

Олимпиада «Физтех» по физике, (

Вариант 10-01

Класс 10

Бланк задания обязательно должен быть вложен в работу. Работы без в.

1. Камень бросают с вышки со скоростью $V_0 = 8$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. В полете камень все время приближался к горизонтальной поверхности Земли и упал на нее со скоростью $2,5V_0$.

1) Найти вертикальную компоненту скорости камня при падении на Землю.

2) Найти время полета камня.

3) Найти горизонтальное смещение камня за время полета.

Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. Человеку, упирающемуся в ящик ногами, надо передвинуть ящик из состояния покоя по горизонтальному полу на расстояние S к стене (см. рис.). Массы человека и ящика равны соответственно m и $M = 5m$. Натянутые части каната, не соприкасающиеся с блоком, горизонтальны. Массами каната, блока и трением в оси блока можно пренебречь. Коэффициент трения между ящиком и полом μ .



1) С какой силой ящик с человеком давят на пол при движении ящика?

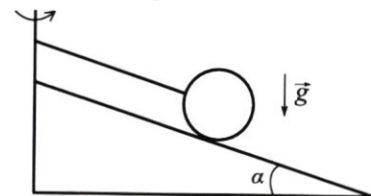
2) С какой минимальной постоянной силой надо тянуть человеку канат, чтобы осуществить задуманное?

3) Какой скорости достигнет ящик, если человек осуществит задуманное, приложив постоянную силу F ($F > F_0$) к канату?

3. Однородный шар массой m и радиусом R находится на гладкой поверхности клина, наклоненной под углом α к горизонту (см. рис.). Шар удерживается нитью длиной L , привязанной к вертикальной оси, проходящей через вершину клина. Нить параллельна поверхности клина.

1) Найти силу натяжения нити, если система покоится.

2) Найти силу натяжения нити, если система вращается с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину клина, а шар не отрывается от клина.

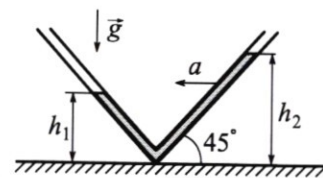


4. Трубка, изогнутая под прямым углом, расположена в вертикальной плоскости и заполнена маслом (см. рис.). Угол $\alpha = 45^\circ$. При равноускоренном движении трубки в горизонтальном направлении уровни масла в коленях трубки устанавливаются на высотах $h_1 = 8$ см и $h_2 = 12$ см.

1) Найдите ускорение a трубки.

2) С какой максимальной скоростью V будет двигаться жидкость относительно трубки после того как трубка внезапно станет двигаться равномерно (ускорение «исчезнет»)?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Действие сил трения пренебрежимо мало.



5. В цилиндрическом сосуде под поршнем находится насыщенный водяной пар при температуре 95°C и давлении $P = 8,5 \cdot 10^4$ Па. В медленном изотермическом процессе уменьшения объема пар начинает конденсироваться, превращаясь в воду.

1) Найти отношение плотности пара к плотности воды в условиях опыта.

2) Найти отношение объема пара к объему воды к моменту, когда объем пара уменьшится в $\gamma = 4,7$ раза.

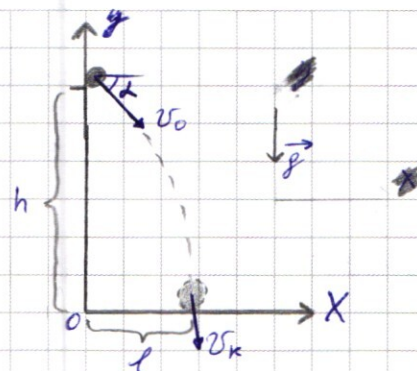
Плотность и молярная масса воды $\rho = 1$ г/см³, $\mu = 18$ г/моль.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.

