h_2 - m_1 \frac{h_1}{2} - m_2 \frac{h_2}{2} - m_1 \frac{h_2}{2} - m_2 \frac{h_1}{2} \right) = g (m_1 h_1 + m_2 h_2)$$