

Олимпиада «Физтех» по физике, (

Вариант 10-02

Класс 10

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без в.

1. Гайку бросают с вышки со скоростью $V_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. В полете гайка все время приближалась к горизонтальной поверхности Земли и упала на нее со скоростью $2V_0$.

- 1) Найти вертикальную компоненту скорости гайки при падении на Землю.
- 2) Найти время полета гайки.
- 3) С какой высоты была брошена гайка?

Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

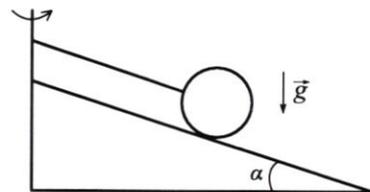
2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 2m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ .



- 1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?
- 2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?
- 3) За какое время человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F ($F > F_0$) к канату?

3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

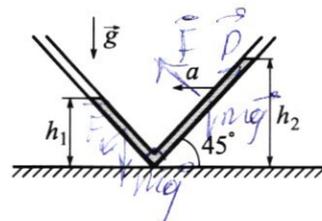
- 1) Найти силу давления шара на клин, если система покоится.
- 2) Найти силу давления шара на клин, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.



4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^\circ$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении с ускорением $a = 4$ м/с² уровень масла в одном из колен трубки устанавливается на высоте $h_1 = 10$ см.

- 1) На какой высоте h_2 установится уровень масла в другом колене?
- 2) С какой скоростью V будет двигаться жидкость в трубке относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет») и когда уровни масла будут находиться на одинаковой высоте?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Действие сил трения пренебрежимо мало.



5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 27°C и давлении $P = 3,55 \cdot 10^3$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

- 1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.
- 2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 5,6$ раза.

Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см³, $\mu = 18$ г/моль.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\text{III ЗН: } |\vec{P}| = |\vec{N}|$$

$$\text{II ЗН: } \vec{T} + \vec{N} + \vec{P} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$Ox: -T + mg \sin \alpha = ma_x$$

$$Oy: N - mg \cos \alpha = ma_y$$

при $\alpha = 0$

$$T = mg \sin \alpha$$

$$P = N = mg \cos \alpha$$

при $\alpha \neq 0$

$$P = m(a_y + g \cos \alpha) = N$$

несколько вращением колеса происходит в горизонтальной плоскости, но вектор ускорения \vec{a} тоже направлен горизонтально, значит

$$P = m(-a \sin \alpha + g \cos \alpha)$$

$$a + mg \sin \alpha - T = m(-a \cos \alpha)$$

$$-a = \frac{mg \sin \alpha}{m \cos \alpha} - \frac{T}{m \cos \alpha}$$

$$P = m \left(\frac{mg \sin \alpha - T}{m \cos \alpha} + g \cos \alpha \right) \quad \text{эта формула}$$

$$a = \omega^2 r$$

$$r = L \cos \alpha, \text{ но}$$

$$P = m(-\omega^2 L \cos \alpha \sin \alpha + g \cos \alpha) = m \cos \alpha (g - \omega^2 L \sin \alpha)$$

Очевидно: при $\omega = 0$ $P = mg \cos \alpha$, при $\omega \neq 0$

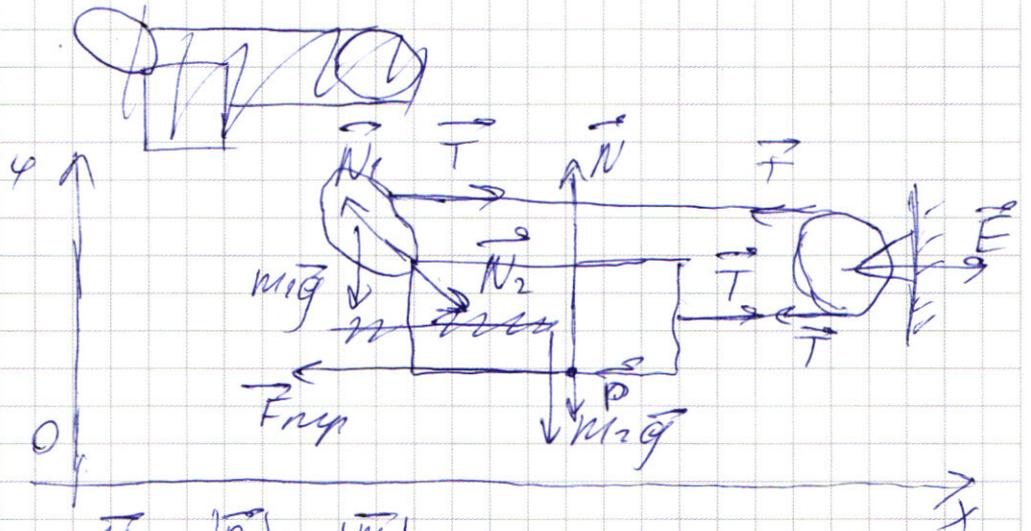
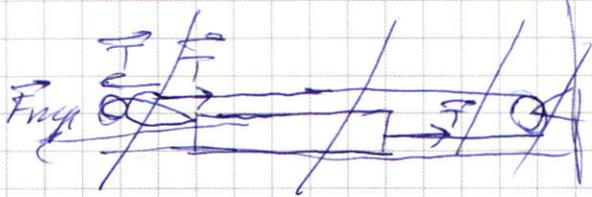
$$P = m \cos \alpha (g - \omega^2 L \sin \alpha)$$