И	$v_{ky}; t_n; l$
Д	$v_0 = 8 \text{ м/с}$
	$\alpha = 60^\circ$
	$v_k = 2,5 v_0 = 20 \text{ м/с}$
	$g = 10 \text{ м/с}^2$

Пл. к. камень все время
приближался к земле,
то бросали его вниз.



v_{ky}, v_{kx} — проекции $\vec{v}_k$ на оси Oy и Ox

$$Oy: h = \sin \alpha v_0 t_n + \frac{g t_n^2}{2}$$

$$v_{ky} = v_0 \cdot \sin \alpha + g t_n$$

$$Ox: l = \cos \alpha v_0 t_n$$

$$v_{kx} = v_0 \cdot \cos \alpha$$

$$v_{ky}^2 + v_{kx}^2 = v_k^2$$

$$v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha + 2 v_0 \cdot \sin \alpha g t_n + g^2 t_n^2 + v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha = 6,25 - v_0^2$$

$$g^2 t_n^2 + 2 v_0 \cdot \sin \alpha g t_n + v_0^2 \cdot (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 6,25) = 0$$

$$g^2 t_n^2 + 2 v_0 \cdot \sin \alpha g t_n + v_0^2 \cdot (-5,25) = 0$$

$$25 t_n^2 + 20 \sqrt{3} t_n - 84 = 0$$

$$D = 1200 + 8400 = 9600$$

$$t_n = \frac{-20\sqrt{3} \pm 40\sqrt{6}}{50} \approx \frac{-20 \cdot 1,7 \pm 40 \cdot 2,4}{50}$$

$$t_{n1} = 1,24 \text{ с}$$

$$t_{n2} < 0 \text{ (не подходит)}$$

$$v_{ky} = v_0 \cdot \sin \alpha + g t_n \approx 19 \text{ м/с}$$

$$l = \cos \alpha \cdot v_0 t_n = \frac{1}{2} \cdot 19 \cdot 1,24 \approx 12 \text{ м}$$

Ответ: $v_{ky} = 19 \text{ м/с}$; $t_n = 1,24 \text{ с}$; $l = 12 \text{ м}$.

3.

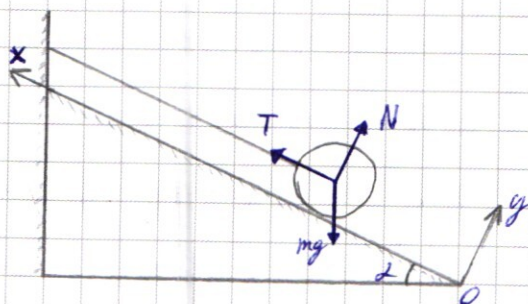
И	$T; T_w$
Д	m
	R
	α
	L
	ω
	$g = 10 \text{ м/с}^2$

1) 2-ой закон Ньютона:

$$\vec{T} + \vec{N} + \vec{mg} = 0$$

$$Ox: T = \sin \alpha \cdot mg$$

$$Oy: N = \cos \alpha \cdot mg$$



2) Шар находится на расстоянии $(L+R) \cdot \cos \alpha$ от центра.

2-ой закон Ньютона примет вид:

Ох: $T_0 - mg \cdot \sin \alpha = ma$, где T_0 — сила натяжения нити в втором случае.

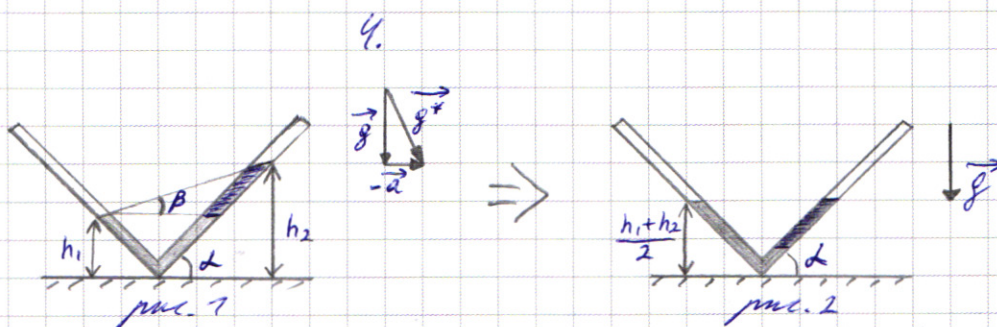
$a = \omega^2 r = \omega^2 (L+R) \cdot \cos \alpha$ — центростремительное ускорение.