22

Дано: $s, m=mm, m_2=2m$

Найти: $\rho=? F_0=? , \varphi=?$ при $F > F_0$.

Решение:



1) по III ЗМ: $\vec{N}_1 = -\vec{N}_2, |\vec{\rho}| = |\vec{N}|$

по II ЗМ: $\vec{N}_1 + \vec{T} + m_1\vec{g} = m\vec{a}_1$

$$\vec{N}_1 = m\vec{a}_1 - m_1\vec{g} - \vec{T}$$

Векторы \vec{a}_1 и \vec{T} лежат в горизонтальной плоскости, $m_1\vec{g} = m_1g\vec{y}$.

$-\vec{N}_2 = \vec{N}_1 = \vec{N}_{1y} + \vec{N}_{1x}$, значит $(-\vec{N}_2)_y = \vec{N}_{1y} = m_1g$, т.к. вектор

можем разложить на 2 вектора только те выра-
жения чрез 2 данных вектора только тем, тогда

II ЗМ. ОУ: $N - m_2g + (-m_1g) - (-m_1g) = 0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$P = N = m_2 g + m_1 g = 3m g$$

2) найдем F_0 . Минимальной силой является та, при которой человек сможет удержать ящик, не создавая ускорения.

по закону Кулона-Ампера $F_{\text{тр}} = \mu N$

$$\text{ИЗН. ОХ: } T - F_{\text{тр}} + N_2 x = 0$$

$$T + N_2 x = 0$$

$$-N_2 x = N_1 x, \text{ т.к. } \vec{N}_2 = -\vec{N}_1, \text{ т.о.}$$

$$N_2 x = T$$

$$T - \mu N + T = 0$$

$$\text{изн. } T \quad N = 3m g = (m_2 + m_1) g$$

$$2T = (m_2 + m_1) g \mu$$

$$F_0 = T = \frac{3}{2} \mu g m$$

3) при $F > F_0$ создается некоторое ускорение. Чтобы получить конкретное время надо предположить, что при $t = 0$ тело покоилось, тогда:

$$\text{ИЗН. ОХ: } T - F_{\text{тр}} + N_2 x = m_2 a$$

$$T + N_2 x = m_2 a$$

$$N_2 x = -N_1 x = T - m_2 a$$

$$T - \mu(m_2 + m_1)g + T - m_2 a = m_2 a$$

$$2T - \mu(m_2 + m_1)g = (m_2 + m_1)a$$

$$a = \frac{2T}{m_1 + m_2} + \mu g = \frac{2T}{3m} + \mu g$$

$$s = \frac{at^2}{2}$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2s}{\frac{2T}{3m} + \mu g}} = \sqrt{\frac{65m}{2T + 3m\mu g}}$$

Оценим: $P = 3 \text{ мкг}$, $F_0 = \frac{3}{2} \mu \text{мг}$, $t = \sqrt{\frac{65m}{2T + 3m\mu g}}$
 $\sqrt{5}$

Дано: $p = 3,55 \cdot 10^3 \text{ Па}$, $T = 300 \text{ К}$, $\frac{V_1}{V_2} = 5,6$, $\rho = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$,
 $\mu = 18 \frac{\text{г}}{\text{моль}} = 0,018 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

Найти: $\frac{p_n}{p_b} = ?$, $\frac{V_k}{V_b} = ?$

Решение:

1) 3 м-к: $pV = \nu RT$

$$p = \frac{m}{V} \frac{RT}{\mu}$$

$$p_n = \frac{\mu p}{RT} = \frac{0,018 \cdot 3,55 \cdot 10^3}{8,31 \cdot 300} = \frac{18 \cdot 3,55}{831 \cdot 3} = \frac{63,9}{2493} =$$

$$= \frac{3 \cdot 71}{277 \cdot 10} = \frac{71}{277 \cdot 10} = 0,0256 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\frac{p_n}{p_b} = \frac{0,0256}{1000} = 2,56 \cdot 10^{-5}$$

$$\begin{array}{r} 71 \overline{) 277} \\ \underline{0} 256 \\ \underline{710} \\ 557 \\ \underline{1560} \\ 1385 \\ \underline{1750} \\ 662 \\ \underline{1880} \end{array}$$

2) \checkmark поскольку пар насыщенный, то при сжатии давление увеличится не будет, а будет увеличиваться количество воды, находящееся в газообразном состоянии, то $\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$ $\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{m_2}{m_1}$

количество воды равно количеству сжатого пара, то $V_b = \chi \rho_b V = \chi \mu (V_1 - V_2) / \rho$
 $V_2 = V_1 \frac{V_2}{V_1}$, то $V_b = \chi \mu V_1 \left(1 - \frac{V_2}{V_1}\right) = \frac{\chi \mu V_1 (V_1 - V_2)}{V_1 \rho}$

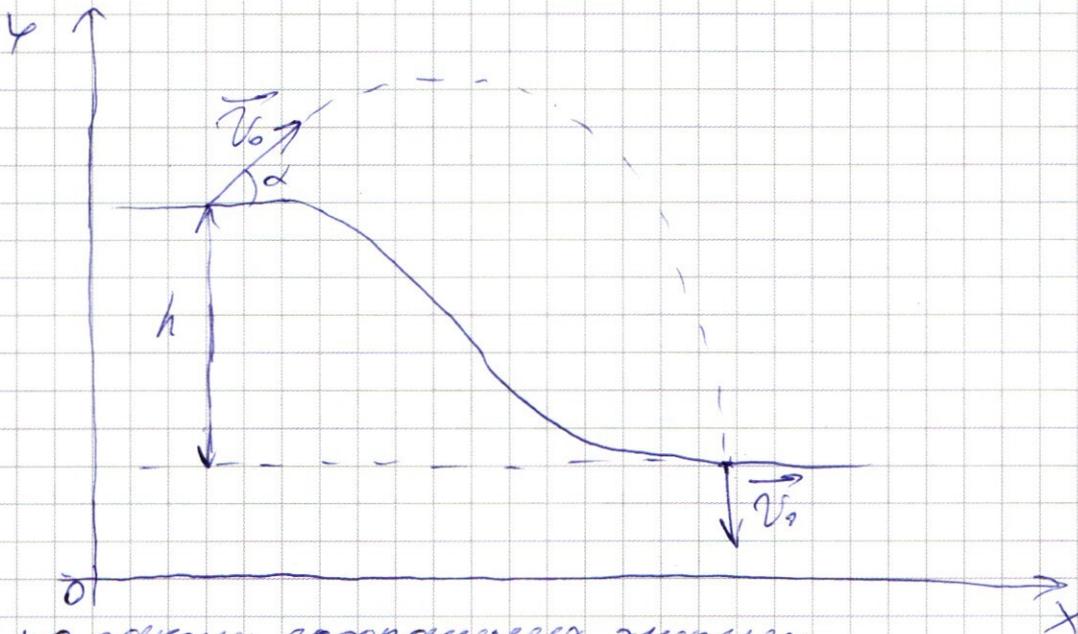
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано: $\alpha = 30^\circ$, v_0 , $v_1 = 2v_0$, $v_0 = 10 \frac{m}{c}$

Найти: $v_{xy} = ?$, $t = ?$, $h = ?$

Решение:



1) по закону сохранения энергии

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{mv_1^2}{2}$$

$$\frac{v_0^2}{2} + gh = \frac{4v_0^2}{2}$$

$$v_0^2 + 2gh = 4v_0^2$$

$$2gh = 3v_0^2 \quad v_0 = \sqrt{\frac{2gh}{3}} \quad \# \text{ 2-й}$$

$$h = \frac{3v_0^2}{2g} = \frac{3 \cdot 100}{2 \cdot 10} = 15 \text{ м}$$

2) $v_x = v_0 \cos \alpha$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - \frac{gt^2}{2} - gt$$

где t - время от начала полета.

$$v_x^2 + v_y^2 = v^2, \text{ но}$$

$$v_0^2 \cos^2 \alpha + v_0^2 \sin^2 \alpha + \frac{g^2 t^4}{4} - g t^2 v_0 \sin \alpha = 4v_0^2$$

$$v_0^2 \cos^2 \alpha + v_0^2 \sin^2 \alpha + g^2 t^2 - 2v_0 \sin \alpha g t = v_1^2$$

$$v_0^2 + g^2 t^2 - 2v_0 \sin \alpha g t = 4v_0^2$$

$$g^2 t^2 - 2v_0 \sin \alpha g t - 3v_0^2 = 0$$

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha g \pm \sqrt{4v_0^2 \sin^2 \alpha g^2 + 12v_0^2 g^2}}{2g^2} =$$