$T_0 - mg \cdot \sin \alpha = m \omega^2 (L+R) \cdot \cos \alpha$

$T_0 = m(g \cdot \sin \alpha + \omega^2 (L+R) \cdot \cos \alpha)$

Ответ: $T = \sin \alpha \cdot mg$; $T_0 = m(g \cdot \sin \alpha + \omega^2 (L+R) \cdot \cos \alpha)$

И a ; v
 Д $\alpha = 45^\circ$
 $h_1 = 8 \text{ см}$
 $h_2 = 72 \text{ см}$



1) Переходим в неИСО трубки (рис. 1)

Тогда «новое ускорение свободного падения» $\vec{g}^* = \vec{g} - \vec{a}$

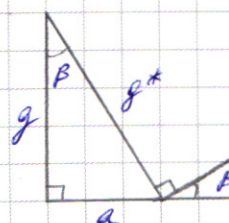
Логично, что уровень жидкости будет перпендикулярен вектору $\vec{g}^*$. Длина столба масла слева: $\frac{h_1}{\sin \alpha}$;

справа: $\frac{h_2}{\sin \alpha}$. Найдем $\angle \beta$ на рис. 1:

$\tan \beta = \frac{\frac{h_2}{\sin \alpha} - \frac{h_1}{\sin \alpha}}{\frac{h_1}{\sin \alpha} + \frac{h_2}{\sin \alpha}} = \frac{h_2 - h_1}{h_2 + h_1} \cdot \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10}$

Из геометрии: $\tan \beta = \frac{a}{g} = \frac{\sqrt{2}}{10} \Rightarrow$

$\Rightarrow a = \sqrt{2} \approx 1,4 \text{ м/с}^2$



2) Возвращаемся в земную ИСО.

Система при исчезающем ускорении $\vec{a}$ будет переходить из состояния рис. 1 в рис. 2

Столб масла $h_2 - h_1$ (отличен) совершит перемещение на $\frac{h_2 - h_1}{2}$ вниз (упадет).

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ЗСЭ: $mg \frac{h_2 - h_1}{2} = \frac{mv^2}{2}$
 $g \frac{h_2 - h_1}{2} = \frac{v^2}{2}$
 $v = \sqrt{g(h_2 - h_1)} = \sqrt{40} \approx 6,3 \text{ м/с}$

Ответ: $a = 1,4 \text{ м/с}^2$; $v = 6,3 \text{ м/с}$.

5.

№	$\frac{\rho_n}{\rho}$, $\frac{V_2}{V_B}$
Д	$T = 95^\circ\text{C} = 368 \text{ K}$ $P = 8,5 \cdot 10^4 \text{ Па}$ $\gamma = 4,7$ $\rho = 1 \text{ г/см}^3 = 1000 \text{ кг/м}^3$ $\mu = 18 \text{ г/моль} = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$

ПАР V_1

ПАР $V_2 = \frac{V_1}{\gamma}$
ВОДА V_B

Процесс статия изобарный (т.к. пар насыщенный) и изотермический (по условию)

1) Для пара в начале: $PV_1 = \frac{m}{\mu} RT$ (1), где m — масса всех молекул воды в сосуде (всей воды)
 ρ_n — плотность насыщенного пара (95°C)
 $\rho_n = \frac{m}{V_1} \Rightarrow \rho_n = \frac{P\mu}{RT} \approx \frac{1530}{4309} \approx 0,3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
 $\frac{\rho_n}{\rho} = \frac{0,3}{1000} = 3 \cdot 10^{-4}$

2) Для пара в конце: $P \frac{V_1}{\gamma} = \frac{m_n}{\mu} RT$ (2), m_n — масса пара в конце
 $\frac{(2)}{(1)}: \frac{1}{\gamma} = \frac{m_n}{m} \Rightarrow m_n = \frac{m}{\gamma} = \frac{m}{4,7}$