$$= \frac{v_0 \sin \alpha \pm \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 3v_0^2}}{g} =$$

$$= \frac{v_0 (\sin \alpha \pm \sqrt{\sin^2 \alpha + 3})}{g} = \frac{v_0 (\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 3})}{g} =$$

$$= \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{13}}{2}, \text{ но } t > 0, \text{ но } t = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$3) \text{ у м. 2. } v_y = \pm \sqrt{v^2 - v_x^2}$$

$$v_{y1} = \pm \sqrt{v_1^2 - v_{x1}^2} = \pm \sqrt{4v_0^2 - v_0^2 \cos^2 \alpha} = \pm v_0 \sqrt{4 - \cos^2 \alpha} =$$

$$= \pm v_0 \sqrt{3 + \sin^2 \alpha} = \pm 10 \sqrt{3 + \frac{1}{4}} = \pm 10 \frac{\sqrt{13}}{2} = \pm 5\sqrt{13}$$

но, при $v = |v_1|$, ракета летит вверх, т.е. скорость
стало больше, чем было вначале, значит

$$\vec{v}_y \parallel \vec{Oy}, \text{ но } v_{y1} = -5\sqrt{13}$$

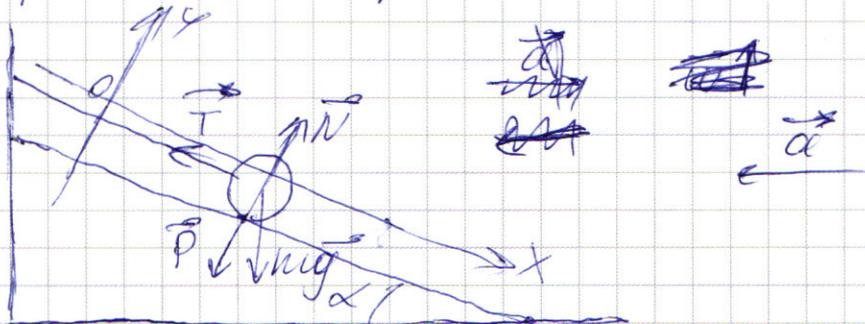
$$\text{Отвечая: } v_y = -5\sqrt{13}, t = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2}, h = 15 \text{ м.}$$

~3

Дано: $m, R, L, \alpha, \mu = 0$.

Найти: $P_1 = ?$ при $\omega = 0$, $P_2 = ?$ при $\omega \neq 0$.

Решение:



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\rho v_1 = \rho_1 RT$$

$$v_1 = \frac{\rho v_1}{\rho_1} \text{ или } \frac{v_2}{v_1} = \frac{\rho_1 \mu \rho_2}{\rho_2 \mu \rho_1} (v_1 - v_2) = \frac{\rho_1 \mu \rho_2}{\rho_2 \mu \rho_1} (v_1 - v_2)$$

$$v_2 = \frac{\rho_1 \mu \rho_2}{\rho_2 \mu \rho_1} v_1 = \frac{\rho_1 \mu \rho_2}{\rho_2 \mu \rho_1} v_1$$

$$v_2 = v_1 \frac{v_2}{v_1} = \frac{\rho_1 \mu \rho_2}{\rho_2 \mu \rho_1} v_1$$

$$\text{или } \frac{v_2}{v_1} = \frac{\rho_1 \mu \rho_2}{\rho_2 \mu \rho_1} \frac{v_2}{v_1}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\rho_1 \mu \rho_2}{\rho_2 \mu \rho_1} \frac{v_2}{v_1} = \frac{\rho_1 \mu \rho_2}{\rho_2 \mu \rho_1} \frac{v_2}{v_1}$$

$$v_2 = \frac{\rho_1 \mu v_1}{\rho_2} = \frac{\rho_1 \mu v_1}{\rho_2} = \frac{\rho_1 \mu v_1}{\rho_2} = \frac{\rho_1 \mu v_1}{\rho_2}$$

$$v_2 = \frac{\rho_1 \mu v_1 (v_1 - v_2)}{\rho_2} = \frac{\rho_1 \mu v_1}{\rho_2} \left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right)$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\rho_1 \mu v_1 (v_1 - v_2)}{\rho_2 v_1} = \frac{\rho_1 \mu (v_1 - v_2)}{\rho_2} = \frac{\rho_1 \mu}{\rho_2} \left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right)$$

$$= \frac{8,31 \cdot 300 \cdot 1000}{3,55 \cdot 10^3 \cdot (5,6 - 1) \cdot 0,018} = \frac{831 \cdot 3 \cdot 1000}{355 \cdot 46 \cdot 0,018} = \frac{831 \cdot 3 \cdot 10^3}{355 \cdot 46 \cdot 18 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= \frac{2770 \cdot 10^4}{3266 \cdot 355} = 0,8 \cdot 10^4 = 8 \cdot 10^3 = 8000$$

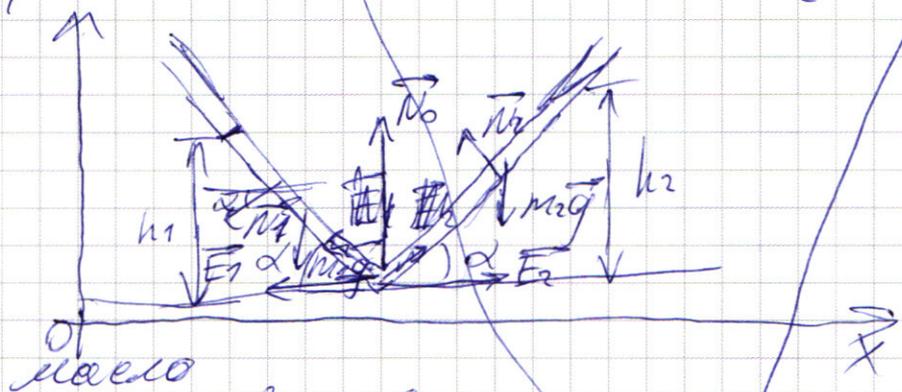
$$\begin{array}{r} 2770 \quad | \quad 3266 \\ \underline{072} \quad | \quad 08 \\ 27700 \quad | \\ \underline{26928} \quad | \\ 572 \text{ (ост.)} \end{array}$$

Ответ: $\frac{v_2}{v_1} = 8 \cdot 10^3$, $\frac{\rho_1}{\rho_2} = 2,56 \cdot 10^{-5}$.

Дано: $\alpha = 45^\circ$, $h_1 = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$, $a = \frac{4 \text{ м}}{\text{с}^2}$

Найти: $h_2 = ?$, $v = ?$

Решение:



Вода в правом колене трубки поднимается, а в левом опускается из-за того, что трубка движется равноускоренно, создаст силу нормальной реакции опоры, действующую на жидкость, по II ЗН можно зависать так:

II ЗН. OY: $-mg + N_{2y} + E_{1y} + N_{1y} = 0$
 $-mg + N_{1y} + E_{1y} = 0$
 OX: $N_{1x} = m a_x + E_{1x}$
 $N_{2x} = m a_x$

$a_y = 0$, т.к. направление ускорения горизонтальное.

~~Угол между \vec{N}_1 и \vec{N}_2 и Ox — 45° , но~~

~~$N_{1x} = N_1 \cos 45^\circ = N_{2x} = N_2 \cos 45^\circ$, но $|\vec{N}_1| = |\vec{N}_2|$~~

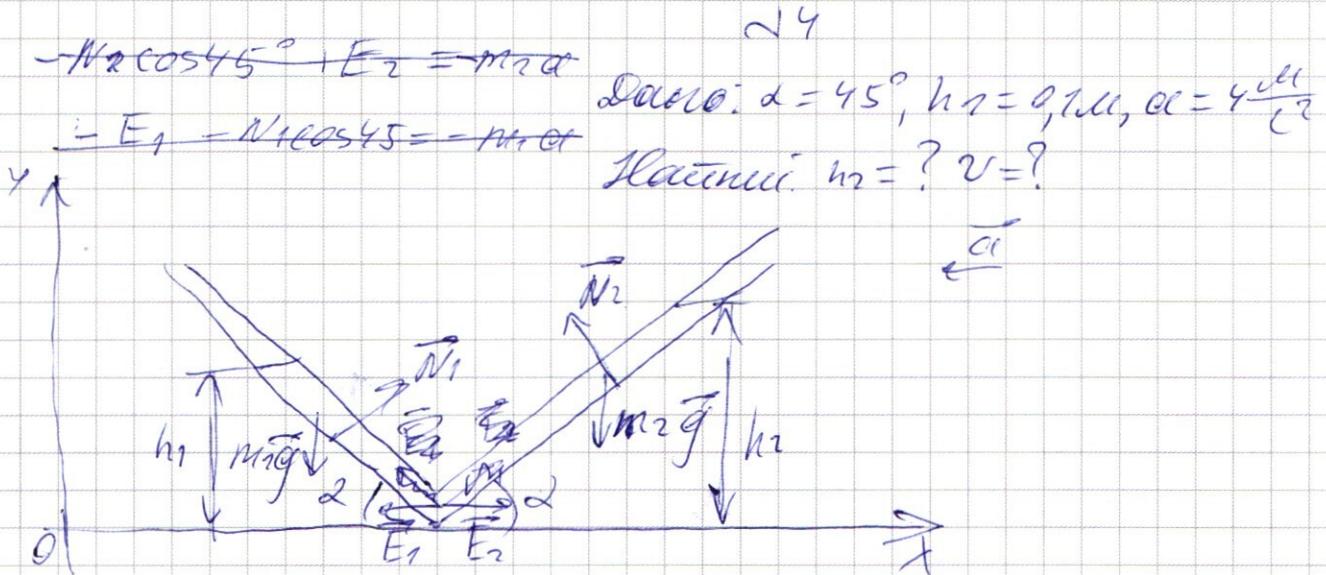
~~$N_{1y} = -N_1 \cos 45^\circ$ $N_{2y} = N_2 \cos 45^\circ$~~