m_B — масса воды в конце (жидкости): $m_B = m - m_n = \frac{3,7}{4,7} m$

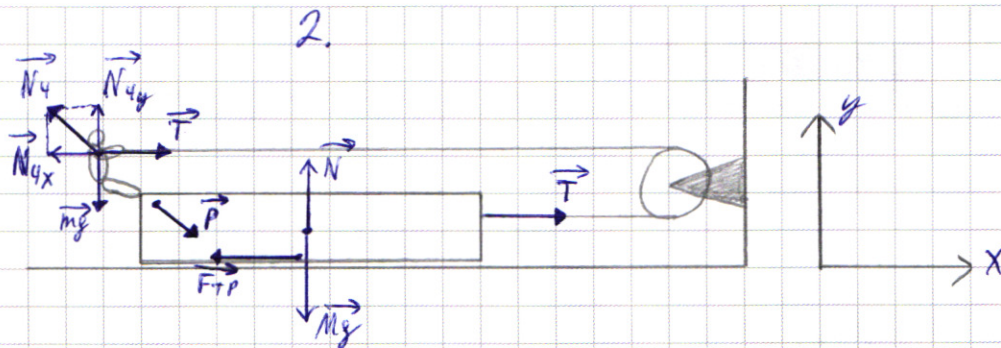
$V_B = \frac{m_B}{\rho} = \frac{3,7}{4700} m$

Из (1): $V_1 = \frac{mRT}{P\mu} = \frac{4309}{1530} m \approx 2,9 m$

$\frac{V_2}{V_B} = \frac{V_1}{\gamma \cdot V_B} = \frac{2,9 m \cdot 4700}{4,7 \cdot 3,7 m} = \frac{2900}{3,7} \approx 784$

Ответ: $\frac{\rho_n}{\rho} = 0,0003$; $\frac{V_2}{V_B} = 784$.

№	Ря ; F _{min} ; v
Ф	S
	m
	M = 5m
	μ



Расставим силы на рис.

$$\vec{N}_y = \vec{N}_{yx} + \vec{N}_{yy} \quad \vec{N}_{yx} = -T \quad \vec{N}_{yy} = -mg$$

$$P = -\vec{N}_y \quad \vec{N} = -\vec{Mg}$$

$$P_x = -\vec{N}_{yx} = T$$

Спроецируем силы, действующие на ящик на ось Y и получим $P_y = Mg + mg = 6mg$ — сила, действующая на пол (давящая)

2-ой закон Ньютона на Ox для ящика:

$$T + P_x - F_{TP} = 0$$

$$2T = F_{TP} \quad , \text{ т.к. } T = F$$

$$2F = F_{TP} \Rightarrow F_{min} = \frac{1}{2} F_{TP} = \frac{1}{2} \mu N = \frac{1}{2} \mu \cdot 6mg = 3\mu mg$$

2-ой закон на Ox для ящика:

$$T + P_x - F_{TP} = 6ma$$

$$2F - F_{TP} = 6ma \quad a = \frac{2F - 6\mu mg}{6m}$$

$$S = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$$

$$v = at = a \sqrt{\frac{2S}{a}} = \frac{2F - 6\mu mg}{6m} \sqrt{\frac{2S \cdot 6m}{2F - 6\mu mg}} =$$

$$= \left(\frac{2F}{5m} - \mu g \right) \sqrt{\frac{10 \cdot S \cdot m}{2F - 5\mu mg}} \quad \frac{F - 3\mu mg}{3m} \sqrt{\frac{3 \cdot S \cdot m}{F - 3\mu mg}}$$

Ответ: $P_y = Mg + mg$; $F_{min} = 3\mu mg$; $v = \frac{F - 3\mu mg}{3m} \sqrt{\frac{3S}{F - 3\mu mg}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2-ой закон Ньютона на ось для ~~тела~~ груза:

$$T + P_x - F_{тр} = 0$$

$$2T - F_{тр} = 0$$

$$2T = F_{тр}, \quad F = T$$

$$2F = F_{тр} \Rightarrow F = \frac{1}{2} F_{тр} = \frac{1}{2} \mu N = \frac{1}{2} \mu \cdot 5mg = \boxed{\frac{5}{2} \mu mg}$$

$$F_{\min} = \frac{5}{2} \mu mg$$

2-ой закон

2-ой закон:

$$T + P_x - F_{тр} = 5ma$$

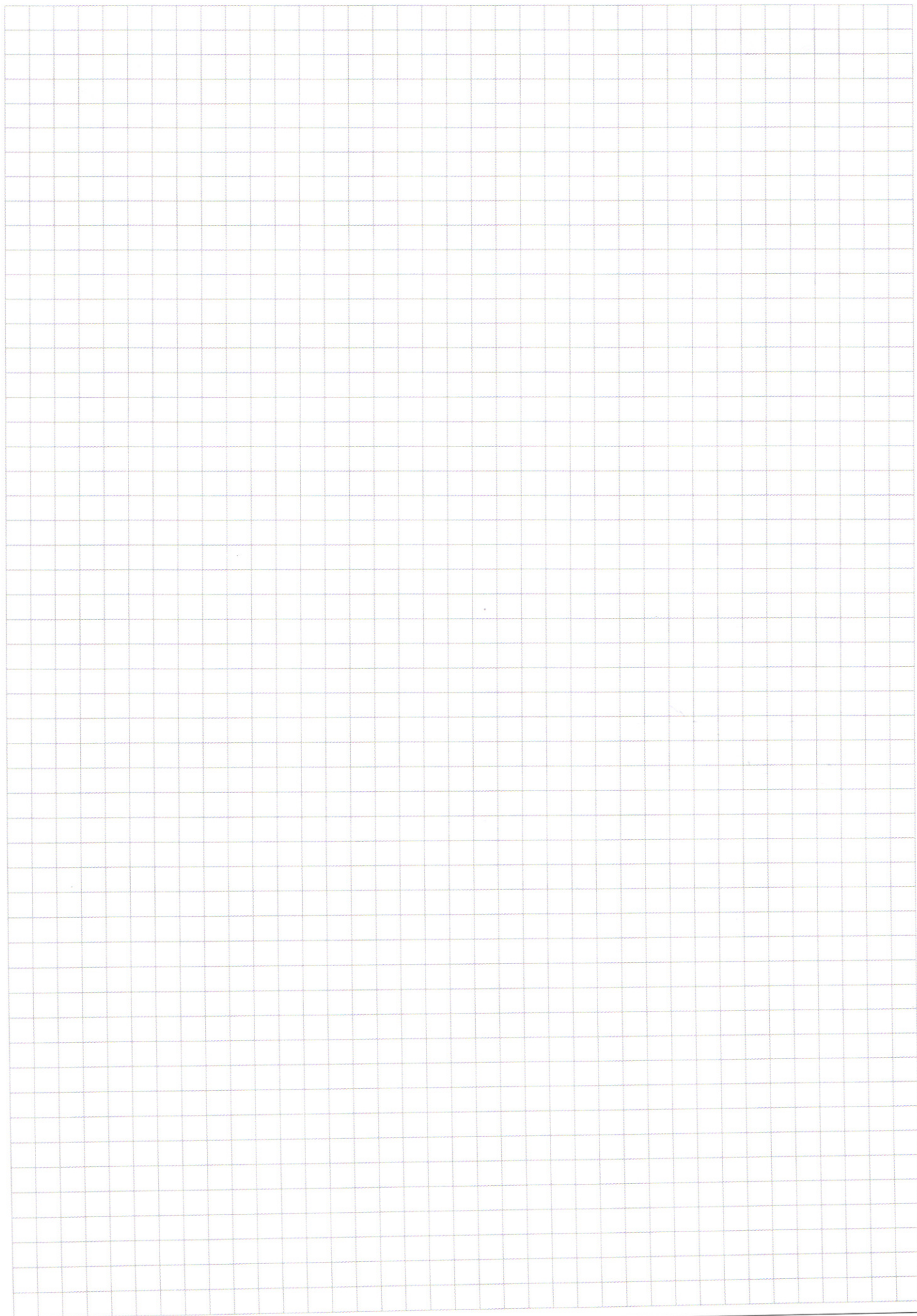
$$2F - F_{тр} = 5ma$$

$$a = \frac{2F - 5\mu mg}{5m} = \frac{2F}{5m} - \mu g$$

$$S = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$$

$$v = at = a \sqrt{\frac{2S}{a}} = \left(\frac{2F}{5m} - \mu g \right) \cdot \sqrt{\frac{2S}{\frac{2F}{5m} - \mu g}} =$$

$$= \left(\frac{2F}{5m} - \mu g \right) \cdot \sqrt{\frac{2S \cdot 5m}{2F - 5\mu mg}}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

для пара в начале: $pV_1 = \frac{m}{\mu} RT$

$$V_1 = \frac{mRT}{p\mu} = \frac{8,37 \cdot 368}{8,5 \cdot 10^4 \cdot 18 \cdot 10^{-3}} m = \frac{4309}{1580} m \approx$$

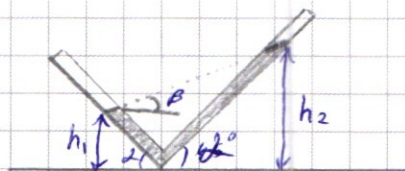
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{2,9 m \cdot 4700}{4,7 \cdot 3,7 m} = \frac{2900}{3,7} \approx \boxed{784} \approx 2,9 m$$

Ответ: $\frac{p_1}{p_2} \approx 0,0003$; $\frac{V_2}{V_1} \approx 784$

$$\begin{array}{r} 29000 \quad 37 \\ 259 \quad \hline 310 \\ -296 \\ \hline 140 \\ 177 \\ \hline 290 \end{array}$$

4.