E_1 и E_2 — силы, с которыми масса в левом колене действует на массу в правом колене и наоборот.

~~Угол между \vec{N}_1 и Ox , а также \vec{N}_2 и Ox~~

исходя из III его закона Ньютона можно сказать, что $-E_1 = E_2$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



По y-и: $-m_1 g + N_1 \cos 45^\circ + E_y = 0$ $E_y = 0$

$-m_2 g + N_2 \cos \alpha + E_y = 0$

По x-и: $N_1 \cos \alpha + E_{x1} = -m_1 a$

$E_{x1} = -E_1 = -E$

$-N_2 \cos \alpha + E_{x2} = -m_2 a$

$E_{x2} = E_2 = E$

\vec{E} — сила, с которой действуют массы вправо на левую массу и влево на правую массу наоборот.

$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = E$ по III-ему закону Ньютона.

$N_1 \cos \alpha - N_2 \cos \alpha = -a(m_1 + m_2)$

$N_1 = N_2 - \frac{a(m_1 + m_2)}{\cos \alpha}$

$\frac{m_2 - 1}{1 + \frac{m_2}{m_1}} = \frac{a}{g}$

$-m_1 g + N_1 \cos \alpha - a(m_1 + m_2) = 0$

$\frac{m_2}{m_1} - 1 = \frac{a}{g} + \frac{a m_2}{g m_1}$

$-m_2 g + N_2 \cos \alpha = 0$

$(1 - \frac{a}{g}) \frac{m_2}{m_1 + \frac{a}{g}} = 1 + \frac{a}{g}$

$m_2 g - m_1 g = a(m_1 + m_2)$

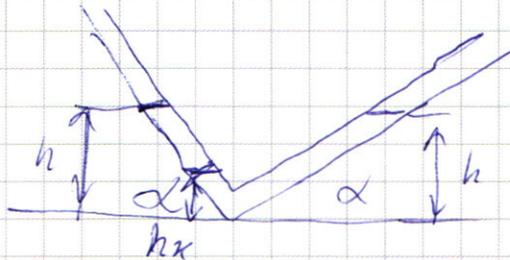
$\frac{m_2}{m_1} = \frac{1 + \frac{a}{g}}{1 - \frac{a}{g}} = \frac{g+a}{g-a}$

$\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} = \frac{a}{g}$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{k_1}{k_2}, \text{ т.о. } \frac{m_2}{m_1} = \frac{k_2}{k_1} \quad h_2 = k_2 \frac{m_2}{m_1} = k_1 \frac{g + \alpha}{g - \alpha} =$$

$$= 0,1 \cdot \frac{14}{6} = \frac{147}{60} = \frac{7}{30} \text{ м}$$

2)



Давайте возьмем систему отсчета, приращиваемую к трубе. Для нее можно рассмотреть закон сохранения энергии в следующем виде:

$$\frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} + (m_1 + m_2)gh_{02} = (m_1 + m_2)gh_0$$

h_0 - высота, на которой находится центр масс жидкости, h_{02} - куда он переместится. $h_0 = h_{02}$, т.о. $v = 0$.
 v - величина ее же скорости, которую надо считать.

Посчитаем на границе: ~~верхней поверхности жидкости~~
~~на границе между системой отсчета.~~

$$m_2 g \frac{h_2}{2} = \frac{m_2 v^2}{2} + m_2 g h_{20}$$

$$m_1 g \frac{h_1}{2} = \frac{m_1 v^2}{2} + m_1 g h_{10}$$

$$m_{02} \left(1 + \frac{k}{k_k}\right) = m_2$$

$$h + h_k = h_2 \quad h_k = h - h_2$$

$$h + h_k = h_2 \quad h - h_k = h_1$$

$$h_{10} = \frac{h - h_k}{2}$$

$$h_{20} = \left(m_k \frac{h_k}{2} + m_{02} h\right) : m_2$$

$$m_{02} = \frac{m_2}{1 + \frac{h}{h_k - h_2}}$$

$$m_k + m_{02} = m_2$$

$$\frac{m_k}{m_{02}} = \frac{h}{h_k}$$

$$h = \frac{h_1 + h_2}{2}$$

$$h_k = h \frac{m_{02}}{m_k}$$

$$h_{20} = \left(\frac{h m_{02}}{2} + \frac{m_{02} h}{2}\right) : m_2 = m_{02} h : m_2$$

черновик чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 789

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$h_{20} = \frac{1}{2 + \frac{h}{h-h_2}} = \frac{h-h_2}{h-h_2+h}$$

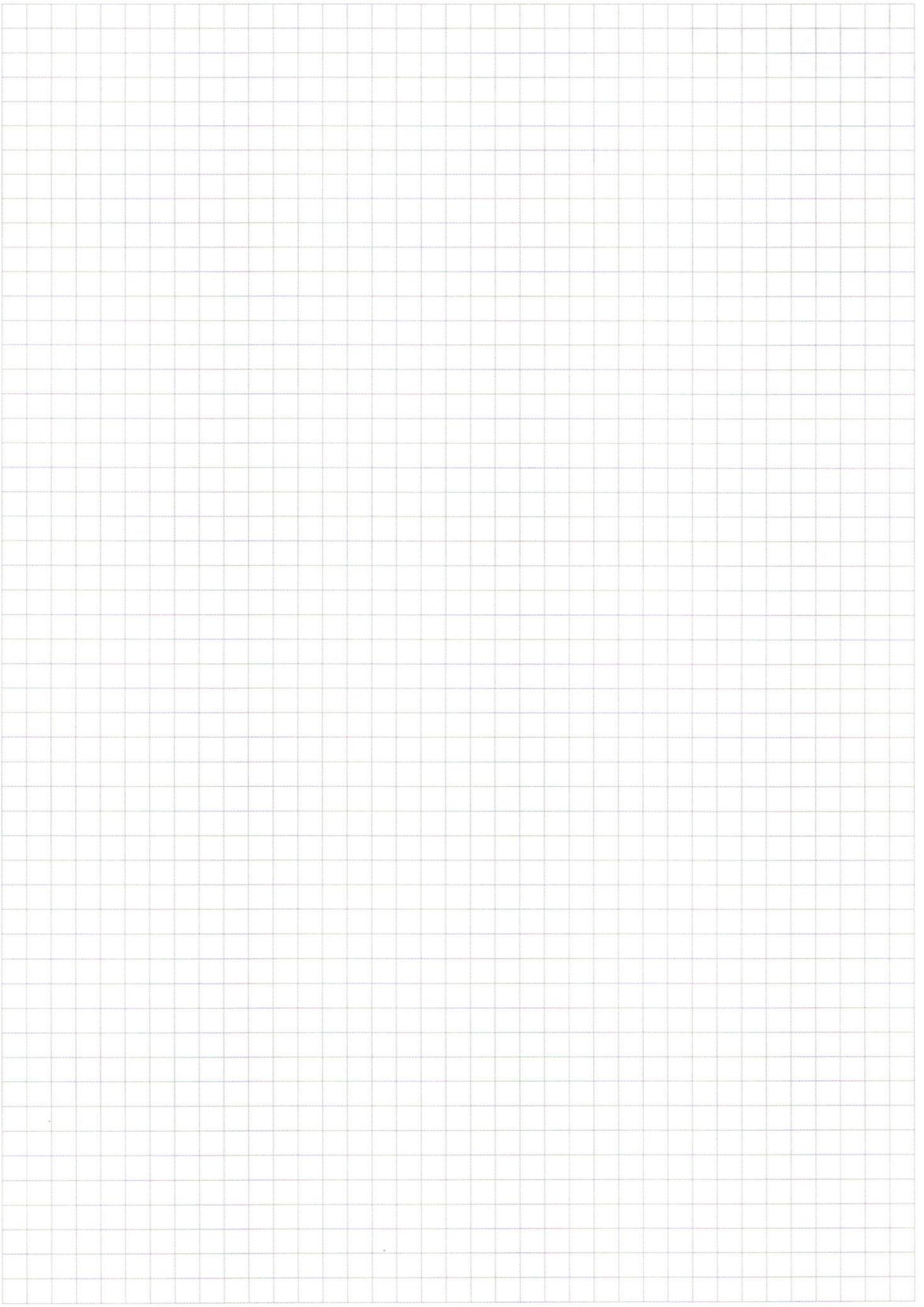
$$h = \frac{h_2+h_1}{2} \quad h_2 \text{ и } h_1 \text{ — величина, которую можно легко вычислить}$$