20	a; v
2	$\alpha = 45^\circ$
	$h_1 = 8 \text{ cm}$
	$h_2 = 72 \text{ cm}$



1) Пересадим в не ИСО трубки.

После ускорения "нового свободного падения" $\vec{g}^* = \vec{g} - \vec{a}$

Логично, что уровень жидкости будет перпендикулярен $\vec{g}^*$.

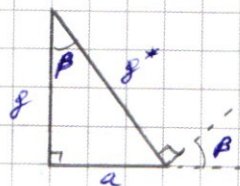
Найдём угол β на рисунке: $\tan \beta = \frac{h_2 - h_1}{a}$

Длина столба жидкости слева: $\frac{h_1}{\sin \alpha}$; справа: $\frac{h_2}{\sin \alpha}$

Найдём $\angle \beta$ на рис.: $\tan \beta = \frac{h_2 - h_1}{\frac{h_1}{\sin \alpha} + \frac{h_2}{\sin \alpha}} = \frac{h_2 - h_1}{h_1 + h_2} \cdot \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{20}$

Вспомогательная Изометрия: $\tan \beta = \frac{a}{g} = \frac{\sqrt{2}}{20} \Rightarrow$

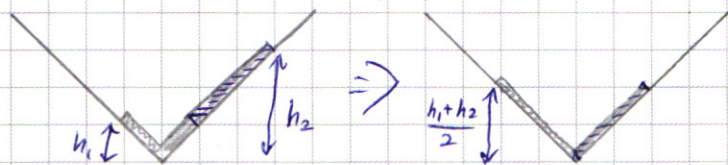
$$\Rightarrow \boxed{a = \sqrt{2} \approx 1,4 \text{ m/s}^2}$$



2) Возвращаемся в земную ИСО.

~~Расчётными малю в правый колёне $h_2 - h_1$
(остаточное малю компенсирует малю слева)~~

Столб $h_2 - h_1$ создает давление $\rho g(h_2 - h_1)$, где ρ — плотность



Система при исчезновении ускорения перейдет из рис. 1 в рис. 2

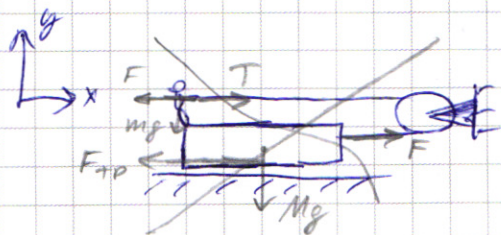
Столб масла $h_2 - h_1$ (отличен) создает ~~сдвиг~~ перемещение. Его центр масс ~~будет на высоте~~ $\frac{h_2 + h_1}{2}$ от ~~дна~~ "угла" на $\frac{h_2 - h_1}{2}$.

$$ЗСЭ: mg \frac{h_2 - h_1}{2} = \frac{mv^2}{2}$$

$$g \frac{h_2 - h_1}{2} = \frac{v^2}{2}$$

$$v = \sqrt{g(h_2 - h_1)} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \approx 6,3 \text{ м/с}$$

Ответ: $a = 1,4 \text{ м/с}^2$; $v = 6,3 \text{ м/с}$.

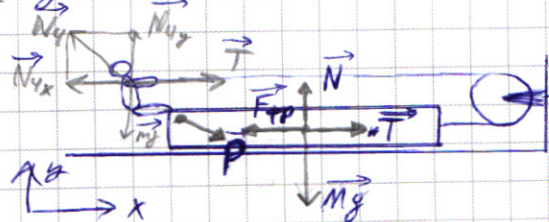


2.

На человека действует сила тяжести $\vec{mg}$, реакция опоры N_4 и сила со стороны нити ($\vec{T} = -\vec{F}$)

На платформу действует сила тяж. $\vec{Mg}$, реакции $\vec{N}$, трения $\vec{F}_{тр}$ и, сила человека $\vec{P} = \vec{mg} = -\vec{N}_4$ и сила $T = F$ со стороны нити.

В итоге, проецируя силы на ось получаем, что система давит на пол с силой $Mg + mg = 6mg$



$$\vec{N}_4 = \vec{N}_{4x} + \vec{N}_{4y}$$

$$\vec{N}_{4x} = -\vec{T}$$

$$\vec{P} = -\vec{N}_4$$

$$\vec{P}_x = -\vec{N}_{4x} = \vec{T}$$

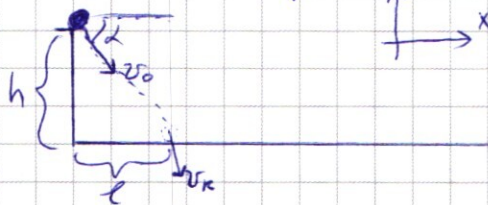
$$\vec{N}_{4y} = -\vec{mg}$$

$$\vec{N} = -\vec{Mg}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

h v_{ky}, t_n, l
 D $v_0 = 8 \text{ м/с}$
 $\alpha = 60^\circ$
 $v_k = 2,5 v_0 = 20$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$

$84 \cdot 1,7 = 142,8$



$Oy: h = \sin \alpha v_0 t_n + \frac{g t_n^2}{2}$

$Ox: l = \cos \alpha v_0 t_n$

$v_{ky}^2 + v_{kx}^2 = v_k^2$

$v_0^2 \sin^2 \alpha + 2 v_0 \sin \alpha g t_n + g^2 t_n^2 + v_0^2 \cos^2 \alpha = 6,25 v_0^2$

~~$v_0^2 \sin^2 \alpha + 2 v_0 \sin \alpha g t_n$~~

$g^2 t_n^2 + 2 v_0 \sin \alpha g t_n + v_0^2 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 6,25) = 0$

$g^2 t_n^2 + 2 v_0 \sin \alpha g t_n + v_0^2 (-5,25) = 0$

$100 t_n^2 + 16 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 20 t_n + 64 \cdot (-5,25) = 0$

$100 t_n^2 + 80 \sqrt{3} t_n - 336 = 0$

~~t_n~~

$50 t_n^2 + 40 \sqrt{3} t_n - 168 = 0$

$25 t_n^2 + 20 \sqrt{3} t_n - 84 = 0$

$(v_0 \sin \alpha + g t_n)^2 + v_0^2 \cos^2 \alpha = 6,25 v_0^2$

$v_0^2 \sin^2 \alpha + 2 v_0 \sin \alpha g t_n + v_0^2 \cos^2 \alpha = 6,25 v_0^2$

$64 \cdot \frac{3}{4} + 2 \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 20 t_n + 64 \cdot \frac{7}{4} = 6,25 \cdot 64$

$48 + 80 \sqrt{3} t_n + 112 - 400 = 0$

$t_n = \frac{-20 \sqrt{3} \pm 40 \sqrt{6}}{50} \approx \frac{-20 \cdot 1,7 \pm 40 \cdot 2,4}{50} = \left[\frac{-34 + 96}{50} = \frac{62}{50} = 1,24 < \right]$

$\sqrt{3} \approx 1,7 \quad \sqrt{6} \approx 2,4$

$v_{ky} = v_0 \sin \alpha + g t_n \approx 8 + 10 \cdot 1,24 = 19,4 \text{ м/с}$

Т.к. камень все время
приближался к земле,
то бросим его вниз.