$$h_{20} = \frac{h-h_2+h_1}{2} = \frac{2h-h_2}{2}$$

h_{20} тогда можно легко вычислить

$$v^2 = 2g \left(\frac{h_2}{2} - h_{20} \right)$$

$$v = \sqrt{g \left(\frac{h_2}{2} - h_{20} \right)}$$

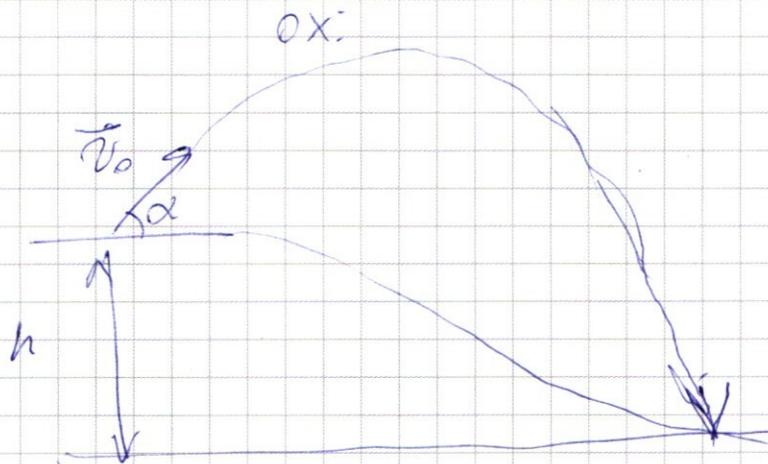


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

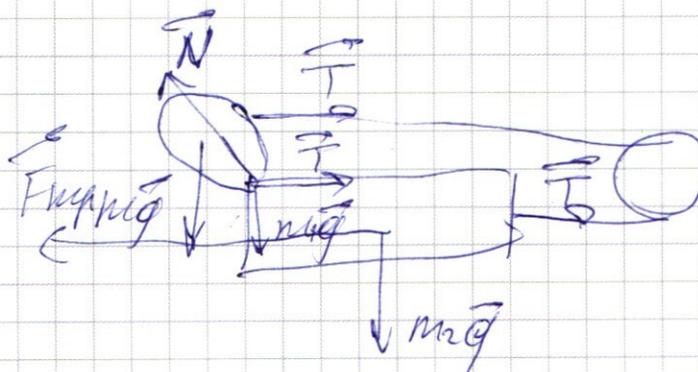
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} OY: -mg + N \cos \alpha &= 0 \\ -mg + N \cos \alpha &= 0 \end{aligned}$$



$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{mv^2}{2}$$



$$T = \frac{0.1 \cdot 9.8}{2} \cdot 3m$$

$$\begin{array}{r} \times 277 \\ 5 \\ \hline 1385 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 277 \\ 6 \\ \hline 1662 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 277 \\ 8 \\ \hline 2216 \end{array}$$

$$\frac{\mu(\gamma-1)}{\rho}$$

$$\frac{RT \mu}{\rho \gamma}$$

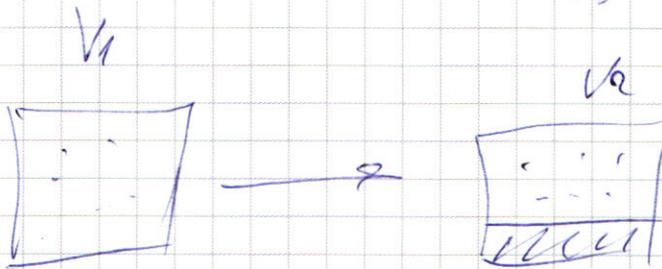
$$\frac{RT \mu \rho \gamma}{\rho \gamma \cdot \mu(\gamma-1)} = \frac{RT \rho}{\mu(\gamma-1)}$$



$$= \frac{RT \rho}{\mu(\gamma-1)}$$

~~$$\begin{array}{r} \times 277 \\ 4 \\ \hline \end{array}$$~~

$$\begin{array}{r} > 277 \\ 3 \\ \hline 831 \\ > 277 \\ 2 \\ \hline 554 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} \times 3266 \\ 8 \\ \hline 26128 \end{array}$$

$$\mu \rho \gamma h_1 + p = \rho \gamma h_2 + p$$

$$\rho V = \rho RT$$

$$\rho = \frac{\rho}{M} RT$$

$$\rho = \frac{\mu \rho}{RT}$$

$$\rho V = \rho RT$$

$$V_{m2} = \frac{\rho RT}{\rho} = V_1 \frac{V_2}{V_1} \frac{RT}{\rho}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

$$0 = \rho h_1 \times \cos \alpha - \rho h_2 \times \cos \beta$$

$$\rho h_1 \cos \alpha + \rho \gamma h_1 = \rho h_2 \cos \alpha + \rho \gamma h_2$$