$7 + 12 \approx 19^2 = 361 + 16 = 377$

$v_{ky} = v_0 \sin \alpha + g t_n$

$v_{kx} = v_0 \cos \alpha = 4$

$5,25 \times 64 = 336$

$5,25 \times 140 = 735$

$98 \times 98 = 9604$

$D = 1600 \cdot 3 - 4 \cdot 50 \cdot 167,7 = 4800 - 33420$

$D = 400 \cdot 3 - 4 \cdot 25 \cdot 84 = 1200 - 8400$

$D = 1200 + 8400 = 9600$

$9600 \div 25 = 384$

$384 \div 2 = 192$

$192 \div 2 = 96$

$96 \div 2 = 48$

$48 \div 2 = 24$

$$l = \cos \alpha \cdot v_0 \cdot t_n = \frac{1}{2} \cdot 79 \cdot 7,24 \approx 79 \cdot 0,62 = 71,78 \approx 72 \text{ м}$$

Ответ: $v_{xy} = 79 \text{ м/с}$; $t_n = 7,24 \text{ с}$; $l = 72 \text{ м}$.

$$\begin{array}{r} 79 \cdot 0,62 \\ 58 \\ \hline 114 \\ 71,78 \end{array} \quad \begin{array}{r} 15300 \\ 1429 \\ \hline 7103 \end{array}$$

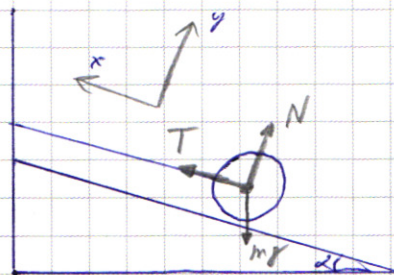
№	T; Tw
1	m
2	R
3	L
4	ω
5	$g = 10 \text{ м/с}^2$

1) 2-ой закон Ньютона:

$$\vec{T} + \vec{N} + \vec{mg} = 0$$

$$Ox: T = \sin \alpha \cdot mg$$

$$Oy: N = \cos \alpha \cdot mg$$



2) Шар находится на расстоянии $(L+R) \cdot \cos \alpha$ от центра

2-ой закон примет вид:

$$Ox: T_w - mg \cdot \sin \alpha = ma, \text{ где } T_w - \text{сила натяжения в 2 шнуре.}$$

$$a = \omega^2 r = \omega^2 (L+R) \cdot \cos \alpha - \text{центростремительн. ускор.}$$

$$T_w - mg \cdot \sin \alpha = m \omega^2 (L+R) \cdot \cos \alpha$$

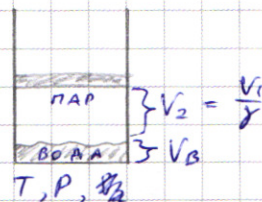
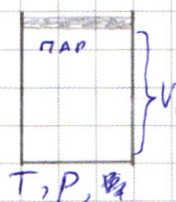
$$T_w = m (g \cdot \sin \alpha + \omega^2 (L+R) \cdot \cos \alpha)$$

Ответ: $T = \sin \alpha \cdot mg$; $T_w = m (g \cdot \sin \alpha + \omega^2 (L+R) \cdot \cos \alpha)$

$$\begin{array}{r} 8,37 \\ \times 258 \\ \hline 6648 \\ 4986 \\ \hline 3744 \\ 4307,08 \end{array}$$

№	$\frac{P_n}{P}$; $\frac{V_2}{V_1}$
1	$T = 95^\circ \text{C} = 368 \text{ K}$
2	$P = 8,5 \cdot 10^4 \text{ Па}$
3	$\gamma = 4,7$
4	$\rho = 72 \text{ кг/м}^3 = 7200 \text{ кг/м}^3$
5	$\mu = 18 \text{ г/моль} = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$

$$PV = \nu RT$$



1) для пара: $PV_1 = \frac{m}{\mu} RT$ (1), где m - масса пара в начале

$P\mu = P_n RT$, где P_n - плотность пара (95°C)

$$P_n = \frac{P\mu}{RT} = \frac{8,5 \cdot 10^4 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8,37 \cdot 368} \approx \frac{1530}{4307} \approx 0,3 \text{ кг/м}^3$$

$$\frac{P_n}{P} = \frac{0,3}{7200} = 0,0003$$

2) для пара в конце: $P \frac{V_1}{\gamma} = \frac{m_n}{\mu} RT$ (2), m_n - масса пара в конце

$$\frac{(2)}{(1)}: \frac{1}{\gamma} = \frac{m_n}{m} \Rightarrow m_n = \frac{m}{\gamma} = \frac{m}{4,7}$$

$$m_B - \text{масса воды в конце: } m_B = m - m_n = \frac{3,7}{4,7} m \quad V_B = \frac{m_B}{\rho} = \frac{3,7}{4700} m$$